

# UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR DOS CORDOFONES FRICCIONADOS

Maria L. N. Grillo<sup>1</sup>, Luiz R. P. L. Baptista<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Universidade do Estado do Rio de Janeiro

<sup>1</sup>mluciag@uerj.br

<sup>2</sup>maestroluizroberto@ig.com.br

## Resumo

Buscamos uma abordagem interdisciplinar da Acústica Musical, através dos cordofones friccionados, nas áreas: Física, Música, Matemática, Psicologia, História e Filosofia. Estudamos, entre outros temas, a Física dos instrumentos: violino, viola, violoncelo e contrabaixo. Esses instrumentos são semelhantes à voz humana por não serem temperados, devido à capacidade timbrística elástica e também pelos vibratos. Sua origem é imprecisa, mas já eram conhecidos na época do Renascimento. Foram muito utilizados no Barroco auxiliando também na doutrina dos afetos. Podem ser tocados com os metais (escala natural/série harmônica), utilizando quartos de tom (música contemporânea) e ao serem acompanhados por instrumentos como o piano utilizam a escala temperada, mais comum no Ocidente. Concluímos que a Acústica Musical, sob a ótica dos cordofones, é um elo de ligação entre várias áreas, permitindo um conhecimento mais amplo de cada uma individualmente e suas relações.

**Palavras-chave:** acústica musical, interdisciplinaridade, cordofones friccionados.

## Abstract

We seek an interdisciplinary approach to Musical Acoustics, by the bowed string instruments, in the following areas: Physics, Music, Mathematics, Psychology, History and Philosophy. We studied, among other things, the physics of instruments: violin, viola, cello and bass. These instruments are similar to the human voice because they are not temperate, due to elastic timbre and also by vibratos. Its origin is unclear, but were already known during the Renaissance. They were widely used in the Baroque also helping in the doctrine of the affections. Can be played with metals (natural scale / harmonic series), using quarter tones (contemporary music) and be accompanied by instruments like the piano using the tempered scale, more common in the West. We conclude that the Musical Acoustics, from the viewpoint of string instruments, is a link between different areas, allowing a broader knowledge of each one individually and their relationships.

**Keywords:** musical acoustic, interdisciplinarity, bowed string instruments

**PACS no. 43.75.+a**

## 1 Introdução

Uma analogia imediata se faz presente entre os instrumentos de cordas e o corpo humano. Somos entrecortados por veias e vasos sanguíneos que se assemelham às cordas dos instrumentos, e aliás, antes das cordas serem de metal elas eram feitas de tripa de carneiro. Talvez aí resida o fato das cordas ou os instrumentos de cordas serem inconscientemente tão importantes para a Música e para os músicos. Nas veias se encontram os nutrientes que são levados para o corpo todo; nas cordas têm início as vibrações que são levadas para todas as partes do instrumento. Todos os grandes

compositores da História da Música escreveram para os instrumentos de cordas friccionadas: Violino, Viola, Violoncelo (tendo um mesmo padrão de construção) e o Contrabaixo (com um modelo de construção baseado na Viola da Gamba). Os instrumentos de um modo geral pedem sempre uma “Família” de instrumentos que passa necessariamente pelo subgrave, grave, médio, agudo e superagudo. Isso está sustentado pela capacidade de percepção humana dos sons. A Escala Geral, composta de 97 sons considerados musicais, delimita isso, mas é possível ultrapassá-la chegando mesmo aos infra-sons e ultra-sons, que não podem ser percebidos pelo ouvido humano.

A História nos apresenta algumas versões sobre o aparecimento e o desenvolvimento dos instrumentos de cordas friccionadas ao longo do tempo. O formato atual deles tem origem na Renascença (séc.XVI) e o desenvolvimento se deu no Barroco e Classicismo com os famosos Luthiers: Ammati, Stradivari, Guarneri e outros. Questiona-se hoje a real eficácia destes instrumentos antigos em relação aos modernos instrumentos. Uma coisa vale ressaltar: esses instrumentos de cordas friccionadas melhoram muito ao longo do tempo e sendo tocados por músicos de técnica precisa têm um ganho sonoro grande. Então, depende também de quem os toca, a sonoridade vai crescendo e as respostas acústicas vão se ampliando com o ato de executar as notas conscientemente (obedecendo as frequências determinadas).

O Vibrato é um outro aspecto muito importante para estes instrumentos que mudam muito sendo tocados sem vibrato e com vibrato regular (que é a alternância de ínfimas desafinações com a frequência pretendida). Nisso se parece muito com a voz humana que pede naturalmente o vibrato (variando a velocidade e a regularidade).

## 2 Uso e Funcionamento

### 2.1 Propriedades gerais

Os cordofones friccionados (ou a arco, em inglês “bowed”) são usados principalmente em orquestras sinfônicas, em músicas eruditas. Seu uso é bem amplo também em pequenos grupos (orquestras de câmara, quintetos, quartetos ou em solo, em geral com outros instrumentos) em músicas populares. Para serem executados, as cordas “são tangenciadas fricativamente, a arco” [1]. A evolução desses instrumentos foi lenta e acompanhou o “progresso tecnológico e a diversidade e as variáveis históricas e sócio-econômico-culturais que vem passando o Ocidente” [1] nos últimos séculos, desde em torno de 1750.

O arco, que propicia o nome de friccionados a estes instrumentos, tem suas particularidades: é constituído de vara, crina, talão e ponta. É feito de uma madeira ao mesmo tempo dura e flexível, sendo usado o Pau-Brasil como preferência pelos Luthiers em diversas partes do mundo. A crina literalmente feita do rabo de cavalos tordilhos (quase brancos ou brancos) é a parte que funcionará como elemento friccionador junto às cordas.

O movimento do arco “para baixo ou para cima” (no violino e na viola) ou “para a direita ou para a esquerda” (no violoncelo e no contrabaixo) gera timbres e intensidades diferentes. O compositor indica nas peças musicais, se determinada nota musical deve ser executada a partir do talão ou da ponta. O talão é a extremidade que recebe a mão do instrumentista e a ponta é a extremidade oposta.

Os instrumentos do naipe das cordas possuem uma riqueza de timbres muito grande, conforme o tipo e o local de excitação da corda: pizzicato (ação direta dos dedos), sul tasto (sobre o espelho – régua que prolonga o braço do instrumento), sul ponticello (próximo ao cavalete ou ponte), martellato (cordas percutidas com as cerdas do arco), ricochet (o arco pula de 2 a 4 vezes sobre a corda), tremolo (movimento de vai-e-vem do arco sobre uma corda) e vibrato (oscilação dos dedos da mão esquerda sobre a corda friccionada) [1]. Esses efeitos geram notas curtas, diferentes das obtidas com arco friccionado lentamente sobre a corda.

Os cordofones friccionados possuem um cavalete ou ponte por onde as cordas passam e transmitem a vibração das cordas para a alma e esta transmite ao tampo e fundo que formam a caixa acústica. É através do ajuste do cavalete, feito por Luthier, que é um profissional que conhece as medidas pertinentes a cada instrumento, que temos a altura e a distância das cordas para o braço e o espelho e entre elas, para que não haja esbarro em corda próxima não desejada pelo executante. Há também o ajuste e posicionamento da alma que faz o instrumento soar desta ou daquela maneira de acordo com a posição dela. A alma é uma pequena coluna de madeira que liga o tampo ao fundo do instrumento, paralela às ilhargas (parte lateral perpendicular ao tampo e ao fundo); tem a função de aliviar a pressão sobre o cavalete e também distribuir as vibrações das cordas pelo corpo do instrumento [2].

Por último há um elemento importante ao qual se costuma dar pouca atenção que é o breu ou resina, o agente que provoca a fricção - "formalmente chamado de colofone, é uma forma sólida da resina obtida de pinheiros e de outras coníferas" [3]. A crina do arco, sem a aquisição do breu, não produz com as cordas fricção e conseqüentemente inviabiliza qualquer som nas cordas. Então tentar usar um arco sem breu nos instrumentos de cordas friccionadas significa que o arco deslizará sem som algum por todo o seu trajeto de ida e volta.

## 2.2 O violino, a viola e o violoncelo

O violino, a viola e o violoncelo formam um grupo classificado como família desde a sua origem, por possuírem características semelhantes, como por exemplo a afinação das suas cordas. O violino é o menor dos cordofones friccionados e tem sua construção baseada no número de ouro, proporção áurea [5].

As cordas dos violinos são  $sol_2$ ,  $ré_3$ ,  $lá_3$  e  $mi_4$  (196 Hz, 293,66 Hz, 440 Hz e 659 Hz respectivamente). Suas músicas são escritas em clave de sol. As notas soam como estão escritas, isto é, não é um instrumento transpositor, assim como a viola e o violoncelo.

As músicas da viola são escritas em clave de dó na 3ª linha. Suas cordas são afinadas uma quinta abaixo das cordas do violino ( $dó_2$ ,  $sol_2$ ,  $ré_3$  e  $lá_3$ ) e são apenas cerca de 15% maiores que as do violino e o principal modo de ressonância está entre 20 a 40% abaixo do violino [4]. "Ao contrário do que acontece com o violino as principais ressonâncias da viola estão entre as frequências das cordas soltas" [5]. A viola passou por várias modificações ao longo de sua história e hoje temos uma viola que não acompanha exatamente as proporções do violino e do violoncelo, o que gera efeitos físicos diferentes. "Para se chegar ao equilíbrio ideal da viola seria preciso que ela fosse consideravelmente maior, o que inviabilizaria seu manuseio normal" [1].

O repertório da viola não é tão amplo quanto o do violino. De início, até a 1ª metade do século XVIII, a viola era usada apenas para tocar uma oitava abaixo da melodia do violino. A partir de 1770 aparecem peças onde a viola entra como solista. Entre o seu repertório destacamos a Sinfonia Concertante para violino e viola K364, do ano 1778, de Mozart, onde a viola é afinada meio-tom acima do padrão (efeito chamado de scordatura). Do século XX destacamos o Concerto para Viola e Orquestra, de 1945, escrito quase todo por Béla Bartók e concluído por seu assistente Tibor Serly.

O violoncelo tem suas cordas afinadas em  $dó_1$ ,  $sol_1$ ,  $ré_2$  e  $lá_2$ . Depois de algumas modificações na sua construção, chegou a seu modelo definitivo em 1680, com Antonio Stradivari. Suas músicas são escritas em 3 claves: fá, dó na 4ª linha e sol.

Seu repertório de destaque teve início com o violoncelista italiano Domenico Gabrieli. Em 1689 ele compôs vários "Ricercari per Violoncello Solo con un Canone a due Violoncelli" e "Alcuni Ricercari per Violoncelli e Basso Continuo", para violoncelo solo. As obras de maior destaque para violoncelo solo são as 6 Suítes de Bach, de 1720, "cuja sonoridade exigida pelo instrumento chega a parecer orquestral, em alguns momentos" [1].

## 2.3 O contrabaixo

O contrabaixo é o maior e mais grave instrumento do naipe das cordas. Suas cordas são afinadas por quartas e não por quintas como os outros três. Possui diferenças de construção em relação aos outros, como as costas planas, pelo fato de ser muito grande e de notas muito graves. Foi usado no Barroco e no Classicismo como apoio ao baixo e no Romantismo ganhou mais importância começando a ser também solista.

Destacamos no seu repertório uma peça do século XVIII, o Concerto para Contrabaixo em Ré Maior, de Giuseppe Capuzzi. O compositor brasileiro Raul do Valle escreveu em 1973 a peça Encadeamento, para 5 contrabaixos, onde o autor explora muito bem as possibilidades técnicas e de timbre do instrumento [1].

Existem diferentes tamanhos e modelos de contrabaixo. Neste trabalho utilizamos um contrabaixo chinês de marca “Michel”, com cordas de 112 cm, com arco modelo alemão. É um instrumento transpositor de 8ª - soa uma oitava abaixo do que está escrito, em clave de fá. Suas cordas soam como  $mi_1$ ,  $lá_1$ ,  $ré_1$  e  $sol_1$  (41,2 Hz, 55 Hz, 73,4 Hz e 97,99 Hz respectivamente) [3], mas nas músicas aparecem as notas  $mi_1$ ,  $lá_1$ ,  $ré_2$  e  $sol_2$ . Segundo Fletcher e Rossing, suas notas mais graves apresentam dois ou mais parciais dentro da mesma banda crítica, o que faz com que apresente um som áspero [4]. Suas cordas são as mais longas e mais espessas do naipe, o que implica em fenômenos físicos não presentes nos outros, ou não tão evidenciados.

## 2.4 Ondas geradas nas cordas

Consideramos inicialmente as cordas ideais, perfeitamente uniformes e totalmente flexíveis, com rigidez à flexão nula, sendo a força de restituição, responsável pela sua vibração, resultante inteiramente da força longitudinal (ou axial) externa aplicada [5]. Veremos depois os efeitos que acontecem em cordas reais.

As ondas não dispersivas, cuja velocidade não varia com o vetor de onda, podem ser expressas como:

$$y(x,t) = A \cos(kx - \omega t), \quad (1)$$

onde  $\omega = vk$ , com  $v$  constante.

Derivando  $y$  duas vezes em relação a  $t$  e a  $x$  obtemos:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2)$$

que é a conhecida equação da onda, que descreve a cinemática de qualquer onda linear propagando-se na direção  $x$  [6].

Uma corda pode ter quatro modos vibracionais diferentes: transversal, longitudinal, torcional e de oitava [5]. Cada modo obedece à equação (2), com diferentes velocidades, que dependem de parâmetros específicos de cada modo.

As ondas geradas nos instrumentos musicais são estacionárias, resultantes da superposição de duas ondas com sentidos contrários. Podem então ser expressas pela equação:

$$y = A \sin(kx + \omega t) - A \sin(kx - \omega t) \quad (3)$$

onde  $A$  é amplitude do movimento em cada uma das ondas [7], considerando a fase inicial nula.

Podemos reescrever a equação (3) na forma:

$$y = 2A \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (4)$$

onde  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $v = \lambda f$  e  $\omega = 2\pi f$

Considerando as extremidades fixas, quando  $x = L$  ( $L$  é o comprimento da corda) é necessário que  $y$  seja nulo em qualquer valor de  $t$ . Neste caso o termo em seno se anula:

$$\text{sen}(kx) = 0, \text{ o que leva a } kx = n\pi \text{ e } \lambda = 2L/n \quad (5)$$

Substituindo o valor de  $\lambda$ , da equação (5), na equação (4), obtemos:

$$y = 2A \text{ sen}(2\pi x/\lambda) \cos(2\pi vt/\lambda) = 2A \text{ sen}(\pi xn/L) \cos(\pi vtn/L) \quad (6)$$

que é uma equação de onda estacionária [7].

A velocidade das ondas transversais em uma corda pode ser obtida considerando-se um pulso de onda com formato de uma curva (um arco de raio  $R$  e amplitude  $2\theta$ ), com força  $T$  em cada lado [6]. O comprimento do arco é  $\Delta l = 2R\theta$ . A massa do elemento de arco será  $\Delta m = \mu\Delta l = 2R\mu\theta$ , onde  $\mu$  é a densidade linear da corda. Considerando  $v$  a velocidade do deslocamento do pulso, a aceleração centrípeta será  $a_y = v^2/R$ . Temos então:

$$T_y = 2T\theta = \Delta m a_y = 2\mu R\theta v^2/R \quad (7)$$

considerando pequenos ângulos.

Então:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (8)$$

Usando a equação (5) obtemos a frequência:

$$f = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (9)$$

que é conhecida como lei de Taylor [5].

Substituindo (8) na equação (2):

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{\mu} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (10)$$

Considerando a densidade volumétrica  $\rho$  da corda podemos escrever  $\mu = \rho S$ , onde  $S$  é a área da seção transversal e obtemos de (10):

$$\rho S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (11)$$

Os modos vibracionais transversais são os mais fáceis de serem visualizados nas cordas vibrantes. Os movimentos de cada ponto da corda são perpendiculares ao eixo da corda. Nesses modos não são considerados os módulos de elasticidade  $E$  (módulo de Young) e  $G$  (módulo de rigidez à torção).

Na vibração longitudinal cada ponto da corda oscila na direção paralela à corda. A velocidade dessas ondas depende do módulo de Young do material da corda e da densidade volumétrica:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (12)$$

Usando a equação (5) e relacionando  $v$  com  $\lambda$ , temos:

$$f = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (13)$$

que expressa as frequências dos modos longitudinais da corda.

Considerando a equação da onda (2), obtemos para as ondas longitudinais:

$$\rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (14)$$

Segundo Henrique, “quando as cordas vibram transversalmente há um alongamento provocado pela elasticidade e a vibração longitudinal também é excitada” [5]. Esses modos podem ser evidenciados passando o arco de forma oblíqua na corda ou friccionando a corda com um pano com resina. Esse movimento possui frequências muito agudas, muito acima dos modos transversais.

Os modos longitudinais são difíceis de serem visualizados, mas são fáceis de serem ouvidos, principalmente se o instrumentista não é muito qualificado. Segundo Fletcher e Rossing, quando o arco fricciona a corda fortemente e com um ângulo ao longo da corda, ouve-se um rangido. Esse som é não harmônico em relação às vibrações transversais principais [4].

É interessante perceber que o comprimento e a densidade da corda influenciam nas frequências dos modos longitudinais, mas as forças tensoras não: esticando a corda o som da vibração longitudinal praticamente não se altera [5].

A vibração torcional está presente de forma especial nos instrumentos de arco. Geram ondas que podem ser expressas pela mesma equação da onda (2) e possuem velocidade que depende do módulo de rigidez à torção e da densidade volumétrica do material da corda:

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (15)$$

Usando a equação (5) e relacionando  $v$  com o comprimento de onda  $\lambda$ , obtemos:

$$f = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (16)$$

Da mesma forma que as ondas longitudinais, as ondas de torção não dependem da força tensora, apenas do material e do comprimento da corda. As frequências desse modo são bem mais agudas que as frequências dos modos transversais [5]. Nesse modo a corda gira em torno de seu eixo. Antes da emissão da nota, em instrumentos de arco, é necessário passar resina na crina do arco para que haja atrito entre a corda e a crina, o que provoca a torção. Os modos torcionais são mais evidentes quanto mais longe dos pontos de fixação o arco friccionar a corda. Isso significa que no sul tasto esses modos são mais evidenciados que no sul ponticello. Esses modos são difíceis de serem visualizados (como os longitudinais), mas podem ser ouvidos por serem bem agudos.

Na obtenção da equação (6) das ondas estacionárias, consideramos as extremidades da corda como fixas. Porém nos cordofones as extremidades da corda também vibram quando a corda vibra, o que gera a chamada vibração de oitava. Segundo Henrique, “enquanto a corda em vibração transversal efetua um ciclo, os pontos de fixação efetua dois ciclos. Deste modo, a fundamental deste tipo de vibração é uma 8ª acima da fundamental da vibração transversal” [5]. Isso faz com que o primeiro harmônico seja reforçado, o que pode ser observado nos espectros sonoros.

As cordas friccionadas exercem uma oscilação auto-excitada, pois há interação entre as ondas que se propagam na corda e o movimento do arco [5]. Esse fenômeno faz com que a relação entre a frequência fundamental e as parciais seja praticamente harmônica. O arco alterna entre aderência e escorregamento da corda ao emitir o som.

O som emitido varia com a posição do arco, a velocidade e a força sobre a corda. O modo mais intenso é o transversal. Os modos inarmônicos são excitados em cordas reais, uma vez que a resistência à flexão é não nula. A frequência dos modos vibracionais fica um pouco maior devido à força de restituição da flexão. Quanto mais elevados os modos, maior é a força de restituição, pois a corda sofre flexões com maior curvatura. Quanto maior o comprimento da corda menor é a influência dessa força. Quanto menor a resistência à flexão melhor é a corda, mas quanto mais densa a corda, maior será essa resistência. No contrabaixo as cordas são mais longas (menor resistência à flexão), porém a densidade é maior, o que faz aumentar essa resistência.

Há um fenômeno que resulta da rigidez da corda, chamado jitter, que surge devido a variações aleatórias do período de vibração da corda [3], que gera um ruído e afasta o som da harmonicidade.

### 3 Resultados experimentais

#### 3.1 Comparando os espectros sonoros do violino, viola, violoncelo e contrabaixo – ré<sub>3</sub>

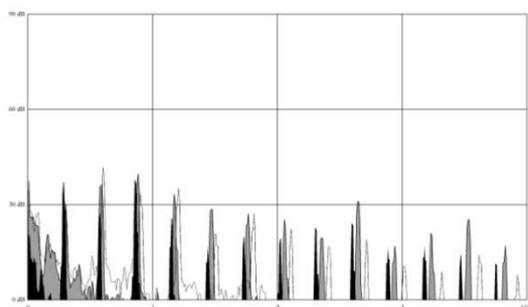


Fig. 1 – ré<sub>3</sub> contrabaixo(claro), violoncelo (médio) e violino(escurο)

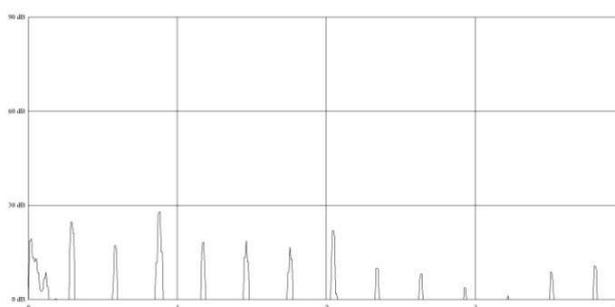


Fig. 2 – ré<sub>3</sub> viola

Nas figuras 1 e 2 vemos os espectros sonoros da nota ré<sub>3</sub> nos quatro cordofones friccionados, com a frequência fundamental e 12 harmônicos. A figura 1 apresenta 3 espectros superpostos, para uma melhor comparação.

Vemos, através da diferença de intensidades dos sons parciais, a diferença de timbre entre os 4 instrumentos. O violoncelo e a viola podem ser considerados fisicamente e matematicamente harmônicos, já que as frequências dos harmônicos são múltiplos inteiros da frequência fundamental. O violino e o contrabaixo apresentam um deslocamento para frequências menores e maiores respectivamente, o que pode ser observado na figura 1. A diferença é maior para harmônicos mais agudos.

Os instrumentos de cordas são sistemas muito complexos, difíceis de serem explicados por um modelo teórico. As equações apresentadas na seção anterior são aproximadas e há uma série de fenômenos não lineares, que podem ocorrer por muitos motivos, em uma região de frequências e não ocorrer em outra região de frequências. Isso resulta no fato de que um instrumento pode ser harmônico em uma frequência e não em outra ou perder um pouco a harmonicidade devido à velocidade do arco. Um dos motivos é o fenômeno da vibração auto-excitada, que pode gerar efeitos inesperados, por vezes até favorecendo a harmonicidade. O deslocamento dos harmônicos nos cordofones é sempre pequeno, o que não impede que a sensação final seja de um som harmônico, bem diferente por exemplo de um sino.

A posição normal de execução é localizada entre o sul tasto e o sul ponticello. O comprimento útil da corda, (entre o cavalete e a trasteira - região de vibração da corda) varia de acordo com o instrumento e está apresentado na tabela 1.

Tabela 1 - Comprimento de vibração das cordas e distância aproximada do arco ao cavale numa execução normal

Instrumento	comprimento útil L (cm)	distância arco-cavalete (cm)
Violino	33	3
Viola	37	3,5
Violoncelo	70	7
Contrabaixo	112	10

No ponto de excitação não deverá haver um nó, o que significa que o harmônico, que teria nó nessa posição, será cancelado ou enfraquecido. A posição não é exata, é uma região, devido à largura da crina. Podemos observar esse enfraquecimento dos harmônicos nos espectros das figuras 1 e 2. No violino há um enfraquecimento dos harmônicos de 9 a 12. Temos que o ponto de contato arco-corda é em torno de 2,5 a 3,5 (a crina possui 1 cm de largura) e essa distância é em torno de  $L/11=33/11$ , o que corresponde ao ponto do nó do 10º harmônico, que está diminuído na figura 1. A viola teve o ponto de excitação em torno de 3,5 cm, que corresponde a cerca de  $L/10$ , gerando uma redução do harmônico 9. Na figura vemos os harmônicos 9 e 10 bem reduzidos. Para o violoncelo vemos uma redução do harmônico 9 (fig. 1), o que está de acordo com a posição de excitação em torno de 7 cm. No caso do contrabaixo, como o ponto de excitação é em torno de 10 cm, há uma redução do 10º harmônico. Na figura 1 vemos que os harmônicos de 9 a 12 do contrabaixo estão reduzidos em comparação aos vizinhos.

### 3.2 Espectros sonoros do contrabaixo

#### 3.2.1 Arco na posição normal (entre o sul tasto e o sul ponticello), variando a corda

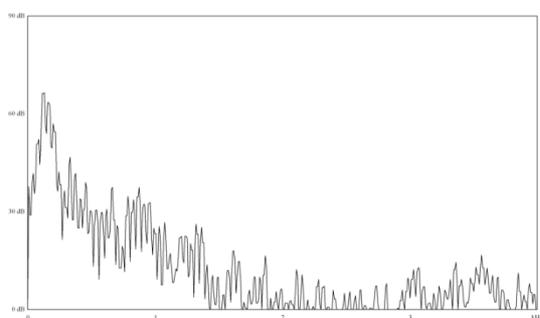


Fig. 3 – corda mi com arco lento

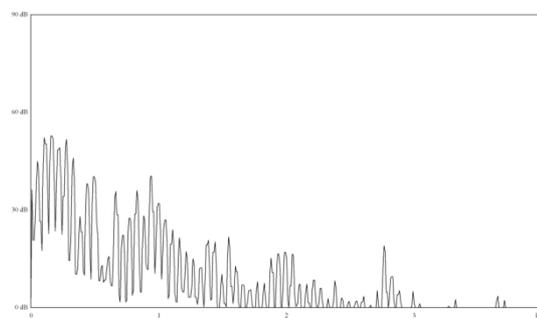


Fig. 4 – corda lá com arco lento

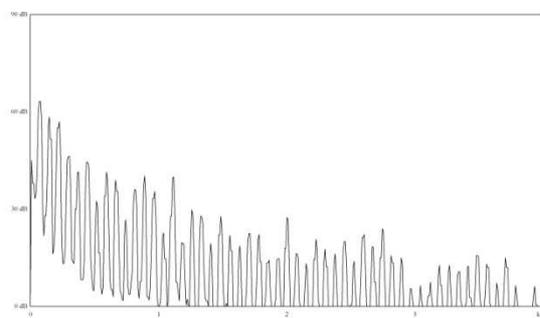


Fig. 5 – corda ré com arco lento

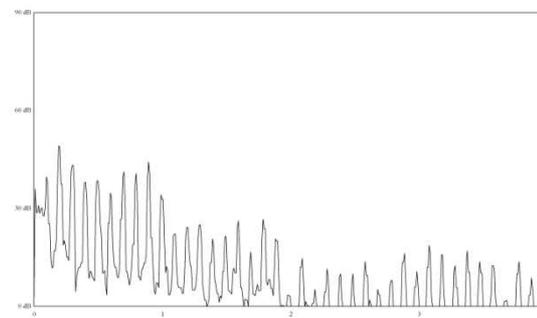


Fig. 6 – corda sol com arco lento

Nas figuras 3, 4, 5 e 6 temos os espectros sonoros das cordas mi, lá, ré e sol, do contrabaixo, respectivamente. Todos foram obtidos com o arco na posição entre o sul tasto e o sul ponticello. Essa é a posição usada normalmente nas execuções, quando não há indicação especial na música sobre a posição do arco. Vemos que cada corda possui um timbre diferente. A relação das intensidades dos harmônicos varia.

O espaçamento entre os harmônicos aumenta na ordem mi, lá, ré, sol, o que já era esperado porque a frequência da fundamental aumenta nesta ordem e os harmônicos possuem frequências múltiplas da fundamental.

Como o ponto de excitação é em torno de 9 cm a 11 cm (a crina possui 2 cm de largura), temos  $L/n \cong 10$ . Como a corda possui 112 cm de comprimento, neste caso  $n \cong 11$ . No espectro do mi (fig. 3), o 9º

harmônico é pouco intenso e o 11º também. Na figura 4 (corda lá) os harmônicos de ordem 9 e 10 são pouco intensos; na figura 3 (corda ré) o 10º harmônico é um pouco menor que os outros, o mesmo ocorrendo na figura 6 (corda sol). Devido à largura da crina do arco a excitação não é aplicada em um ponto determinado, mas numa região.

Apenas na figura 5 o modo fundamental se apresenta mais intenso. A diminuição do modo fundamental pode ocorrer devido à superposição com a frequência de ressonância da caixa do instrumento e também devido à vibração de oitava, que tende a reforçar o 1º harmônico.

Vemos em vários harmônicos de todas as cordas a presença de uma certa inarmonicidade, que gera um alargamento de linha, devido à superposição de modos vibracionais de frequências muito próximas. Uma das causas é a resistência à flexão da corda. Conforme já foi citado anteriormente, os sons muito graves normalmente apresentam 2 ou mais parciais dentro da mesma região, e isso faz o som parecer áspero.

### 3.2.2 Arco variando a velocidade, na corda sol

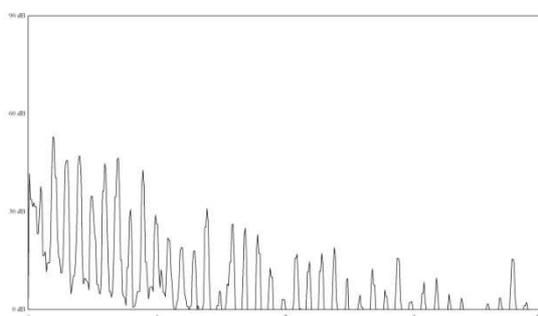


Figura 7 – corda sol com arco rápido

As figuras 6 e 7 apresentam espectros da corda sol, com variação da velocidade do arco: lento e rápido respectivamente. Vemos que os timbres são diferentes, especialmente pela diminuição dos harmônicos mais agudos na passagem rápida do arco.

### 3.2.3 Arco na corda sol variando a posição

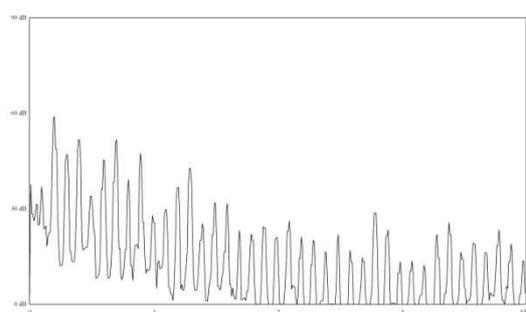


Fig. 8 – corda sol sul ponticello

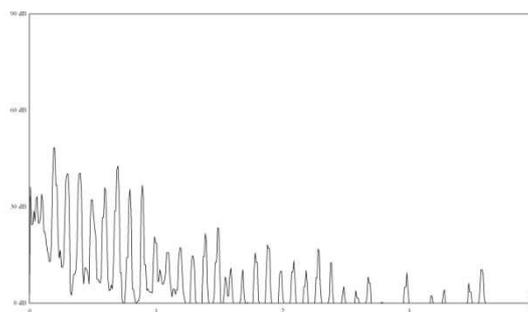


Fig. 9 – corda sol sul tasto

As figuras 6, 8 e 9 evidenciam a diferença de timbre com a variação da posição de contato arco-corda. Na figura 8 o arco passa próximo ao cavalete (ponte), numa distância de 2 cm a 4 cm. Na figura 9 a distância ao cavalete é de 20 cm a 22 cm e na figura 6 a posição é intermediária entre as outras duas (como citado acima).

Na posição sul tasto (mais distante do cavalete) a intensidade do som é menor, especialmente nos harmônicos mais agudos. A relação entre as intensidades é diferente e podemos observar o enfraquecimento ou a anulação dos harmônicos conforme o ponto de contato. Na posição sul tasto o 4º

harmônico é menos intenso que os vizinhos ( $L/n = 112/5 \cong 22$ ) e na posição sul ponticello o harmônico 37 está ausente ( $L/n = 112/3 \cong 37$ ).

### 3.2.4 Arco formando ângulo diferente de 90° com a corda e corda atritada com pano resinado

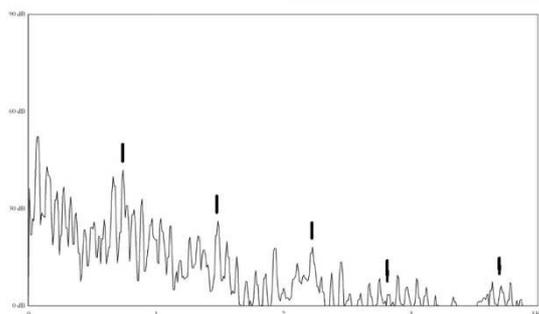


Fig. 10 - corda ré com arco enviesado

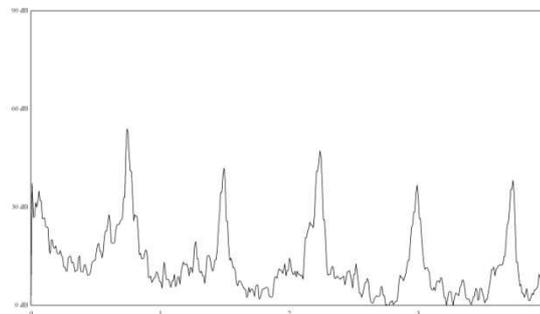


Fig. 11 - corda ré com pano enresinado

Os modos longitudinais podem ser observados nas figuras 5, 10 e 11, na corda ré. Na figura 5 dominam os modos transversais, pois o arco e a corda estão perpendiculares. Na figura 10 o arco faz um ângulo diferente de 90° com a corda, o que evidencia um pouco os modos longitudinais (marcados com setas). A figura 11 apresenta um espectro obtido sem arco, apenas com o atrito na corda de um pano com resina (breu), o que gera principalmente os modos longitudinais, observados na figura 10 ao lado dos modos transversais.

### 3.3 Intensidade relativa

Podemos comparar o nível de intensidade sonora entre os 4 cordofones friccionados e com outros instrumentos, como os metais (utilizamos a trompa e o trompete). Cada instrumento possui um alcance próprio e os compositores levam isso em conta, particularmente as regiões formânticas, se desejam destacar alguma passagem. O timbre muda com a frequência bem como a intensidade e o nível de intensidade sonora (NIS). Para compararmos os instrumentos medimos o NIS utilizando notas em regiões formânticas da região média de sua tessitura. As medidas foram feitas a 50 cm de cada instrumento, na parte da frente do instrumentista, e estão citadas na tabela 2.

Tabela 2 - Nível de intensidade sonora em dB em região média

instrumento	NIS (dB)
violino	84
viola	82
violoncelo	81
contrabaixo	79
trompa	95
trompete	97

Consideramos que, para 2 sons de intensidades  $I_1$  e  $I_2$ , um é dito ser mais intenso que o outro por um número de decibéis (dB), onde

$$\text{diferença das intensidades em dB} = 10 \log (I_1/I_2) \quad [7]$$

As medidas em dB do nível de intensidade sonora (NIS) são feitas normalmente usando como nível de referência o valor  $I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$  [5]. Temos então:

$$\text{NIS} = 10 \log (I/I_0) \quad (17)$$

"A sensação sonora está relacionada de uma forma aproximadamente logaritmica ao fluxo de energia incidente no ouvido" [3].

Usando a equação 17 podemos calcular, por exemplo, quantos contrabaixos são necessários para igualar o NIS de um violino, de uma viola e de um violoncelo.

Se  $I_1$  é a intensidade do som de um contrabaixo, a intensidade de  $n$  contrabaixos será  $nI_1$ . Então:

$$\alpha_{1n} = 10 \log (nI_1/I_0) \quad (18)$$

Seja  $\alpha_2$  o NIS do outro instrumento com o qual queremos comparar o contrabaixo:

$$\alpha_2 = 10 \log (I_2/I_0) \quad (19)$$

Da equação 18 temos:

$$\alpha_{1n} = \{ \log n + \log (I_1/I_0) \} = 10 \log n + \alpha_1$$

Igualando os NIS:

$$\alpha_{1n} = \alpha_2 \text{ então: } 10 \log n + \alpha_1 = \alpha_2 \quad (20)$$

Usando a equação 20 e os valores da tabela 2 obtivemos que, para igualar o NIS de 1 violino precisamos de aproximadamente 3 contrabaixos. Para igualar o NIS de 1 viola precisamos de 2 violas e para igualar o NIS de 1 violoncelo precisamos de 1,6 contrabaixos. Considerando o trompete seriam necessários 63 contrabaixos e para a trompa 39.

Lembramos que como o NIS depende do log, 2 contrabaixos, por exemplo, não resultam no dobro do NIS de 1 contrabaixo:

$$\alpha_{12} = 10 \log (2I_1/I_0) = 10 \log 2 + 79 = 82 \text{ dB}$$

Levando em consideração a experiência do autor como músico instrumentista no contrabaixo, dentro de orquestras sinfônicas, observamos o seguinte: não é necessário um grande número de contrabaixos na orquestra sinfônica porque ele se destaca timbricamente e, por ter uma caixa acústica grande, possibilita uma reprodução satisfatória com menos instrumentos. Nem por isso os contrabaixos são menos importantes: a nota grave apesar de normalmente executar menos tarefas que os médios e agudos é extremamente importante na música pois funciona como a fundação de um prédio que sendo mal feita compromete toda a estrutura da construção.

## 4 Conclusões

Os cordofones friccionados são usados há vários séculos e o interesse nesses instrumentos continua, com uso em diferentes estilos musicais. O desenvolvimento tecnológico em outras áreas tem sido aplicado em estudos para um melhor entendimento desses instrumentos e visando a construção de novos instrumentos, com materiais da natureza ou manufaturados. Demos um pouco mais de atenção ao contrabaixo, aproveitando a experiência do autor como contrabaixista de orquestra e por observarmos que a literatura tem se dedicado pouco ao contrabaixo (mais ao violino, dentre os cordofones friccionados). Concluímos que a Acústica Musical, sob a ótica dos cordofones, é um elo de ligação entre várias áreas, permitindo um conhecimento mais amplo de cada uma individualmente e suas relações. Temos abordado essa área com interesse em desenvolver aspectos da História e Filosofia da Ciência, Matemática, Musicoterapia e Pesquisa em Ensino de Física.

### **Agradecimentos**

Agradecemos à Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) pelos auxílios que nos tem dado, permitindo a produção desse e de outros trabalhos. Agradecemos também a Maria das Graças Netto Soares pela colaboração na preparação das figuras.

### **Referências**

- [1] Ribeiro, J. A. S. *Sobre os Instrumentos Sinfônicos, e em torno deles*, Record, Rio de Janeiro, 2005.
- [2] Sadie, S. *Dicionário Grove de Música*, Jorge Zahar Editor, Rio de Janeiro, 1994.
- [3] Donoso, J. P. E outros. A Física do Violino. *Rev. Bras. Ensino de Física*, 30(2), 2008, 2305-1 a 21.
- [4] Fletcher, N. H. e Rossing, T. D. *The Physics of Musical Instruments*, Springer, New York, 2008.
- [5] Henrique, L. L. *Acústica Musical*, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2007.
- [6] Chaves, A. *Física Básica – gravitação, fluidos, ondas e termodinâmica*, LTC, Rio de Janeiro, 2007.
- [7] Randall, R. H. *An Introduction to Acoustics*, Dover Publications, New York, 1951.