

## OPTIMIZACIÓN BASADA EN MEF DEL COMPORTAMIENTO ACÚSTICO DE SILENCIADORES DE VEHÍCULOS CON SUPERFICIES SINTERIZADAS Y GEOMETRÍA MULTICÁMARA

**PACS:** 43.50.Gf, 43.20Mv, 43.20.Bi.

Sánchez-Orgaz, E. M.; Denia, F. D.; Martínez-Casas, J.; Nadal, E.; Fuenmayor F. J.  
Centro de Investigación en Ingeniería Mecánica, Universitat Politècnica de València  
Camino de Vera s/n, 46022  
Valencia  
España  
Tel: +34 963877007 Ext: 76225  
E-Mail: [evsnor@upvnet.upv.es](mailto:evsnor@upvnet.upv.es); [fdenia@mcm.upv.es](mailto:fdenia@mcm.upv.es); [jomarc12@mcm.upv.es](mailto:jomarc12@mcm.upv.es);  
[enaso@mcm.upv.es](mailto:enaso@mcm.upv.es); [fuenmay@mcm.upv.es](mailto:fuenmay@mcm.upv.es).

**Palabras Clave:** ruido, silenciadores multicámara, superficies sinterizadas, optimización, elementos finitos

### ABSTRACT

An optimization methodology based on the finite element method (FEM) is presented for the improvement of the acoustic behaviour of automotive silencers. The geometric configurations under study incorporate metallic surfaces made by sintering, as well as several chambers. These sintered surfaces, designed in a properly way, allow the reduction of sound emissions in the mid and high frequency range. The aim of this work is to find an alternative to the traditional dissipative silencer containing absorbent material, in order to avoid the potentially harmful effects of some fibres on human health. A detailed analysis has been carried out by means of the FEM in combination with modeFRONTIER to obtain the optimum geometries in the frequency intervals previously defined. More specifically, the optimization of the acoustic behaviour of different configurations of multichamber silencer, including the characteristics of the sintered surfaces (microsphere size, porosity and duct thickness), as well as the number of chambers and their corresponding lengths, has been studied.

### RESUMEN

En este trabajo se presenta una metodología de optimización basada en el método de elementos finitos (MEF) para la mejora del comportamiento acústico de silenciadores de vehículos. Las configuraciones geométricas estudiadas incorporan superficies metálicas fabricadas mediante sinterización así como diversas cámaras. Dichas superficies sinterizadas, adecuadamente diseñadas, permiten la reducción de emisiones sonoras en el rango de medias y altas frecuencias. Se pretende encontrar alternativas al clásico silenciador disipativo con material absorbente, con el fin de evitar los efectos potencialmente dañinos de algunas fibras para la salud. Se ha llevado a cabo un análisis detallado mediante el MEF en combinación con modeFRONTIER para obtener configuraciones geométricas con vocación de óptimas en intervalos de frecuencia especificados a priori. En concreto, se ha abordado la optimización del comportamiento acústico de distintas configuraciones de silenciador multicámara, incluyendo las características de las superficies sinterizadas (tamaño de microesferas, porosidad y espesor del conducto), así como el número de cámaras y sus longitudes correspondientes.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los silenciadores disipativos se han utilizado de forma tradicional en automoción [1-3], con el objetivo de reducir las emisiones sonoras producidas por los motores de combustión interna alternativos. No obstante, la degradación de las fibras utilizadas y el arrastre provocado por los gases de escape pueden tener efectos perjudiciales sobre la salud y el medio ambiente [4-9]. Por este motivo, varios autores han propuesto distintas alternativas con el fin de evitar esta problemática, como son las superficies microperforadas [4] y las sinterizadas [5, 9]. El presente trabajo se va a centrar en estas últimas, ya que con un diseño adecuado permiten obtener buenos resultados de atenuación en el rango de medias y altas frecuencias [5, 9]. En primer lugar las placas sinterizadas se han caracterizado acústicamente en el laboratorio mediante el método de la matriz de transferencia [10, 11], pudiendo determinarse así su impedancia acústica. Además, se presenta un modelo matemático (basado principalmente en los resultados presentados por Umnova *et al.* [12, 13] y Li *et al.* [14] para materiales granulares) mediante el que se puede determinar dicha impedancia acústica para una placa sinterizada. Los resultados obtenidos con este modelo se comparan con los resultados obtenidos de forma experimental, observándose que la concordancia entre ambos es razonable. Finalmente, se ha implementado un procedimiento de optimización con el objeto de obtener la configuración geométrica de silenciador multicámara más adecuada para cada aplicación, considerando además como parámetros de diseño las características de la superficie sinterizada (diámetro de las microesferas, porosidad, espesor de la superficie, etc.). Para ello, se ha utilizado un programa de EF en combinación con un algoritmo de tipo genético. Este último ha sido comúnmente utilizado en la literatura a fin de evitar el largo tiempo de cálculo requerido por otros procedimientos de optimización (análisis de sensibilidades, etc.). Además, se ha tratado de reducir el tiempo de cálculo del procedimiento de optimización mediante la definición de una función objetivo adecuada.

## 2. IMPEDANCIA ACÚSTICA DEL MATERIAL SINTERIZADO

### 3.1. Impedancia acústica obtenida a partir de medidas experimentales

Las placas sinterizadas (véase Figura 1) se obtienen a partir de pequeñas esferas de bronce calentadas a temperatura elevada (alrededor de un 20%-30% por debajo del punto de fusión de la aleación). Sin embargo, en este caso las muestras no se han compactado con el fin de incrementar la porosidad de las mismas. Dichas muestras, caracterizadas en el banco acústico de ensayos, tienen geometría circular y distintos espesores (0.001 m, 0.002 m y 0.003 m). Además, se han caracterizado microesferas de varios tamaños: FB40 (diámetro medio 200  $\mu\text{m}$ ) y FB60 (diámetro medio 300  $\mu\text{m}$ ), donde el código numérico indica el tamaño de poro que aparece entre las partículas microesféricas.

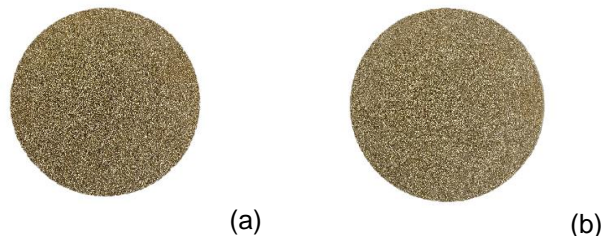


Figura 1 – Imágenes de las placas FB40 (a) y FB60 (b).

En la Figura 2 se pueden observar las micrográficas de las placas sinterizadas FB60 de dos milímetros de espesor a 100x y 500x. En estas imágenes se pueden apreciar los cuellos de unión entre las distintas partículas esféricas, así como la porosidad que presentan las placas.

La caracterización de las muestras se ha llevado a cabo en un banco de ensayos sin flujo medio mediante el método de la matriz de transferencia, lo que ha permitido obtener la impedancia acústica de las placas sinterizadas. Los resultados obtenidos se muestran en la sección 5.1.

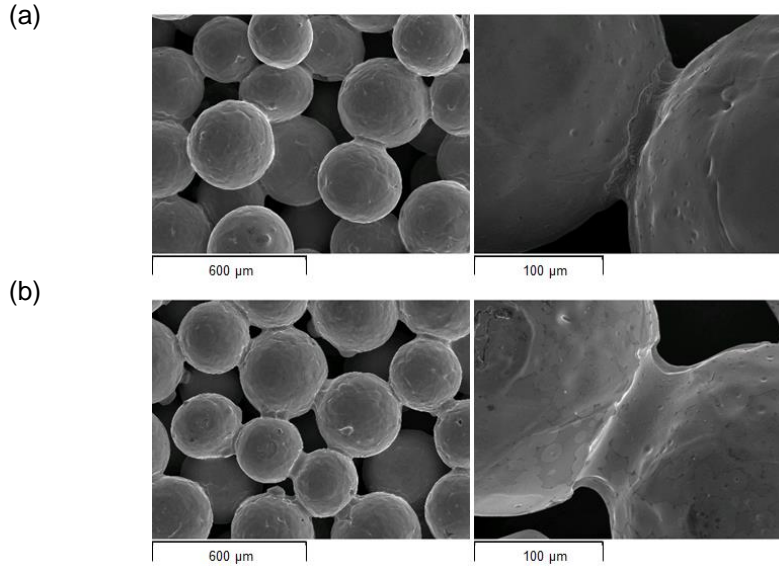


Figura 2 – Micrografías a 100x (izquierda) y 500x (derecha) de una placa sinterizada de bronce FB60 de 0.002 m de espesor. Caras superior (a) e inferior (b) (zona del molde) de la placa.

## 2.2. Modelado teórico de la impedancia acústica

Las superficies sinterizadas se pueden caracterizar mediante modelos semifemenológicos como demostraron Li *et al.* [14]. Estos autores presentaron un modelo para bronce sinterizado basado en el trabajo desarrollado por Allard y Atalla [15] para materiales porosos, donde el material absorbente se puede representar como un fluido equivalente caracterizado por su densidad efectiva  $\rho_m$  y su módulo de compresibilidad  $K_m$ . El sinterizado de bronce se compone de pequeñas esferas y se puede asumir que es un material poroso rígido [15]. Una vez la densidad efectiva y el módulo de compresibilidad son conocidos, se puede determinar la impedancia característica y el número de onda como

$$Z_m = \sqrt{K_m \rho_m}, \quad k_m = \omega \sqrt{\rho_m / K_m} \quad (1), (2)$$

mientras que la velocidad del sonido  $c_m$  se puede escribir como

$$c_m = \omega / k_m = \sqrt{K_m / \rho_m} \quad (3)$$

En este trabajo se presenta un modelo basado en los trabajos de Umnova *et al.* [12, 13] y Li *et al.* [14]. De acuerdo con el trabajo de Umnova *et al.*, la densidad efectiva se puede evaluar como

$$\rho_m = \rho_0 q \left( 4 + \frac{-j\mu\sigma}{\omega\rho_0 c_0 q} \sqrt{1 + \frac{\omega\rho_0 4q^2 k_p^2}{-j\mu\Lambda^2 \sigma^2}} \right) \quad (4)$$

donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $\sigma$  la porosidad,  $q$  la tortuosidad,  $k_p$  la permeabilidad y  $\Lambda$  la longitud viscosa característica. Además, la tortuosidad se puede expresar como

$$q = 1 + \frac{1 - \sigma}{2\sigma} \quad (5)$$

mientras que la permeabilidad se define como

$$k_p = \mu/R \quad (6)$$

siendo  $R$  la resistividad del material al flujo, que se puede estimar como

$$R = \frac{9\mu(1-\sigma)}{2R_{part}} \frac{5(1-\Theta)}{5-9\sqrt[3]{\Theta}+5\Theta-\Theta^2} \quad (7)$$

y  $\Lambda$  es

$$\Lambda = \frac{4(1-\Theta)\sigma q R_{part}}{9(1-\Theta)} \quad (8)$$

donde  $R_{part}$  es el radio de la partícula y  $\Theta$  el parámetro de radio de la celda, que se puede obtener mediante la siguiente expresión

$$\Theta = \frac{3(1-\Theta)}{\pi\sqrt{2}} \quad (9)$$

Por otra parte, el módulo de compresibilidad viene dado por

$$K_m = \frac{\gamma P_0}{\gamma - \frac{1}{1 + \frac{8\mu}{j\omega\rho_0 Pr \Lambda^2} \sqrt{1 + \frac{j\omega\rho_0 Pr \Lambda'^2}{16\mu}}}} \quad (10)$$

siendo  $\gamma$  la relación de capacidades caloríficas específicas,  $P_0$  la presión atmosférica y  $\omega$  la frecuencia angular, mientras que el número de Prandtl  $Pr$  se puede obtener como

$$Pr = \mu C_p / \kappa \quad (11)$$

donde  $C_p$  es la capacidad calorífica específica a presión constante y  $\kappa$  la conductividad térmica. Además, la longitud térmica característica viene dada por

$$\Lambda' = \frac{3\Lambda}{2q(1-\Theta)} \quad (12)$$

Finalmente, la impedancia acústica de la placa sinterizada se puede modelar mediante

$$Z_s = j\omega\rho_m t \frac{1}{\sigma} \quad (13)$$

siendo  $t$  el espesor de la placa sinterizada.

### 3. FORMULACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS

En la Figura 3 se muestra el esquema de un silenciador multicámara, el cual se compone de un conducto central de paredes sinterizadas (subdominio  $\Omega_{a0}$ ), así como de varias cámaras (subdominios  $\Omega_{a1}$  -  $\Omega_{a4}$ ) donde el medio de propagación es aire, siendo sus propiedades características la densidad  $\rho_0$  y la velocidad del sonido  $c_0$ . Los contornos de las regiones anteriores se definen como  $\Gamma_{a0}$  y  $\Gamma_{a1}$  -  $\Gamma_{a4}$  respectivamente, mientras que las regiones sinterizadas se denotan mediante  $\Gamma_{s1}$  -  $\Gamma_{s4}$ . En el conducto central, la propagación de la onda se rige por la ecuación de Helmholtz [16],

$$\nabla^2 P_a + k_0^2 P_a = 0 \quad (14)$$

donde  $\nabla^2$  es el Laplaciano,  $P_a$  es la presión acústica y  $k_0$  es el número de onda del aire, definido como el cociente entre la frecuencia angular  $\omega$  y la velocidad del sonido  $c_0$ .

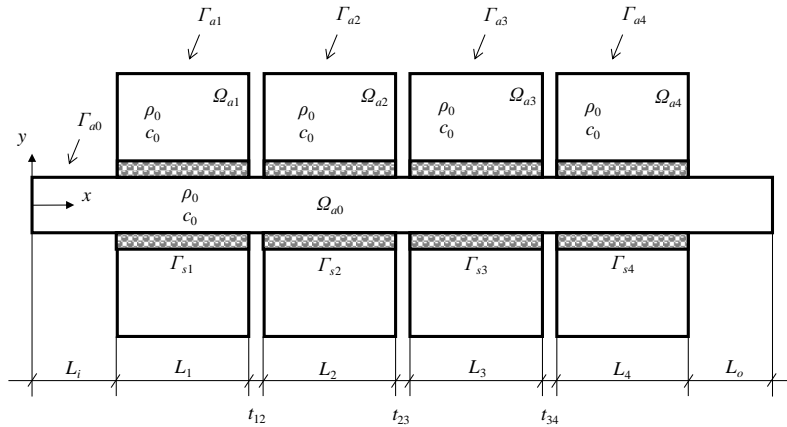


Figura 3 – Silenciador multicámara con conducto sinterizado.

De acuerdo con el MEF, la presión acústica se puede aproximar mediante funciones de forma como [17]

$$P_a = \sum_{i=1}^{N_{npe}} N_i \tilde{P}_{a_i}^e = \mathbf{N} \tilde{\mathbf{P}}_a^e \quad (15)$$

siendo  $\tilde{P}_{a_i}^e$  las presiones nodales en el elemento  $e$ ,  $N_i$  las funciones de forma y  $N_{npe}$  el número de nodos por elemento. A continuación, aplicando el método de residuos ponderados en combinación con la formulación de Galerkin y el teorema de Green [17], se puede escribir para los distintos subdominios de aire

$$\sum_{e=1}^{N_e^a} \left( \int_{\Omega_e^a} \nabla^T \mathbf{N} \nabla \mathbf{N} d\Omega - k_0^2 \int_{\Omega_e^a} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega \right) \tilde{\mathbf{P}}_e^a = \sum_{e=1}^{N_e^a} \int_{\Gamma_e^a} \mathbf{N}^T (\partial P_a / \partial n) d\Gamma \quad (16)$$

donde  $a = a_0 \cup a_1 \cup a_2 \cup a_3 \cup a_4$ ,  $N_e^a$  hace referencia al número de elementos pertenecientes a los distintos subdominios que componen el dominio del aire y  $n$  es el vector unitario saliente normal al contorno.

Se considera que las paredes que conforman el silenciador ( $\Gamma_i - \Gamma_a - \Gamma_s - \Gamma_o$ ) son rígidas e impermeables. Por ello, en el lado derecho de la ecuación (16) se calcula únicamente sobre las integrales de contorno de la entrada/salida ( $\Gamma_i / \Gamma_o$ ) y el conducto sinterizado ( $\Gamma_s$ ). La contribución de esta última se puede evaluar con la ayuda de la impedancia acústica de la superficie sinterizada [16]. Considerando la ecuación de Euler, el gradiente de la presión normal en la superficie sinterizada se puede expresar de la siguiente forma

$$\partial P_a / \partial n = -\rho_0 \left( \partial U_{n_a} / \partial t \right) = -j\rho_0 \omega U_{n_a} \quad (17)$$

siendo  $U_{n_a}$  velocidad acústica normal a la pantalla sinterizada.

La impedancia acústica de la superficie sinterizada se define como el cociente entre la diferencia de presiones a ambos lados y la velocidad acústica normal, resultando

$$Z_S = (P_a - P_{a_i}) / U_{n_a} \quad (18)$$

donde el subíndice  $i$  hace referencia a cada uno de los subdominios considerados.

A continuación, combinando las expresiones (15) - (18) y considerando la velocidad acústica normal (cabe destacar que los vectores unitarios normales salientes asociados a las superficies  $\Gamma_{a1} - \Gamma_{a4}$  tienen sentido contrario dependiendo de si se toma como referencia la región  $\Omega_{a0}$  o los dominios  $\Omega_{a1} - \Omega_{a4}$ ), se obtiene la siguiente expresión integral

$$\sum_{e=1}^{N_e^a} \left( \int_{\Omega_e^e} \nabla^T \mathbf{N} \nabla \mathbf{N} d\Omega - k_0 \int_{\Omega_e^e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega \right) \tilde{P}_a^e = \sum_{e=1}^{N_e^a} \int_{\Gamma_a^e \cap \Gamma_i} \mathbf{N}^T \frac{\partial P_a}{\partial n} d\Gamma + \sum_{e=1}^{N_e^a} \int_{\Gamma_a^e \cap \Gamma_o} \mathbf{N}^T \frac{\partial P_a}{\partial n} d\Gamma$$

$$- \frac{j\rho_0\omega}{\tilde{Z}_p} \sum_{e=1}^{N_e^a} \int_{\Gamma_a^e \cap \Gamma_p} \mathbf{N}^T (\mathbf{N}\tilde{P}_a^e - \mathbf{N}\tilde{P}_m^e) d\Gamma$$
(19)

El sistema final de ecuaciones obtenido a partir de la expresión anterior, se puede resolver tras imponer las condiciones de contorno oportunas. En este caso, se considera una presión incidente en el conducto de entrada igual a 1 (condición de Dirichlet), así como salida del silenciador anecoica. Una vez resuelto el sistema se puede determinar la atenuación del silenciador mediante el índice de pérdidas de transmisión ( $TL$ ), definido como [16]

$$TL = 20 \log_{10} \left( \frac{|P_{inc}|}{|P_{trans}|} \right)$$
(20)

siendo  $P_{inc}$  y  $P_{trans}$  las presiones incidente y transmitida aguas arriba y aguas abajo del silenciador.

#### 4. OPTIMIZACIÓN

La geometría óptima de un silenciador multicámara se puede obtener mediante la combinación de un programa de optimización, como es modeFRONTIER, y un programa de cálculo de EF cuyo código ha sido desarrollado íntegramente en Matlab por el equipo investigador.

En primer lugar, se propone una geometría inicial de silenciador con tres cámaras definida por sus parámetros geométricos, que se pueden dividir en dos grupos: variables y constantes. En este caso, se consideran como variables únicamente las longitudes de las cámaras. Tanto las variables como las constantes son los datos de entrada del problema planteado, que permiten la generación de una población inicial de forma aleatoria dentro de los límites previamente establecidos para cada variable. Esta población se analiza mediante el programa de EF, devolviendo un valor de salida para cada individuo denominado función objetivo (FO). En este caso, la función objetivo se ha definido como la suma del valor promedio del  $TL$  en el rango de frecuencias de interés de cada aplicación concreta, y la inversa de la desviación típica en el mismo rango [5, 9]. La combinación de estos dos objetivos en uno solo, permite mejorar la velocidad de convergencia del procedimiento de optimización, ya que el programa reduce el campo de búsqueda de las posibles soluciones [5, 9]. El algoritmo utilizado en el proceso de optimización es de tipo genético (MOGA-II), lo que permite reducir el tiempo de cálculo de otras metodologías [18]. Se trata de un algoritmo de tipo estocástico, que guía la optimización a través de sus parámetros (cruzado, selección y mutación) generando nuevos individuos hasta obtener la geometría óptima, aquella que logra una mayor atenuación en el rango de frecuencias bajo estudio.

#### 5. RESULTADOS

##### 5.1. Comparación de impedancia acústica de placas sinterizadas

En la Figura 5 se puede observar, por una parte, que en los resultados obtenidos de forma experimental los sinterizados presentan un comportamiento bastante consistente y uniforme. La parte real de la impedancia acústica  $Z_s$  es relativamente *constante* en el rango de frecuencia bajo estudio, mientras que la parte imaginaria aumenta ligeramente con la frecuencia, siendo su valor ligeramente inferior al de la parte real.

Por otra parte, los resultados teóricos predicen una parte real prácticamente constante de la impedancia de las placas sinterizadas, mostrando la misma tendencia que las medidas experimentales. Sin embargo, aparecen algunas discrepancias entre las curvas experimentales

y las teóricas, excepto para la placa de 0.003 m, donde se observa una mejor concordancia. Las diferencias encontradas entre ambos tipos de resultados pueden deberse, entre otras cosas, a la incertidumbre en las medidas dimensionales de la placa sinterizada, lo que causa un error en el cálculo de la porosidad de las muestras. En cuanto a la parte imaginaria, tanto los resultados experimentales como los teóricos muestran la misma tendencia, ya que ambos aumentan con la frecuencia, y cuantitativamente tienen valores del mismo orden. Nuevamente, se puede observar que aparecen algunas discrepancias entre el modelo y las curvas experimentales, que pueden estar asociadas en gran medida a reflexiones en el banco de ensayos (y que serán estudiadas con mayor detalle en futuros trabajos).

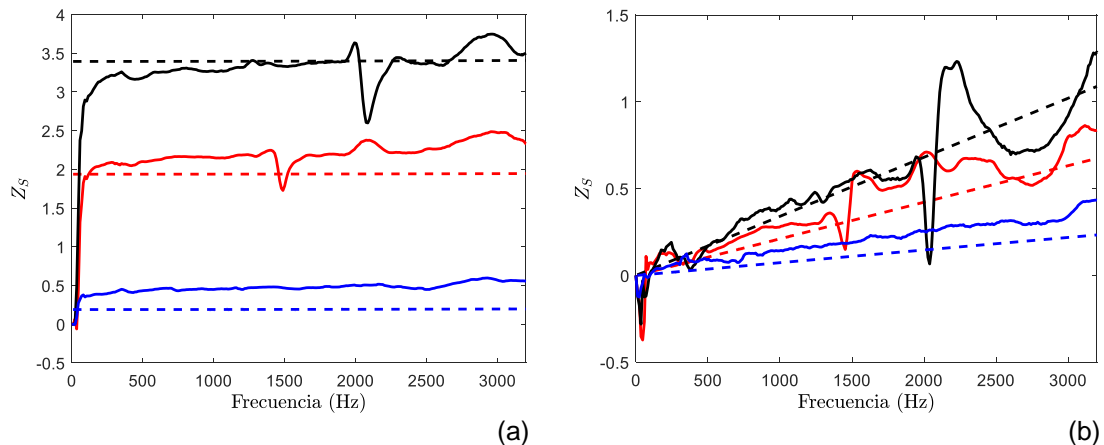


Figura 5 – Partes real (a) e imaginaria (b) de la impedancia acústica normalizada de las placas sinterizadas FB40 y FB60 para diferentes espesores: —, FB60,  $t = 0.001$  m, experimental; - - -, FB60,  $t = 0.001$  m, teórico; —, FB40,  $t = 0.002$  m, experimental; - - -, FB40,  $t = 0.002$  m, teórico; —, FB40,  $t = 0.003$  m, experimental; - - -, FB40,  $t = 0.003$  m, teórico.

## 5.2. Optimización de un silenciador multicámara con superficies sinterizadas

En la Figura 6 se muestran las diferentes pérdidas de transmisión ( $TL$ ) obtenidas considerando un silenciador con tres cámaras cuya longitud es una variable del procedimiento de optimización (véase Tabla 1). En todos los casos el radio de las cámaras es constante de valor 0.0886 m, la longitud total del silenciador es de 0.55 m y el conducto sinterizado considerado es de tipo FB40 y 0.003 m de espesor, ya que presenta un mayor valor de la parte resistiva de la impedancia. El espesor de la placa de separación entre las cámaras es de 0.001 m, también constante.

En primer lugar, se ha considerado un silenciador con todas las cámaras de igual longitud (caso 1) como base a partir de la cual se realizará la optimización de la geometría. No obstante, con el objetivo de eliminar las bandas de paso que aparecen, se han llevado a cabo tres optimizaciones diferentes en función del rango de frecuencia a estudiar. En el caso 2 se pretende eliminar la primera banda de paso (937.5 Hz), en el caso 3 la segunda (1863 Hz) y en el 4, la tercera (2789 Hz). Tras llevar a cabo las distintas optimizaciones, se puede observar como en función del rango de frecuencias a estudiar el resultado de la optimización es distinto (casos 2-4). Por ello, se puede concluir que la solución óptima dependerá de la aplicación práctica concreta (incluyendo la fuente de ruido) y que jugando con las dimensiones del silenciador se pueden eliminar las bandas de paso, desplazándolas hacia zonas de menor interés. No obstante, se puede tratar de encontrar una solución de compromiso si lo que se pretende es eliminar las bandas de paso a varias frecuencias simultáneamente.

Tabla 1 – Longitudes de las cámaras del silenciador antes (caso 1) y después del proceso de optimización (casos 2-4).

Caso	$L_{c1}$ (m)	$L_{c2}$ (m)	$L_{c3}$ (m)
1	0.182	0.182	0.182
2	0.106	0.052	0.390
3	0.279	0.139	0.130
4	0.191	0.161	0.196

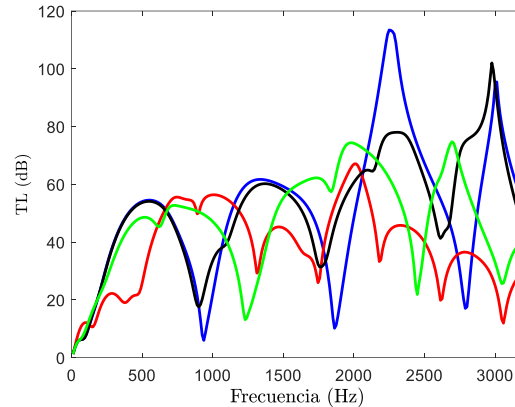


Figura 6 –  $TL$  de un silenciador compuesto de tres cámaras: —, caso 1 - cámaras iguales; —, caso 2 - eliminar banda paso 937.5 Hz; —, caso 3 - eliminar banda paso 1863 Hz; —, caso 4 - eliminar banda paso 2789 Hz.

## 6. CONCLUSIONES

Se ha llevado a cabo la caracterización acústica de superficies sinterizadas para su posterior utilización como posible alternativa a los tradicionales silenciadores disipativos perforados. Los resultados obtenidos muestran una parte real de la impedancia acústica prácticamente constante, mientras que la parte imaginaria de la impedancia muestra una dependencia de la frecuencia y su valor es inferior al de la parte real. Además, se ha comprobado que la utilización de un procedimiento de optimización puede resultar muy útil, desde un punto de vista práctico, para la obtención de la configuración de silenciador multicámara más adecuada cuando se pretende aumentar la atenuación en un rango de frecuencias dado.

## AGRADECIMIENTOS

Proyecto realizado con la Ayuda Fundación BBVA a Investigadores y Creadores Culturales 2016. La Fundación BBVA no se responsabiliza de las opiniones, comentarios y contenidos incluidos en el proyecto y/o los resultados derivados del mismo, los cuales son total y absoluta responsabilidad de los autores.

## REFERENCIAS

- [1] K. S. Peat and K. L. Rathi, *A finite analysis of the convected acoustic wave motion in dissipative silencers*, Journal of Sound and Vibration, 184, 529-545 (1995).
- [2] A. Selamet, M. B. Xu, I. J. Lee and N. T. Huff, *Analytical approach for sound attenuation in perforated dissipative mufflers*, Journal of the Acoustic Society of America, 115, 2091-2099 (2004).



- [3] R. Kirby, *A comparison between analytic and numerical methods for modelling automotive dissipative silencers with mean flow*, Journal of Sound and Vibration, 325, 565-582 (2009).
- [4] S. Allam and M. Åbom, *A new type of muffler based on Micro-Perforated tubes*, Journal of Vibration and Acoustics, 133, 1-8 (2011).
- [5] F. D. Denia, E. M. Sánchez-Orgaz, F. J. Fuenmayor and D. J. Busquets, *3D acoustic modelling of multichamber silencers with microperforated surfaces and constant impedance ducts*, Inter-noise 2012, Nueva York, (2012).
- [6] E. M. Sánchez-Orgaz, F.D. Denia, J. Martínez-Casas and L. Baeza, *3D acoustic modelling of dissipative silencers with non-homogeneous properties and mean flow*, Advances in Mechanical Engineering, 6, 1-10 (2014).
- [7] F. D. Denia, E. M. Sánchez-Orgaz, J. Martínez-Casas and R. Kirby, *Finite element based acoustic analysis of dissipative silencers with high temperature and thermal-induced heterogeneity*, Finite Elements in Analysis and Design, 101, 46-57 (2015).
- [8] F. D. Denia, E. M. Sánchez-Orgaz, L. Baeza and R. Kirby, *Point collocation scheme in silencers with temperature gradient and mean flow*, Journal of Computational and Applied Mathematics, 291, 127-141 (2016).
- [9] E. M. Sánchez-Orgaz, *Advanced numerical models for the acoustic modelling of materials and noise control devices in the exhaust system of internal combustion engines*, Tesis Doctoral, Univ. Politècnica de València, València, (2016).
- [10] B. H. Song and J. S. Bolton, *A transfer-matrix approach for estimating the characteristic impedance and wave number of limp and rigid porous materials*, Journal of the Acoustic Society of America, 107, 1131-1152 (2000).
- [11] I. Lee, A. Selamet and N. T. Huff, *Acoustic impedance of perforations in contact with fibrous material*, Journal of the Acoustic Society of America, 119, 2785-2797 (2006).
- [12] O. Umnova, K. Attenborough and K. M. Li, *Cell model calculations of dynamic drag parameters in packings of spheres*, Journal of the Acoustic Society of America, 107, 3113-3119 (2000).
- [13] O. Umnova, K. Attenborough and K. M. Li, *A cell model for the acoustical properties of packings of spheres*, Acta Acustica, 87, 226-235 (2001).
- [14] J. Li, S. Zhao and K. Ishihara, *Study on acoustical properties of sintered bronze porous material for transient exhaust noise of pneumatic system*, Journal of Sound and Vibration, 114, 2721-2734 (2013).
- [15] J. F. Allard and N. Atalla, *Propagation of sound in porous media: modelling sound absorbing materials*, John Wiley & Sons, (2009).
- [16] M. L. Munjal, *Acoustic of Ducts and Mufflers*, John Wiley & Sons, (2014).
- [17] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor and J. Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, Elsevier Butterworth-Heinemann, Amsterdam, (2005).
- [18] R. Barbieri and N. Barbieri, *Finite element acoustic based shape optimization of a muffler*, Applied Acoustics, 67, 346-352 (2006).