

# ISOLAMENTO A SONS AÉREOS CONFERIDO POR PAREDES QUANDO SUBMETIDAS A FONTES FIXAS 3D E MÓVEIS 2.5D

António Tadeu<sup>1</sup>, Julieta António<sup>1</sup>, Luís Godinho<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra  
{tadeu, julieta, lgodinho@dec.uc.pt}

## Resumo

O isolamento acústico conferido por paredes multicamada, quando submetidas à pressão gerada por fontes fixas 3D e móveis 2.5D, é analisado. As soluções propostas são analíticas, formuladas no domínio da frequência, e aplicam-se a sistemas constituídos por múltiplas camadas sólidas e fluidas. A pressão gerada pelas fontes fixas 3D é, inicialmente, calculada através de integrais de Bessel, seguindo as transformações numéricas propostas por Sommerfeld. As pressões geradas pelas fontes fixas 3D são, depois, calculadas como a soma de fontes lineares com variação espacial sinusoidal, que podem ser vistas em termos físicos como fontes móveis 2.5D. A contribuição individual do isolamento conferido pela parede, quando submetido a cada uma destas fontes móveis, para o seu isolamento global é analisada. Com este objectivo é simulado o comportamento de paredes simples e duplas, no domínio do tempo e da frequência, para ilustrar as conclusões mais significativas.

**Palavras-chave:** acústica, isolamento sonoro, parede multicamada, fontes móveis 2.5D, fontes 3D.

## Abstract

This paper focuses on the sound insulation provided by multilayer walls when subjected to 3D and moving 2.5D sources. The computations are performed analytically in the frequency domain for a wall system composed of multiple solid and fluid layers.

The pressure generated by the 3D source is computed as Bessel integrals, following the transformations proposed by Sommerfeld. As the 3D pressure field can also be computed as a summation of spatially sinusoidal harmonic line loads, which can be seen as a moving 2.5D source, this paper studies the contribution made to the global 3D response by the insulation provided by the wall when subjected to each of these sources. To illustrate the main findings, simulated responses are computed in the time and frequency domains for single and double walls that are subjected to 3D and moving 2.5D sources.

**Keywords:** acoustic, sound insulation, multilayer wall, moving 2.5D sources, 3D sources.

**PACS no.** 43.55.Rg, 43.50.Lj

## 1 Introdução

Vários modelos baseados em diferentes teorias, têm sido desenvolvidos para estudar a perda de transmissão de som através de sistemas de paredes [1-5]. Trabalhos anteriores dos autores deste artigo

analisaram o isolamento acústico proporcionado por sistemas de paredes simples [6] e duplas [7] homogêneas na presença de fontes planas e lineares harmónicas. Em Tadeu et al. [8], os autores generalizaram esta abordagem para avaliar o comportamento de sistemas multicamada no que respeita a isolamento a ruídos de impacto e isolamento a sons aéreos. Estes trabalhos trataram, sobretudo, os efeitos de fontes estacionárias 2D. A maior parte das publicações relativas ao tema geral do isolamento sonoro de elementos construtivos, lidam, geralmente, com os efeitos de fontes sonoras fixas 2D ou 3D, existindo muito poucas publicações onde seja considerado o efeito de cargas móveis.

Existem alguns trabalhos relativos ao efeito de cargas móveis no que respeita à propagação de vibrações no solo induzidas por comboios ou outros veículos, usando uma variedade de estratégias [9,10]. No que respeita à propagação de ondas acústicas, trabalhos abordando assuntos específicos podem também ser encontrados [11].

O presente trabalho aborda o isolamento sonoro de paredes constituídas por várias camadas de materiais fluidos e sólidos, submetidos a fontes fixas 3D e a fontes móveis 2.5D. A abordagem proposta apresenta algumas diferenças fundamentais em relação aos trabalhos anteriores [6,7,8] dos mesmos autores. Para a fonte 3D, os trabalhos anteriores propunham que o campo de pressão fosse calculado através de duas transformadas espaciais de Fourier, aplicadas segundo duas direcções ortogonais ao longo das quais a geometria permanecia constante. Essa abordagem leva a que seja necessário o cálculo de um duplo somatório para obter o campo tridimensional de pressões sonoras, exigindo elevados tempos computacionais. No entanto, este procedimento pode ser simplificado para cargas axissimétricas, através da aplicação de uma transformada de Bessel, seguindo as metodologias propostas por Sommerfeld [12,13], originando um procedimento muito mais eficiente. Adicionalmente, é abordado também o comportamento dos elementos construtivos na presença de fontes móveis 2.5D (harmónicas na direcção  $z$ ). Um trabalho recente dos autores analisou o efeito de fontes sonoras móveis localizadas junto de écrans acústicos finos [14], observou-se que os fenómenos de propagação apresentam alterações muito significativas em relação ao caso em que as fontes são fixas. Um dos objectivos do presente trabalho é estudar a influência do movimento da carga sobre o isolamento acústico de uma parede multicamada, e comparar o desempenho de tais paredes quando submetidas a fontes estacionárias 3D e a fontes móveis 2.5D.

Este artigo apresenta, em primeiro lugar, a formulação matemática, no domínio da frequência, que permite o cálculo do campo de pressão gerado na presença de uma parede multicamada quando sujeita a fontes fixas 3D e a fontes móveis 2.5D. Apresenta-se, depois, um conjunto de aplicações numéricas para comparar as respostas geradas pelos dois tipos de fonte. Descreve-se, então, a metodologia utilizada para a obtenção de respostas no domínio do tempo a partir dos cálculos efectuados no domínio da frequência. Recorre-se ao exemplo de uma parede dupla para ilustrar as principais conclusões.

## 2 Formulação matemática

Nesta secção apresenta-se a formulação matemática que permite a avaliação do isolamento acústico conferido por paredes multicamada. As paredes são feitas a partir de uma série de camadas elásticas e fluidas, de extensão infinita, sendo a parede delimitada por meios fluidos de ambos os lados. O campo incidente pode ser gerado por fontes 3D ou por fontes 2.5D em movimento.

### 2.1 Parede multicamada sujeita a fontes 3D

As ondas de pressão geradas por uma fonte pontual harmónica, localizada em  $(x_0, y_0, z_0)$ , no lado esquerdo da parede (fluido exterior), num meio fluido uniforme (Figura 1), podem ser expressas por:

$$\hat{p}_{inc}(x, y, z, \omega) = \frac{e^{i \frac{\omega}{\alpha^{f_{outer}}} (t - r_{000})}}{r_{000}}, \quad (1)$$

em que  $\omega$  é a frequência de excitação,  $i = \sqrt{-1}$  e  $r_{000} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$ ,  $\alpha^{f_{outer}} = \sqrt{\lambda_f^{outer} / \rho_f^{outer}}$  é a velocidade de propagação das ondas acústicas no meio fluido,  $\lambda_f^{outer}$  é a constante de Lamé do fluido, e  $\rho_f^{outer}$  é a massa volúmica do fluido.

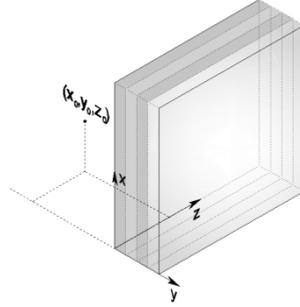


Figura 1 – Geometria do problema.

Esta solução pode ser expressa como um integral de Bessel, seguindo as transformações propostas por Sommerfeld [12,13],

$$\hat{p}_{inc}(x, y, z, \omega) = \frac{e^{i \frac{\omega}{\alpha^{f_{outer}}} r_{000}}}{r_{000}} = -i \int_0^{\infty} J_0(k_y r) \frac{k_y E_f^{f_{outer\_0}}}{v_{nf\_0}^{f_{outer}}} dk_y, \quad (2)$$

em que  $v_{nf\_0}^{f_{outer}} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{\alpha^{f_{outer}}}\right)^2 - k_y^2}$ ,  $E_f^{f_{outer\_0}} = e^{-i v_n^{f_{outer}} |y - y_0|}$ ,  $J_0(\ )$  são funções de Bessel de ordem 0,  $k_y$  é o número de onda na direcção  $y$  e  $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2}$ .

Este integral pode ser expresso como uma soma discreta se se assumir a existência de fontes virtuais, igualmente espaçadas de  $L_y$ , na direcção  $y$ ,

$$\hat{p}_{inc}(x, y, z, \omega) = \frac{-2\pi i}{L_y} \sum_{n=1}^N J_0(k_n r) k_n \frac{E_f^{f_{outer\_0}}}{v_{nf}^{f_{outer}}}, \quad (3)$$

com  $v_{nf}^{f_{outer}} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{\alpha^{f_{outer}}}\right)^2 - k_n^2}$ ,  $k_n = \frac{2\pi}{L_y} n$ . A distância  $L_y$  é definida de modo a prevenir

contaminação espacial proveniente das fontes virtuais, i.e. não deve ser demasiado pequena.

As ondas de pressão incidentes propagam-se e atingem a parede multicamada onde são reflectidas e refractadas, gerando um campo de pressão complexo que se propaga através das diferentes camadas da parede sofrendo fenómenos sucessivos de reflexão e refração. Algumas destas ondas de pressão atingirão eventualmente o outro lado da parede multicamada.

A solução deste fenómeno complexo pode ser obtida adicionando a contribuição de um conjunto de termos de superfície, definidos para a interface de cada material, expressos como a soma de um

potencial dilatacional e de um potencial de corte no caso de uma camada sólida e um potencial dilatacional no caso de uma camada fluida.

As superfícies de contacto sólido-fluido e sólido-sólido geram termos de superfície que podem ser expressos de forma similar aos termos da fonte (campo incidente), usando potenciais com amplitudes desconhecidas *à priori*. As amplitudes dos potenciais são definidas de modo a satisfazer a continuidade de deslocamentos e tensões normais e tensões tangenciais nulas em todas as superfícies de contacto fluido-sólido e continuidade de tensões e deslocamentos ao longo das superfícies de contacto sólido-sólido.

Constrói-se um sistema global de equações da parede multicamada a partir de um conjunto de sub-sistemas de matrizes associadas a cada camada e impondo as condições fronteira. De seguida descrevem-se os potenciais para a criação de cada sub-matriz do sistema.

### Camada sólida

Para a camada sólida  $i$ , os potenciais de deslocamento nas fronteiras esquerda e direita podem ser escritos como:

fronteira esquerda

$$\begin{aligned}\varphi^{s_i, left} &= E_a^{s_i} \sum_{n=1}^{n=+N} \left[ -J_0(k_n r) k_n E_{b0}^{s_i} \text{sign}(y - y^{i, left}) A_n^{1, s_i} \right] \\ \psi^{s_i, left} &= E_a^{s_i} \sum_{n=1}^{n=+N} \left[ J_0(k_n r) k_n \frac{E_{c0}^{s_i}}{-i\gamma_n^{s_i}} A_n^{2, s_i} \right]\end{aligned}$$

fronteira direita

$$\begin{aligned}\varphi^{s_i, right} &= E_a^{s_i} \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ -J_0(k_n r) k_n E_{b1}^{s_i} \text{sign}(y - y^{i, right}) A_n^{3, s_i} \right] \\ \psi^{s_i, right} &= E_a^{s_i} \sum_{n=1}^{n=+N} \left[ J_0(k_n r) k_n \frac{E_{c1}^{s_i}}{-i\gamma_n^{s_i}} A_n^{4, s_i} \right],\end{aligned}\quad (4)$$

com  $E_a^{s_i} = \frac{\pi}{\rho^{s_i} \omega^2 L_y}$ ,  $\rho^{s_i}$  é a massa volúmica da camada sólida  $i$ ,  $E_{c0}^{s_i} = e^{-i\gamma_n^{s_i} |y - y^{i, left}|}$ ,  $E_{c1}^{s_i} = e^{-i\gamma_n^{s_i} |y - y^{i, right}|}$ ,

$y^{i, left}$  e  $y^{i, right}$  são as coordenadas das fronteiras esquerda e direita da camada  $i$ , respectivamente,

$E_{b0}^{s_i} = e^{-i\nu_n^{s_i} |y - y^{i, left}|}$ ,  $E_{b1}^{s_i} = e^{-i\nu_n^{s_i} |y - y^{i, right}|}$ ,  $\nu_n^{s_i} = \sqrt{(k_p^{s_i})^2 - k_n^2}$  ( $\text{Im}(\nu_n^{s_i}) \leq 0$ ),  $\gamma_n^{s_i} = \sqrt{(k_s^{s_i})^2 - k_n^2}$

( $\text{Im}(\gamma_n^{s_i}) \leq 0$ ),  $k_p^{s_i} = \omega/\alpha^{s_i}$  e  $k_s^{s_i} = \omega/\beta^{s_i}$ .  $\alpha^{s_i}$  e  $\beta^{s_i}$  são as velocidades das ondas dilatacionais e de corte no meio sólido.  $A_n^{k, s_i}$  ( $k=1, 4$ ) são as amplitudes dos potenciais de deslocamento no sólido.

### Camada fluida

No caso de uma camada fluida, apenas um potencial dilatacional deve ser definido, visto que não são admitidas tensões de corte no fluido. Para a camada fluida,  $i$ , com a constante de Lamé  $\lambda^{f_i}$  e uma velocidade das ondas acústicas  $\alpha^{f_i}$ , os potenciais dilatacionais nas fronteiras esquerda e direita podem ser escritos como

fronteira esquerda

fronteira direita

$$\varphi^{f_i, left} = \frac{-2\pi i}{L_y} \sum_{n=1}^{n=+N} \left[ J_0(k_n r) k_n \frac{-(\alpha^{f_i})^2}{\omega^2 \lambda^{f_i}} \frac{E_{f0}^{f_i}}{\nu_{nf}^{f_i}} A_n^{1, f_i} \right] \quad \varphi^{f_i, right} = \frac{-2\pi i}{L_y} \sum_{n=1}^{n=+N} \left[ J_0(k_n r) k_n \frac{-(\alpha^{f_i})^2}{\omega^2 \lambda^{f_i}} \frac{E_{f1}^{f_i}}{\nu_{nf}^{f_i}} A_n^{2, f_i} \right] \quad (5)$$

com  $E_{f_0}^{f_i} = e^{-i v_n^{f_i} |y - y^{i, left}|}$ ,  $E_{f_1}^{f_i} = e^{-i v_n^{f_i} |y - y^{i, right}|}$ ,  $y^{i, left}$  e  $y^{i, right}$  são as coordenadas das fronteiras esquerda e direita da camada fluida  $i$ , respectivamente,  $v_{nf}^{f_i} = \sqrt{k_{f_i}^2 - k_n^2}$ , com  $\text{Im}(v_{nf}^{f_i}) \leq 0$  e  $k_{f_i} = \omega / \alpha^{f_i}$ .  $A_n^{1, f_i}$  e  $A_n^{2, f_i}$  são as amplitudes dos potenciais dilatacionais.

### Fluidos que limitam a parede multicamada

Assumindo que o fluido exterior tem uma constante de Lamé  $\lambda^{f_{outer}}$  e permite uma velocidade de propagação das ondas de  $\alpha^{f_{outer}}$ , e que o fluido interior tem uma constante de Lamé  $\lambda^{f_{inner}}$  e permite uma velocidade de propagação das ondas acústicas de  $\alpha^{f_{inner}}$ , os potenciais dilatacionais respectivos são:

fluido exterior

$$\varphi^{f_{outer}} = \frac{-2\pi i}{L_y} \sum_{n=1}^{n=+N} \left[ J_0(k_n r) k_n \frac{-(\alpha^{f_{outer}})^2}{\omega^2 \lambda^{f_{outer}}} \frac{E_f^{f_{outer}}}{v_{nf}^{f_{outer}}} A_n^{f_{outer}} \right]$$

fluido interior

$$\varphi^{f_{inner}} = \frac{-2\pi i}{L_y} \sum_{n=1}^{n=+N} \left[ J_0(k_n r) k_n \frac{-(\alpha^{f_{inner}})^2}{\omega^2 \lambda^{f_{inner}}} \frac{E_f^{f_{inner}}}{v_{nf}^{f_{inner}}} A_n^{f_{inner}} \right], \quad (6)$$

com  $E_f^{f_{outer}} = e^{-i v_{nf}^{f_{outer}} |y|}$ ,  $E_f^{f_{inner}} = e^{-i v_{nf}^{f_{inner}} |y-h|}$ ,  $v_{nf}^{f_{outer}} = \sqrt{k_{f_{outer}}^2 - k_n^2}$ ,  $v_{nf}^{f_{inner}} = \sqrt{k_{f_{inner}}^2 - k_n^2}$  sendo  $\text{Im}(v_{nf}^{f_{outer}}) \leq 0$ ,  $\text{Im}(v_{nf}^{f_{inner}}) \leq 0$ ,  $k_{f_{outer}} = \omega / \alpha^{f_{outer}}$  e  $k_{f_{inner}} = \omega / \alpha^{f_{inner}}$ .  $A_n^{f_{outer}}$  e  $A_n^{f_{inner}}$  são as amplitudes dos potenciais dilatacionais associados aos fluidos externos.

A amplitude desconhecida dos potenciais é definida através das condições fronteira impostas, conduzindo a um sistema de  $m$  equações, com  $m = 2 + 2n_f + 4n_s$  ( $n_s$  e  $n_f$  são o número de camadas sólidas e fluidas existentes na parede, respectivamente). Utilizando a formulação descrita, a pressão nos fluidos externos à parede pode ser calculada:

à esquerda da parede multicamada

$$\hat{p}(x, y, z, \omega) = \frac{e^{\frac{i\omega}{\alpha^{f_{outer}}}(z - r_{000})}}{r_{000}} + \frac{-2\pi i}{L_y} \sum_{n=1}^{n=+N} \left[ J_0(k_n r) k_n \frac{E_f^{f_{outer}}}{v_{nf}^{f_{outer}}} A_n^{f_{outer}} \right], \quad (7)$$

à direita da parede multicamada

$$\hat{p}(x, y, z, \omega) = \frac{-2\pi i}{L_y} \sum_{n=1}^{n=+N} \left[ J_0(k_n r) k_n \frac{E_f^{f_{inner}}}{v_{nf}^{f_{inner}}} A_n^{f_{inner}} \right]. \quad (8)$$

## 2.2 Parede multicamada sujeita a fontes móveis 2.5D

A aplicação de uma transformada espacial de Fourier à Equação (1) na direcção  $z$  origina um campo incidente de pressão linear, cuja amplitude varia sinusoidalmente na dimensão ( $z$ ),

$$p_{inc}(x, y, k_z, \omega) = \frac{-i}{2} H_0(k_{f_{left}} r_0) e^{-ik_z(z-z_0)}, \quad (9)$$

em que  $H_n(\dots)$  são segundas funções de Hankel de ordem  $n$ ,  $k_{f_{left}} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{\alpha^{f_{outer}}}\right)^2 - k_z^2}$ , com

$\text{Im}(k_{f_{left}}) < 0$ ,  $r_0 = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$ , e  $k_z$  é o número de onda axial.

Assumindo a presença de um número infinito de fontes igualmente espaçadas ao longo da direcção  $z$ , o campo incidente tridimensional, inicial, pode ser escrito como:

$$\hat{p}_{inc}(x, y, z, \omega) = \frac{2\pi}{L_{vs}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} p_{inc}(x, y, k_z, \omega) e^{-ik_{zm}(z-z_0)}, \quad (10)$$

em que  $L_{vs}$  é a distância entre fontes virtuais, e  $k_{zm} = \frac{2\pi}{L_{vs}} m$ .

Esta equação converge e pode ser aproximada por uma soma de termos finito. A distância  $L_{vs}$  necessita de ser suficiente grande para evitar contaminação espacial. O uso de frequências complexas reduz também a influência das fontes virtuais vizinhas. O campo de pressões 3D pode assim ser calculado como a pressão irradiada por uma soma de fontes lineares harmónicas, cuja amplitude varia sinusoidalmente na dimensão  $z$ .

Cada uma destas fontes pode ser vista como uma fonte móvel harmónica 2.5D que se move com uma velocidade  $c_m$  ao longo da direcção  $z$ , sendo  $c_m = \frac{\omega}{k_z}$ .

Cada uma destas fontes, expressas conforme a Equação (9), pode ser escrita como um integral de ondas planas. Este integral pode ser transformado num somatório se um número infinito de fontes for distribuído ao longo da direcção  $x$  em intervalos iguais  $L_x$ , conduzindo à expressão,

$$p_{inc}(x, y, k_z, \omega) = \frac{-i}{2} H_0(k_{f_{left}} r_0) e^{-ik_z(z-z_0)} = -\frac{i}{L_x} \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ \frac{E_{nfz}^{f_{outer}}}{V_{nfz}^{f_{outer}}} \right] E_d e^{-ik_z(z-z_0)}, \quad (11)$$

sendo  $E_{nfz}^{f_{outer}} = e^{-iv_{nfz}^{f_{outer}}|y-y_0|}$ ,  $V_{nfz}^{f_{outer}} = \sqrt{k_{f_{outer}}^2 - k_z^2 - k_{nx}^2}$  com  $(\text{Im}(V_{nfz}^{f_{outer}}) \leq 0)$ ,  $k_{nx} = \frac{2\pi}{L_x} n$  e

$$E_d = e^{-ik_{nx}(x-x_0)}.$$

A resposta da parede multicamada a cada uma destas fontes harmonicas móveis 2.5D pode ser calculada usando um procedimento similar ao usado para a fonte 3D, baseado na definição de potenciais dilatacionais e de corte. Para cada camada sólida, em cada interface, é necessário definir um potencial dilatacional e dois potenciais de corte, enquanto que para uma camada fluida apenas é necessário definir um potencial dilatacional em cada interface da camada.

### Camada sólida

Para a camada sólida  $i$ , os potenciais de deslocamento do sólido nas fronteiras esquerda e direita são definidos como

fronteira esquerda $\varphi_0^{s_i, left} = E_{az}^{s_i} \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ E_{b0z}^{s_i} A_{nz}^{1, s_i} \right] E_d$ $\psi_{z0}^{s_i, left} = E_{az}^{s_i} \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ \frac{-k_{nx} E_{c0z}^{s_i}}{\gamma_{nz}^{s_i}} A_{nz}^{2, s_i} \right] E_d$	fronteira direita $\varphi_0^{s_i, right} = E_{az}^{s_i} \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ E_{b1z}^{s_i} A_{nz}^{4, s_i} \right] E_d$ $\psi_{z0}^{s_i, right} = E_{az}^{s_i} \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ \frac{-k_{nx} E_{c1z}^{s_i}}{\gamma_{nz}^{s_i}} A_{nz}^{5, s_i} \right] E_d$
---	--

(12)

$$\psi_{x0}^{s_i, left} = E_{az}^{s_i} k_z \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ \frac{-E_{c0z}^{s_i}}{\gamma_{nz}^{s_i}} A_{nz}^{3,s_i} \right] E_d \quad \psi_{x0}^{s_i, right} = E_{az}^{s_i} k_z \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ \frac{-E_{c1z}^{s_i}}{\gamma_{nz}^{s_i}} A_{nz}^{6,s_i} \right] E_d$$

sendo  $E_{az}^{s_i} = \frac{1}{2\rho^{s_i} \omega^2 L_x}$ ,  $E_d = e^{-ik_n(x-x_0)}$ ,  $E_{c0z}^{s_i} = e^{-i\gamma_{nz}^{s_i}|y-y^i, left|}$ ,  $E_{c1z}^{s_i} = e^{-i\gamma_{nz}^{s_i}|y-y^i, right|}$ ,  $E_{b0z}^{s_i} = e^{-i\gamma_{nz}^{s_i}|y-y^i, left|}$ ,

$$E_{b1z}^{s_i} = e^{-i\gamma_{nz}^{s_i}|y-y^i, right|}, \quad \nu_{nz}^{s_i} = \sqrt{(k_p^{s_i})^2 - k_z^2 - k_{nx}^2}, \quad (\text{Im}(\nu_{nz}^{s_i}) \leq 0) \quad \text{e} \quad \gamma_{nz}^{s_i} = \sqrt{(k_s^{s_i})^2 - k_z^2 - k_{nx}^2} \quad (\text{Im}(\gamma_{nz}^{s_i}) \leq 0).$$

$A_{nz}^{k,s_i}$  ( $k=1,6$ ) são as amplitudes dos potenciais de deslocamento do sólido.

### Camada fluida

Para a camada fluida,  $i$ , os potenciais dilatacionais nas fronteiras esquerda e direita podem ser escritos como

$$\begin{array}{cc} \text{fronteira esquerda} & \text{fronteira direita} \\ \varphi_{f_i, outer}^{f_i} = -\frac{i}{L_x} \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ \frac{-(\alpha^{f_i})^2 E_{f0z}^{f_i}}{\omega^2 \lambda^{f_i} \nu_{nfz}^{f_i}} A_{nz}^{1,f_i} \right] E_d & \varphi_{f_i, inner}^{f_i} = -\frac{i}{L_x} \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ \frac{-(\alpha^{f_i})^2 E_{f1z}^{f_i}}{\omega^2 \lambda^{f_i} \nu_{nfz}^{f_i}} A_{nz}^{2,f_i} \right] E_d \end{array} \quad (13)$$

com  $E_{f0z}^{f_i} = e^{-i\nu_{nfz}^{f_i}|y-y^i, left|}$ ,  $E_{f1z}^{f_i} = e^{-i\nu_{nfz}^{f_i}|y-y^i, right|}$  e  $\nu_{nfz}^{f_i} = \sqrt{k_{f_i}^2 - k_z^2 - k_{nx}^2}$ , com  $\text{Im}(\nu_{nfz}^{f_i}) \leq 0$ .

### Fluidos externos à parede multicamada

Os potenciais dilatacionais definidos para os fluidos externos à parede multicamada são os seguintes

$$\begin{array}{cc} \text{fluido exterior} & \text{fluido interior} \\ \varphi_0^{f_{outer}} = -\frac{i}{L_x} \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ \frac{-(\alpha^{f_{outer}})^2 E_{fz}^{f_{outer}}}{\omega^2 \lambda^{f_{outer}} \nu_{nfz}^{f_{outer}}} A_{nz}^{f_{outer}} \right] E_d & \varphi_0^{f_{inner}} = -\frac{i}{L_x} \sum_{n=-N}^{n=+N} \left[ \frac{-(\alpha^{f_{inner}})^2 E_{fz}^{f_{inner}}}{\omega^2 \lambda^{f_{inner}} \nu_{nfz}^{f_{inner}}} A_{nz}^{f_{inner}} \right] E_d \end{array} \quad (14)$$

sendo  $E_{fz}^{f_{outer}} = e^{-i\nu_{nfz}^{f_{outer}}|y|}$ ,  $E_{fz}^{f_{inner}} = e^{-i\nu_{nfz}^{f_{inner}}|y-h|}$ ,  $\nu_{nfz}^{f_{outer}} = \sqrt{k_{f_{outer}}^2 - k_z^2 - k_{nx}^2}$ ,  $\nu_{nfz}^{f_{inner}} = \sqrt{k_{f_{inner}}^2 - k_z^2 - k_{nx}^2}$

com  $\text{Im}(\nu_{nfz}^{f_{outer}}) \leq 0$  e  $\text{Im}(\nu_{nfz}^{f_{inner}}) \leq 0$ .  $h$  é a espessura total do sistema multicamada.

Para cada onda plana, definida pelos valores de  $k_{nx}$  e  $k_z$ , um sistema global de  $m$  equações ( $m = 2 + 2n_f + 6n_s$  com  $n_s$  e  $n_f$  sendo respectivamente o número de camadas sólidas e fluidas da parede multicamada) pode ser escrito, após a definição de cada sub-matriz associada com cada camada fluida e sólida e impondo as condições fronteira adequadas. A resolução deste sistema de equações permite determinar a amplitude dos potenciais.

## 3 Exemplos numéricos

Apresenta-se, de seguida, um conjunto de aplicações numéricas analisando o isolamento acústico proporcionado por uma parede multicamada quando sujeita quer a uma fonte fixa 3D, quer a fontes móveis 2.5D. Considere-se uma parede dupla, infinita sujeita a um campo de pressões sonoras gerado por uma fonte 3D fixa, posicionada em (0.0, -2.06, 0.0 m), ou a uma fonte móvel 2.5D, localizada em

(0.0, - 2.06 m ), e que se desloca segundo a direcção z. Calculam-se, para este caso, respostas em frequência e no tempo.

Para avaliar o isolamento sonoro proporcionado pela parede, as respostas foram calculadas na gama de frequências [2.0, 8192.0 Hz]. A pressão sonora é calculada de ambos os lados da parede, nos meios interior e exterior (contendo a fonte), sobre uma grelha de receptores. Obtiveram-se também respostas no domínio do tempo através da aplicação de uma transformada inversa de Fourier, considerando, para este efeito, que a fonte emite um pulso de Ricker. Nestas respostas, a duração total da janela de tempo analisada depende do incremento de frequência usado no cálculo, sendo  $T = 2\pi/\Delta\omega$  ( $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$ ). Para evitar a ocorrência de fenómenos de “aliasing”, faz-se uso de frequências complexas, com uma pequena parte imaginária, definidas como  $\omega_c = \omega - i\eta$  (com  $\eta = 0.7\Delta\omega$ ). O efeito de amortecimento desta componente é, depois, removido, multiplicando a resposta no tempo por  $e^{\eta t}$ . Para o cálculo das respostas no tempo aqui apresentadas, considerou-se um incremento de frequência de 1.0 Hz, efectuando-se o cálculo entre 1.0 e 2048.0 Hz, o que permite a análise de uma janela temporal com a duração de 1.0s. Neste caso, as respostas são calculadas sobre grelhas de receptores colocados sobre dois planos, correspondentes a  $y=0.0$  m e  $z=0.0$  m. Adopta-se um espaçamento constante entre receptores de 0.125 m, nas direcções x, y e z.

Nos exemplos apresentados, as paredes modeladas são constituídas por material cerâmico, considerando-se para este material um módulo de elasticidade de 6.0 GPa, um coeficiente de Poisson de 0.2 e uma massa volúmica de 1400.0 kg/m<sup>3</sup>. Neste material, as ondas dilatacionais e de corte propagam-se com velocidades de 2182.2 m/s e 1336.3 m/s respectivamente. O meio fluido envolvente é o ar, permitindo velocidades de propagação do som de 340.0 m/s e apresentando uma massa volúmica de 1.22 kg/m<sup>3</sup>.

### 3.1 Excitação gerada por uma fonte 3D

Para esta análise, considera-se uma parede dupla, de material cerâmico, composta de dois painéis com 0.1 m e 0.15 m de espessura, com uma caixa-de-ar com 0.05 m, submetida a uma fonte fixa 3D. A Figura 2 mostra as respostas no domínio do tempo nos instantes  $t=15.0$  ms e  $t=35.0$  ms. Usa-se, nestes gráficos, uma escala de cores que representa a pressão sonora, aumentando dos tons azuis para os vermelhos. Na Figura 2, o gráfico da esquerda mostra as respostas no fluido que contém a fonte (fluido exterior), enquanto que o da direita mostra os resultados obtidos do outro lado da parede (fluido interior). Utilizam-se escalas distintas para os dois gráficos, uma vez que existe uma diferença marcada de amplitude das respostas como resultado do isolamento acústico proporcionado pela parede.

Para  $t=15.0$  ms, o gráfico do lado esquerdo na Figura 2a mostra, claramente, dois pulsos que correspondem ao pulso incidente directo, e a um pulso reflectido pela parede. No gráfico do lado direito, torna-se evidente um decréscimo acentuado de amplitude dos pulsos, em comparação com aqueles observados no meio contendo a fonte. As respostas no fluido interior indicam o desenvolvimento de um conjunto de pulsos adicionais (ondas guiadas) que não eram visíveis nos primeiros instantes (não ilustrado). Além destas ondas guiadas, desenvolvem-se também ondas de corpo, não perceptíveis nos gráficos dada a sua pequena amplitude.

Para  $t=35.0$  ms, as respostas exibem pulsos adicionais produzidos por refrações e conversões de modo nas várias interfaces da parede, e ainda ondas dispersivas guiadas que viajam ao longo da parede. A escala do gráfico da esquerda não permite que essas ondas sejam visualizadas. No entanto, as características destas ondas guiadas no fluido exterior são semelhantes aos do gráfico da direita.

Um conjunto de pulsos de alta frequência é claramente visível após a chegada das primeiras ondas dilatacionais, seguido por um outro conjunto de pulsos de baixa frequência, até à chegada das ondas P

e S mais lentas. Dada a frequência característica do pulso incidente apenas as ondas guiadas mais lentas são visíveis.

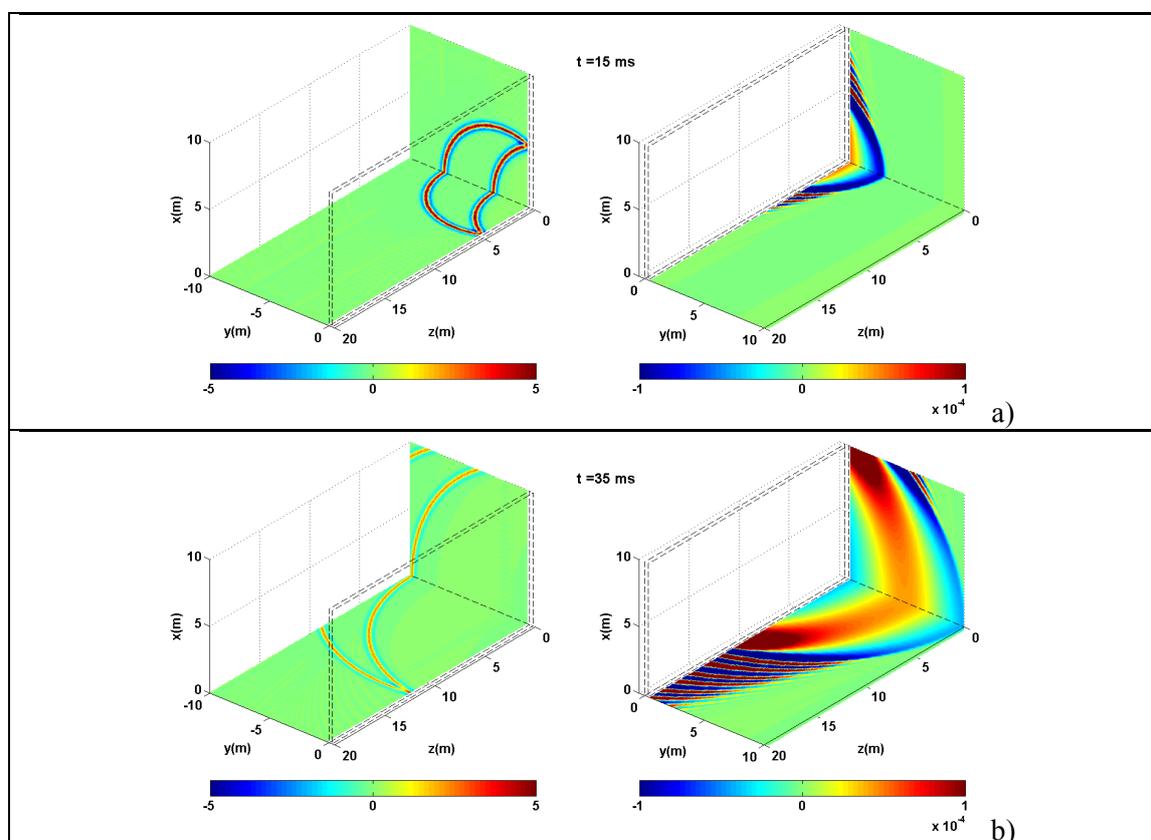


Figura 2 – Resposta de uma parede dupla na presença de uma fonte fixa 3D (500.0 Hz). Pressão sonora nos instantes: a)  $t = 15.0$  ms ; b)  $t = 35.0$  ms .

Adicionalmente, os resultados apresentados mostram ainda a contribuição de pulsos que se originam na frequência de ressonância do conjunto massa-ar-massa. A resposta tem um comportamento periódico associado à frequência de ressonância massa-ar-massa,

$$1 / \frac{\alpha_f^{f_{outer}}}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_f^{f_{outer}}}{h_2} \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)} = 34.3 \text{ ms} \text{ (onde } m_1 \text{ e } m_2 \text{ são as massas de cada painel (kg/m}^2\text{))}. \text{ Este}$$

fenómeno pode ser observado com facilidade para  $t = 35.0$  ms em  $z=0.0$  m (observem-se as duas faixas azuis distanciadas de  $34.3/1000.0 \times 340.0 = 11.7$  m). À medida que o tempo avança, novos pulsos vão sendo gerados, com amplitudes sucessivamente menores.

A Figura 3a ilustra o nível médio de pressão sonora no fluido interior e o isolamento sonoro conferido pela parede dupla. O nível médio de pressão sonora apresenta picos associados com a frequência de ressonância do conjunto massa-ar-massa, com o efeito de coincidência e com as frequências de ressonância da caixa-de-ar. A posição da frequência de ressonância do conjunto é muito próxima da

$$\text{calculada utilizando a expressão simplificada } f_{res} = \frac{\alpha_f^{f_{outer}}}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_f^{f_{outer}}}{h_2} \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)} = 29.16 \text{ Hz} .$$

Nesta curva, os picos correspondentes ao efeito de coincidência ocorrem na vizinhança das

frequências de 301.6 Hz e de 201.06 Hz, previstas pela equação  $f_c = \frac{(\alpha^{f_{outer}})^2}{1.8138h_i} \sqrt{\frac{\rho^{s_1}(1-\nu^{s_1})}{E^{s_1}}}$ , onde

$h_i$  é a espessura do painel, e  $E^{s_1}$  e  $\nu^{s_1}$  são, respectivamente, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material cerâmico.

As posições, no domínio da frequência, correspondentes aos picos de ressonância na caixa-de-ar são, também, claramente visíveis. Como esperado, a curva de isolamento (Figura 3b) exibe quebras de isolamento associadas a todos estes fenómenos.

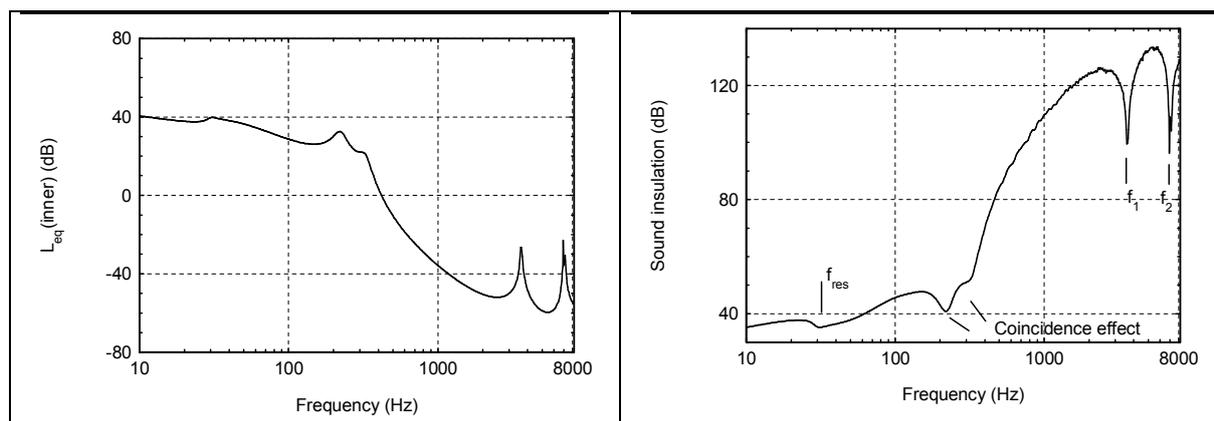


Figura 3 – Nível médio de pressão sonora no fluido interior (esquerda) e isolamento sonoro (direita) proporcionado por uma parede dupla, com painéis de 0.1 m e 0.15 m de espessura, e uma caixa-de-ar com 0.05 m, quando sujeita a ondas de pressão geradas por uma fonte 3D.

### 3.2 Excitação gerada por uma fonte móvel 2.5D

A Figura 4 apresenta as imagens registadas para apenas um instante temporal, considerando uma frequência central do pulso de Ricker de 500.0 Hz, e  $c_m = 500.0$  m/s, no qual a fonte móvel passa no ponto localizado em  $z = 12.5$  m ( $t = 25.0$  ms). As ondas guiadas são claramente visíveis à frente da fonte móvel, uma vez que apresentam uma velocidade superior à da fonte.

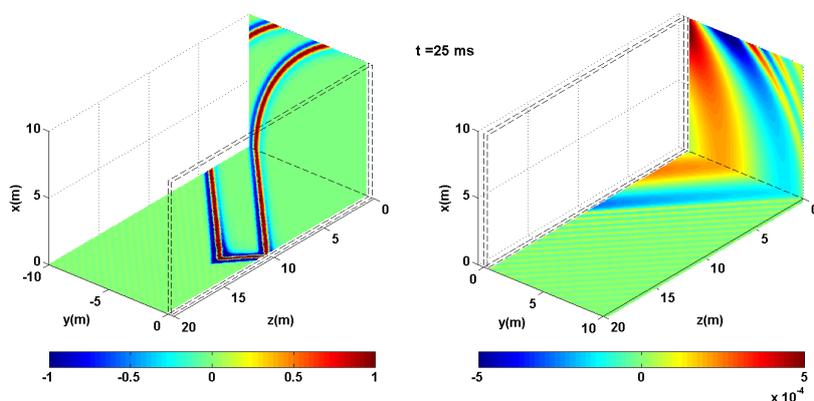


Figura 4 – Resultados para uma fonte móvel 2.5D (500.0 Hz) na presença de uma parede dupla. Respostas no domínio do tempo quando a fonte se move com  $c_m = 500.0$  m/s.

Adicionalmente, existem pulsos facilmente distinguíveis, que surgem com algum atraso de tempo, associados com a frequência de ressonância massa-ar-massa. Não são visíveis pulsos associados com as frequências de ressonância no interior da caixa-de-ar, uma vez que a frequência característica da fonte é bastante mais baixa do que as frequências de excitação desses impulsos.

Na Figura 5 apresentam-se respostas no domínio da frequência. Torna-se evidente que o nível médio de pressão sonora diminui quando a velocidade da fonte móvel 2.5D diminui (Figura 5a). À medida que a velocidade da fonte aumenta, os resultados apresentados mostram que os picos relativos ao efeito de coincidência, à ressonância massa-ar-massa e às frequências de ressonância da camada de ar se tornam mais evidentes. A curva de isolamento (Figura 5b) reflecte essas mesmas conclusões. O isolamento sonoro aumenta à medida que a velocidade da fonte em movimento diminui, e registam-se também quebras associadas com os mesmos fenómenos dinâmicos.

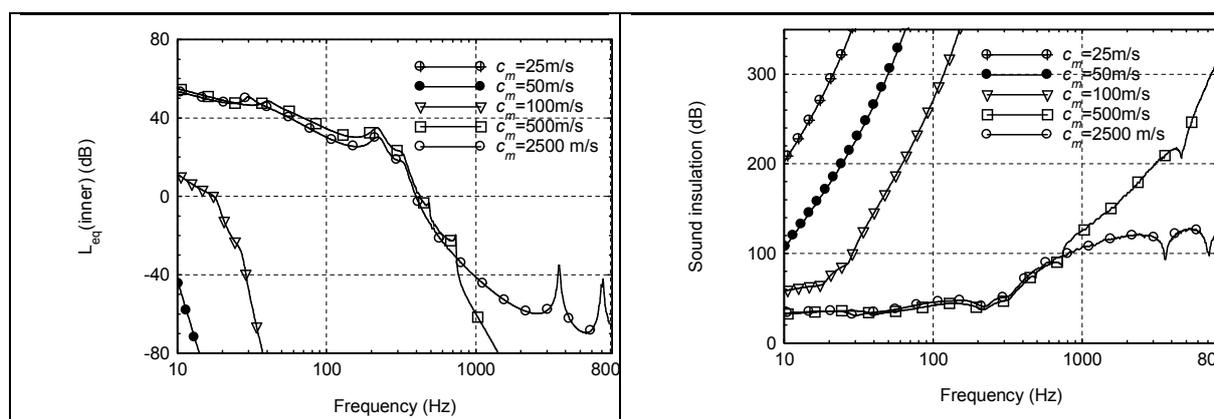


Figura 5 – Nível médio de pressão sonora no fluido interior (esquerda) e isolamento sonoro (direita) proporcionado por uma parede dupla, com painéis de 0.1 m e 0.15 m de espessura, e uma caixa-de-ar com 0.05 m, quando sujeita a ondas de pressão geradas por uma fonte móvel 2.5D, movendo-se com velocidades  $c_m = 25.0$  m/s,  $c_m = 50.0$  m/s,  $c_m = 100.0$  m/s,  $c_m = 500.0$  m/s e  $c_m = 2500.0$  m/s.

## 4 Conclusões

No presente artigo foi apresentada uma abordagem analítica para o cálculo da pressão sonora gerada por fontes fixas 3D e móveis 2.5D iluminando sistemas de paredes multicamada. O isolamento sonoro de uma parede submetida a uma fonte fixa 3D pode ser determinado a partir da resposta dessa parede quando sujeita a cargas lineares harmónicas 2.5D, requerendo a aplicação de uma dupla transformada espacial de Fourier. No entanto, esta abordagem é computacionalmente exigente, pelo que se propôs no presente trabalho o cálculo do isolamento através da aplicação de uma única transformada de Bessel, originando um procedimento mais eficiente. Note-se, contudo, que as cargas 2.5D mencionadas podem ser vistas como fontes móveis que se deslocam ao longo de um eixo paralelo à parede, pelo que se usa este conceito para avaliar o isolamento sonoro da parede quando sujeita a cargas móveis.

Através dos resultados apresentados, verificou-se que para fontes móveis 2.5D com velocidades superiores às das ondas guiadas, o campo de pressões forma um cone que se desloca com a fonte, uma vez que a carga está em movimento mais rápido do que aquelas ondas. Para menores velocidades da fonte 2.5D, observou-se que as componentes de frequência mais elevada da resposta diminuem, enquanto que o isolamento acústico proporcionado pela parede aumenta acentuadamente. Quebras de isolamento associadas com os vários mecanismos de vibração da parede foram identificados.

## 5 Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da Fundação para a Ciência e Tecnologia, Portugal, no âmbito do projecto PTDC/ECM/114505/2009.

## 6 Referências

- [1] Warnock, A. C. C.; Fasold, W. Sound Insulation: Airborne and Impact, *Encyclopedia of Acoustics*, 3, 1129-1161, A Wiley-Interscience Publication, New York (USA), 1997.
- [2] London, A. Transmission of Reverberant Sound through Double walls, *J. Acoust. Soc. Am.*, 22, 1950, pp. 270-279.
- [3] Beranek, L.L. *Noise Reduction*, McGraw-Hill Book Company Inc., 1960.
- [4] Fahy, F. *Foundations of Engineering Acoustics*, Academic Press, 2001.
- [5] Mechel, F. P. *Formulas of Acoustics*, Springer Verlag, Berlin, 2002.
- [6] Tadeu, A.; António, J. Acoustic Insulation of Single Panel Walls Provided by Analytical Expressions versus the Mass Law, *J. Sound Vibrat.*, 257(3), 2002, pp. 457-475.
- [7] António, J.; Tadeu, A.; Godinho, L. Analytical Evaluation of the Acoustic Insulation Provided by Double Infinite Walls, *J. Sound Vibrat.*, 263(1), 2003, pp. 113-129.
- [8] Tadeu, A.; Pereira, A.; Godinho, L.; António, J. Prediction of airborne sound and impact sound insulation provided by single and multilayer systems using analytical expressions, *Appl. Acoust.*, 68(1), 2007, pp. 17-42.
- [9] Sheng, X.; Jones, C.J.C.; Petyt, M. Ground vibration generated by a load moving along a railway track, *J. Sound Vibrat.* 228(1), 1999, pp. 129–156.
- [10] Xia, H.; Cao, Y.M.; De Roeck, G. Theoretical modeling and characteristic analysis of moving-train induced ground vibrations, *J. Sound Vibrat.*, 329(7), 2010, pp. 819–832.
- [11] Tanaka, K.; Ishii, S. Acoustic radiation from a moving line source, *J. Sound Vibrat.*, 77(3), 1981, pp. 397-401.
- [12] Sommerfeld, A. *Mechanics of deformable bodies*, Academic Press, Inc., New York, 1950.
- [13] Ewing, W. M.; Jardetzky, W. S. *Elastic Waves in Layered Media*, McGraw-Hill Book Company Inc, 1957.
- [14] Tadeu, A.; António, J.; Godinho, L. Amado Mendes, P., Simulation of sound absorption in 2D thin elements using a coupled BEM/TBEM formulation in the presence of fixed and moving 3D sources, *J. Sound Vibrat.* 331, 2012, pp. 2386–2403.