# IDENTIFICACION ALTERNATIVA DE PARAMETROS NO LINEALES EN EL MODELO DEL ALTAVOZ ELECTRODINAMICO

## Cárdenas P. William<sup>1</sup>, Torres R. Jeniffer<sup>1</sup>, Carbajo S. Jesús<sup>1</sup>, Ramis S. Jaime<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Física Aplicada a las Ciencias y la Tecnología, Universidad de Alicante, España {wacp1@alu.ua.es, jtr17@alu.ua.es, jesus.carbajo@ua.es, jramis@ua.es}

## Resumen

El presente trabajo pretende exponer diferentes técnicas de caracterización de parámetros no lineales en altavoces que operan en régimen de gran señal. Estas técnicas se basan en el registro de señales como la aceleración del cono empleando sensores de contacto como acelerómetros así como el uso de las medidas acústicas en campo cercano, para obtener la velocidad de vibración del mismo. El modelado de este tipo de altavoces, es de gran importancia en proceso de diseño ya que permite realizar pruebas objetivas y subjetivas sobre modificaciones realizadas reduciendo los tiempos y costes en la elaboración de prototipos. El trabajo esta fundamentado en la implementación de un modelo de parámetros agrupados, definido en términos de las variables de estado que describen el comportamiento del cono a grandes desplazamientos

La caracterización de dichos parámetros, se basa en la reducción del error entre las señales obtenidas a partir del modelo numérico y aquellas obtenidas de forma experimental. El estudio se realiza para dos altavoces de diferente tamaño con el fin de analizar el efecto producido por los sensores de contacto y la aplicabilidad de la topología de los modelos a este tipo de transductores. El trabajo concluye con una discusión basada en la comparación de las técnicas expuestas anteriormente y su aplicabilidad en procesos de producción.

Palabras-clave: Modelo no lineal, Altavoz electrodinámico, parámetros agrupados.

## Abstract

This work is intended to present different techniques of characterization nonlinear parameters in electro-dynamical loudspeakers in the large signal domain. These techniques are based in the measurement of the diaphragm acceleration and the vibration velocity using accelerometers sensors and near field acoustics techniques. These types of models allows to assess, the performance of the loudspeaker in the design process, reducing the time and costs related with building prototypes. In this work, a lumped parameter model is implemented in the state space, describing the behavior of the loudspeaker at high displacements.

The nonlinear parameter characterization is based in the error minimization of the simulated signals and the measured signals. The work is carried out in a two different size loudspeakers in order to study the effect of the contact sensor in the accuracy of the method. Also the applicability of the topology of the model to these kinds of loudspeakers is discussed. The final remarks include a discussion on the comparison of these techniques and its real life applicability.

Keywords: Nonlinear Modeling, Loudspeaker, lumped parameter.

PACS no. 43.10.Ce, 43.38.Dv

## 1 Introducción

Es bien sabido que el altavoz aporta la mayor fuente de distorsión en la cadena electroacústica debido al comportamiento no lineal que este presenta al operar a grandes desplazamientos. Con el fin de predecir y simular el desempeño de los altavoces electrodinámicos en diferentes condiciones, diferentes autores [1] han desarrollado modelos matemáticos que asumen una relación lineal entre la entrada y la salida para cualquier amplitud de señal, basados en la representación en forma de circuito equivalente aplicable al acople entre las ecuaciones de equilibrio mecánico y eléctrico que describen el altavoz. Dado que un altavoz real sometido a niveles altos de señal limita, comprime y distorsiona la salida debido a efectos térmicos, mecánicos y de radiación inherentes a su funcionamiento, estos modelos no representan con suficiente precisión estos fenómenos que son de gran importancia en la evaluación de calidad de estos tipos de transductores. Con el objetivo de establecer modelos que se ajusten a las características reales de un altavoz, [2] entre otros han propuesto modificaciones del modelo establecido que contemplan los efectos no lineales más importantes, entre los que se encuentran el acoplo electromecánico, la compliancia de la suspensión y su variación con el tiempo y la inductancia de la bobina dependientes de la corriente eléctrica, el desplazamiento y la temperatura. Uno de los aspectos más importantes y objeto de múltiples estudios es el proceso de identificación y posterior obtención de los parámetros no lineales con el fin de proporcionar información precisa y comprensible del comportamiento del altavoz. Algunos de estos estudios se basan en el Modelado no lineal en el Espacio de Estados con polinomios o Modelo polinomial Generalizado de Hammerstein [3]. En todos ellos, la identificación de los parámetros se hace basada en la minimización del error entre las señales medidas de presión, desplazamiento, corriente etc. y las obtenidas mediante el modelo numérico. El presente trabajo no hace énfasis en los métodos de identificación descritos anteriormente sino que pretende exponer como algunas técnicas convencionales como la medida de la aceleración con sensores de contacto, la intensimetría pueden ser empleadas alternativamente para obtener las bases experimentales necesarias en la identificación no lineal del altavoz electrodinámico. Para ello, se presentan dos casos de aplicación concretos para los cuales se comparan las diferentes técnicas de medida con los resultados obtenidos mediante métodos bien establecidos como el presentados en [4].

Este trabajo está organizado de la siguiente forma; en el apartado 2 se exponen brevemente algunos fundamentos básicos que definen el modelo no lineal aquí empleado. En la tercera sección se presenta el método de diagrama de bloques empleado para su posterior resolución, así como el estudio de la distorsión realizado para los dos altavoces modelados, comparando los resultados medios y simulados para diferentes señales de excitación como barridos sinusoidales, señales de un tono. En esta misma parte se realiza una breve discusión sobre los resultados obtenidos y la aplicabilidad de estos métodos en la caracterización de altavoces. El documento termina exponiendo las conclusiones.

## 2 Modelo no lineal del altavoz electromecánico

## 2.1 Ecuaciones diferenciales y parámetros no lineales.

A continuación se presentan el conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales correspondientes al circuito equivalente mostrado en la Figura 1 que describen el altavoz electrodinámico.

Dominio eléctrico:

$$u(t) = i(t)R_e(T_v) + \frac{d(L_e(x)i(t))}{dt} + \frac{d(L_2(x)i_2(t))}{dt} + Bl(x)\frac{dx}{dt}$$
(1)

$$\frac{d(L_2(x)i_2(t))}{dt} = (i(t) - i_2(t))R_2(x)$$
(2)

Dominio mecánico:

$$Bl(x)i(t) = M_{ms}\frac{d^{2}x}{dt^{2}} + R_{ms}\frac{dx}{dt} + \frac{x}{C_{ms}(x)} + F_{m}(x,i,i_{2})$$
(3)

$$F_m(x,i,i_2) \approx -\frac{i^2(t)}{2} \frac{dL_e(x)}{dx} - \frac{i_2^2(t)}{2} \frac{dL_2(x)}{dx}$$
(4)

Los parámetros no lineales están definidos en la literatura, como expansiones polinomiales cuyos coeficientes son adaptados en el proceso de identificación de parámetros, esto supone un coste computacional alto dado el número de variables a incluir en el proceso de identificación por ello se usan simplificaciones mediante funciones Gausianas o tipo Sigmoid [6], las cuales tienen tendencias similares a las de los parámetros no lineales en algunos tipos de altavoces, siendo ajustadas por sus coeficientes de simetría y ensanchamiento únicamente. Casos de aplicación y contraste experimental.

#### 2.2 Circuito equivalente

Los altavoces estudiados en este trabajo, emplean una bobina inmersa en un campo magnético estático para generar una fuerza electrodinámica. Para este tipo de transductores se ha desarrollado un modelo general que contempla las características principales del altavoz como un sistema de un grado de libertad, válido para frecuencias cuya longitud de onda sea larga en comparación con el tamaño del diafragma. En términos de las variables de estado; x(t) desplazamiento, v(t) velocidad, i(t) corriente

en la bobina, u(t) voltaje de entrada y  $F_a(t)$  la fuerza relacionada con la presión p(t) generada a través del área del diafragma, el equivalente eléctrico puede representarse como se muestra a continuación:



Figura 1. Circuito equivalente del altavoz electrodinámico.

Como se puede observar en la figura 1, a diferencia de los modelos lineales descritos en la literatura, algunos parámetros no son constantes y dependen de variables dependientes del tiempo como el desplazamiento, la corriente o la temperatura en la bobina móvil. El análisis de este circuito se puede dividir en una parte mecánica y otra eléctrica. La parte eléctrica está comprendida por la resistencia

 $R_{e}(T_{y})$  del cable de la bobina dependiente de la temperatura a la que se encuentra la misma, la inductancia  $L_{e}(x)$  que varía dependiendo de la posición de la bobina dentro del entrehierro, esta disminuye al alejarse del campo magnético. La carga del paralelo  $L_2(x)$  y  $R_2(x)$  describen las corrientes de Eddy y las perdidas, presentes en el circuito magnético [5]. El termino de acoplo entre el sistema eléctrico y el mecánico en el transductor, depende del factor de fuerza Bl(x) el cual convierte la corriente eléctrica en fuerza, su comportamiento disminuye rápidamente cuando la bobina sale de la posición central del entrehierro tanto en los desplazamientos hacia el interior como el exterior. En la parte mecánica, se encuentran la  $M_{ms}$ , comprendida por el cono, la bobina. La  $C_{ms}(x)$  representa la complacía mecánica de la suspensión compuesta por la araña y el anillo elástico. Esta no puede ser modelada como un simple resorte debido al efecto de relajación viscosa presente en estos materiales, lo cual hace que esta pierda rigidez en bajas frecuencias. A grandes desplazamientos del cono la suspensión responde con más fuerza que a pequeños desplazamientos, además en respuesta a una variación lenta de la fuerza ejercida sobre el diafragma, el desplazamiento sigue una histéresis causada por perdidas internas en el material. El elemento  $R_{ms}$  equivale a las pérdidas mecánicas presentes en las suspensiones, en la actualidad se estudia su dependencia con la velocidad. El generador  $F_m(x,i,i_2)$  representa la aproximación de la fuerza de reluctancia debida a la variación de la energía en el campo magnético. El acoplo entre el dominio mecánico y el acústico esta dado por el área del diafragma  $S_D$ , el cual determina la sensibilidad y la eficiencia del altavoz, dado que en el altavoz real, el desplazamiento del cono decrece linealmente desde el centro hasta el contorno, para conseguir un alto grado de precisión, este parámetro debe asumirse como dependiente de la frecuencia. En el caso de un pistón radiando en pantalla infinita, la impedancia acústica de radiación  $Z_{ar}$  esta descrita en la literatura en el dominio de la frecuencia, en este caso, esta puede ser involucrada en las ecuaciones diferenciales del altavoz a través de operaciones de transformada inversa. La presión se puede obtener como una proporción de la aceleración, el área y la densidad del medio.

## 2.3 Resolución numérica mediante diagrama de bloques

El sistema de ecuaciones presentado en la sección anterior puedes ser solucionado numéricamente aplicando el algoritmo de integración de cuarto orden Runge-Kutta. Para la implementación se emplea un enfoque basado en la programación por bloques. Cada uno de los bloques corresponde a una operación matemática realizada sobre las señales que son transportadas por las líneas de flujo. Note que los bloques sombreados representan las funciones no lineales dependientes del desplazamiento. Por simplificación y con el fin de facilitar el proceso de identificación en este trabajo las no linealidades incluidas en el modelo son independientes de la frecuencia, lo cual que asume una relación distinguible entre las formas de las curvas y las componentes de distorsión generadas.

Es importante aclarar, que esta forma de trabajo permite calcular el modelo incluyendo o excluyendo los parámetros no lineales facilitando el análisis y la identificación del sistema. Esto permite hacer un estudio paramétrico del cual se puede derivar información importante referente al tipo de distorsión generada por cada parámetro así como su respuesta en frecuencia.

El sistema, presentado aquí corresponde a un altavoz controlado por voltaje. Se realizan diferentes simulaciones con señales sinusoidales, multitono y barridos logarítmicos mediante los cuales se puede descomponer la salida del sistema en forma de respuestas al impulso para la parte fundamental y los armónicos de mayor orden [7].



Figura 2 – Diagrama de bloques empleado en la solución de las ecuaciones diferenciales.

## 2.4 Identificación del sistema lineal basado en la impedancia eléctrica

Tomando como referencia el modelo lineal pueden estimarse los parámetros como  $M_{ms}$ ,  $C_{ms}(x \approx 0)$ ,  $Bl(x \approx 0)$  y  $L_e(x \approx 0)$  entre otros, estudiando la impedancia eléctrica del transductor. Para ello se pueden emplear métodos como el de la masa añadida o la carga sobre un volumen de aire. En esta sección se presentan los resultados obtenidos para la medida de la impedancia eléctrica de los dos altavoces y los valores de los parámetros lineales que serán incluidos en el modelo.



Figura 3 – Impedancia eléctrica medida para el cálculo de los parámetros lineales mediante el método de la masa añadida a) Altavoz 8" b) Altavoz de 12"

El modelo no lineal del altavoz, asume que hay una parte lineal dinámica comprendida por la función de transferencia entre el voltaje y el desplazamiento del cono la cual se ve retroalimentada a través de los parámetros no lineales, principalmente estáticos e independientes de la frecuencia. A continuación se muestran los ajustes del modelo definido por los parámetros experimentales operando en el régimen lineal para los dos altavoces. En la parte superior se muestra la comparación entre la respuesta en frecuencia obtenida experimentalmente y la simulada aplicando un barrido sinusoidal desde 20 Hz hasta 20 kHz. Note que el modelo representa las características más representativas del sistema real, únicamente en el rango de la baja frecuencia para la cual la superficie del cono vibra como un elemento rígido (banda de pistón). Dado que en alta frecuencia el comportamiento estructural o modal de la membrana domina la radiación acústica, el modelo de parámetros agrupados no puede describir este fenómeno, por lo que su estudio tiene que incorporar metodología más sofisticadas tales como análisis mediante los elementos finitos entre otros. En el caso de la impedancia eléctrica, el modelo empleado contempla las pérdidas debidas a las corrientes de Eddy en el núcleo magnético por lo que el ajuste en alta frecuencia representa con mayor precisión el comportamiento del sistema real.



Figura 4. Ajuste experimental del modelo numérico, para la respuesta en frecuencia (arriba) y módulo de la impedancia eléctrica (abajo), para los dos altavoces Izq.) Altavoz 8", Der.) Altavoz de 12"

## 2.5 Estudio de distorsión e identificación de parámetros no lineales

En el caso de la identificación de los parámetros no lineales, el objetivo es emplear un ajuste adaptativo para reducir el error entre las señales de aceleración obtenidas experimentalmente y mediante el modelo. En este apartado también se estudian el efecto que tiene el sensor de contacto en la precisión de la medida de la aceleración además se estudian las problemáticas asociadas a la medida de esta magnitud empleando micrófonos.

Para obtener los coeficientes de ajuste que determinan las funciones no lineales dependientes del desplazamiento  $Bl(x), K_m(x), L_e(x)$  y sus derivadas, se empleó una técnica basada en la identificación de sistemas no lineales, a partir de su reacción frente a una señal de excitación tipo barrido sinusoidal logarítmico. De acuerdo con [7] y [8] la repuesta de un sistema lineal a este tipo de señales permite descomponer la respuesta al impulso lineal y la de sus armónicos de mayor orden, aplicando un filtro inverso dependiente de las características de la entrada. En la Figura 5, se presenta la respuesta temporal de la simulación de altavoz de 8 pulgadas. En esta se pretende mostrar el

principio de funcionamiento de la técnica aquí empleada además de mostrar el potencial que esta tiene dentro del modelado no lineal de altavoces ya que permite hacer análisis paramétricos con los cuales se puede predecir los efectos de distorsión causados por cada no-linealidad de forma independiente.

A manera de ejemplo, a continuación se presenta el estudio hecho para el altavoz de 8 pulgadas, asumiendo tres situaciones diferentes; la primera, contempla que el altavoz fuera un sistema puramente lineal, la segunda asume que la única fuente de distorsión es la rigidez  $K_m(x)$  de la suspensión mientras que en la tercera solo se incluyen los efectos no lineales del factor de fuerza Bl(x). Se estudian estas ya que son las más dominantes [9].



Figura 5. Efectos de la distorsión generada por los parámetros  $K_m(x)$  y Bl(x) de forma independiente y el contraste con el altavoz lineal.

Del anterior resultado, se puede destacar que el sistema puramente lineal presenta únicamente su respuesta al impulso centrada en cero, y no agrega ninguna componente de distorsión que no esta presente en la señal de entrada. Pero para el caso en el que se contempla la relación no lineal entre el desplazamiento y la fuerza restauradora a través del parámetro  $K_m(x)$ , empiezan a aparecer componentes armónicas impares de 3er y 5to orden debido a que el limite mecánico de las suspensiones del altavoz limitan el desplazamiento del cono, lo que ocasiona una compresión en la onda de presión generada. En cuanto al caso de la distorsión generada por el Bl(x), se puede observar que aparecen componentes 2do y 3er orden, efecto que se percibe mayormente en las zonas inmediatamente superiores a la resonancia.

### 2.6 Obtención experimental de los parámetros no lineales

En este apartado se presenta la metodología llevada a cabo para estimar las curvas de los parámetros no lineales a partir de medidas experimentales para la señal de barrido logarítmico de 0.5s de longitud, barriendo frecuencias desde 20 Hz hasta 20k Hz y diferentes tonos puros de 30 Hz, 40 Hz y 60 Hz. Se muestran los resultados para 30 Hz.

El montaje experimental consintió en medir la presión, la aceleración y la velocidad empleando un acelerómetro miniatura de 6 gramos de peso, y micrófonos ubicados a diferentes distancias incrementando en 5mm para calcular la velocidad, a partir del gradiente de presión. Este método pretende evitar el uso de sensores de contacto que modifiquen el comportamiento del altavoz. El esquema se ve en las siguientes fotografías:





Figura 6. Esquema experimental empleado para estimar los parámetros no lineales. a) Altavoz 8" b) Altavoz de 12"

La diferencia entre las señales obtenidas experimentalmente y aquellas obtenidas mediante la simulación, conforma el error que será objeto de minimización. Dado que las señales obtenidas experimentalmente tienen componentes de alta frecuencia pertenecientes al comportamiento estructural del cono, la minimización de este error se centra únicamente en el rango de pistón de los altavoces. En la Figura 7 se puede ver como el sistema identificado se muestra como una envolvente del sistema real dado que solo se han minimizado las componentes que tiene una variación lenta en el tiempo. De todas formas cabe resaltar que el tipo de no linealidades modeladas, tienen efectos en grandes desplazamientos lo que sucede a bajas frecuencias. En cuanto las componentes armónicas de 2do y 3er orden, se puede ver el mismo fenómeno, en este caso es interesante ver que la proporción de la amplitud de la señal real y la medida tiene un alto grado de coherencia lo cual quiere decir que los coeficientes han sido ajustados correctamente. Esta metodología ha sido aplicada también en la identificación del altavoz de 12".



Figura 7. Comparación del modelo y datos experimentales para una señal barrido sinusoidal.

Una vez los coeficientes del modelo numérico han sido ajustados mediante el algoritmo de reducción de mínimos cuadrados, se hace una comparación para diferentes tonos puros con una amplitud de 19 V. Los resultados se pueden ver en la siguiente figura. Un efecto presente en los altavoces operando a grandes desplazamientos, que no ha sido modelado mediante las ecuaciones diferenciales, es el que se da cuando la bobina roza con el entrehierro, este fenómeno es perfectamente perceptible. En detalle se puede ver en el recuadro inferior de la Figura 8a.



Figura 8. Respuesta de los altavoces a una onda seno de 30 Hz con amplitud 19 V, comparación experimental y modelo numérico. a) Altavoz 8" b) Altavoz de 12"

El modelo se ajusta en gran parte al sistema real, pero hay algunos lugares en los que la diferencia entre los dos es importante, esto es debido a que en este trabajo se simplificaron los parámetros no lineales con curvas *Gausianas* y de tipo *Sigmoid* lo cual reduce la precisión del método. En este caso es evidente que la onda armónica se deforma, además la aceleración del cono presenta un *offset*, el cual tiene que ser contemplado en el ajuste de los coeficientes ya que de no ser así la identificación no podrá converger debido a la sensibilidad que tiene la técnica de barrido sinusoidal con este tipo de fenómenos.



A continuación se comparan las curvas de los parámetros medidos con un sistema bien establecido de caracterización de altavoces [10] y el método alternativo propuesto en este trabajo.

Figura 9. Comparación de las curvas de los parámetros no lineales medidos por un sistema profesional y el método alternativo propuesto.

Como se puede observar, los parámetros no lineales obtenidos de esta forma presentan una correlación alta, frente a los medidos con un equipo profesional. Aunque algunas de las posibles causas de las diferencias puedan atribuirse a los sensores de contacto, esto también puede ser debido a que en este caso, la estimación se realizó *off-line* con lo cual no se tiene en cuenta la información relacionada con la temperatura en la bobina.

## **3** Conclusiones

En este trabajo se propone una metodología alternativa para estimar los parámetros no lineales más dominantes en altavoces electrodinámicos, haciendo uso de sensores de contacto (acelerómetros) y un arreglo de micrófonos. Esta metodología se aplica en dos altavoces concretos de 8" y 12" y se validan los resultados mediante el contraste con un sistema reconocido de medida.

Aunque los parámetros medidos según este trabajo, presentan un grado alto de correlación con los medidos mediante sistemas bien establecidos, no la hace apropiada para ser usada en procesos de producción debido al tiempo requerido para hacer las medidas y el efecto que tienen los sensores de

contacto. Pero esto la convierte en una herramienta útil en entornos académicos y de investigación donde se estudien este tipo de transductores en régimen no lineal.

Se demostró que el modelado de este tipo de altavoces, puede ser una herramienta muy potente dentro de procesos de diseño ya que permite realizar pruebas objetivas y subjetivas sobre modificaciones realizadas reduciendo los tiempos y costes en la elaboración de prototipos.

## Referencias

- [1] Small, R.H. Direct-Radiator Loudspeaker System Analysis. J. Audio Eng. Soc. vol.20.1972,pp 383-395
- [2] Klippel, W. Assessing Large Signal Performance of Transducers, Klippel GmbH.
- [3] Pascal, B.; Shafai, B. New Trends in Modeling and Identification of Loudspeaker with Nonlinear Distortion. *Department of Electrical and Computer Engineering, Northeastern University*, Boston, MA, USA.
- [4] Klippel, W. Loudspeaker nonlinearities cause, parameters, symptoms, *J. Audio Eng. Soc.* vol.54. 2006, pp 907–939,
- [5] J. Vanderkooy, A Model of Loudspeaker Impedance Incorporating Eddy Currents in the Pole Structure. J. Audio Eng. Soc.Vol. 37, 1989, pp. 119–128
- [6] M. Rebillat, R. Hennequin, E. Corteel, and B. F. G. Katz, Prediction of harmonic distortion generated by electro-dynamic loudspeakers using cascade of hammerstein models. *Audio Engineering Society Convention* 128, May 2010.
- [7] Torras A. Jacobsen F. A New Interpretation of Distortion Artifacts in Sweep Measurements J. *Audio Eng. Soc.*vol. 59(5), 2011, pp283-289.
- [8] Farina, A. Simultaneous Measurement of Impulse Response and Distortion with a Swept-Sine Technique. *Audio Engineering Society, J. Audio Eng. Soc. 108th Convention* vol. 48, p. 350.
- [9] Ravaud, R; Lemarquand, G; Lemarquand, V;Roussel, T. Ranking of the nonlinearities of electrodynamic loudspeakers. *Archives of Acoustics*, vol. 35(1), 2010, pp 49-66.
- [10] Klippel, W. Measurement of Large-Signal Parameters of Electro-dynamic Transducer. *Audio Engineering Society*, 107th Convention New York, September 24-27, 1999.