

## DETERMINACIÓN DE LA IMPEDANCIA DE TRANSFERENCIA DE MATERIALES POROSOS-FIBROSOS ADHERIDOS A UNA PLACA MÓVIL

PACS: \*43.55.Ev, \*43.58.Bh, 81.05.Rm.

Jesús Carbajo<sup>1</sup>; Jeniffer Torres<sup>1</sup>; Jesús Alba<sup>2</sup>; Romina Del Rey<sup>2</sup>; Jaime Ramis<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Departamento de Física, Universidad de Alicante  
Carretera San Vicente del Raspeig, 03080, San Vicente del Raspeig, España  
{[jesus.carbajo@ua.es](mailto:jesus.carbajo@ua.es), [jtr17@alu.ua.es](mailto:jtr17@alu.ua.es), [jramis@ua.es](mailto:jramis@ua.es)}

<sup>2</sup> Escuela Politécnica Superior de Gandía, Universidad Politécnica de Valencia  
C/ Paraninfo nº1, 46730, Grao de Gandía, España  
{[jesalba@fis.upv.es](mailto:jesalba@fis.upv.es), [roderey@doctor.upv.es](mailto:roderey@doctor.upv.es)}

### ABSTRACT

Most of the available approaches used to model the acoustic behavior of porous-fibrous materials on a moving plate are based on the assumption of no movement of the structure to which the porous material is fixed. In practice, the moving and inner regions of the porous layer do not behave the same and thus this assumption leads to an inaccurate estimation of the sound package properties. The objective of this paper is to propose an impedance tube technique based methodology to analyze the differences on considering surface impedance or transfer impedance of the porous layer when modeling such devices. An expression for the characteristic impedance and propagation constant, originally derived by an inverse experimental methodology, is used to account for the porous-fibrous layer; whereas the moving plate is considered to behave like a piston. The differences between both situations are discussed in detail.

### RESUMEN

La mayoría de las aproximaciones disponibles utilizadas para modelar el comportamiento acústico de materiales porosos-fibrosos en una placa móvil suponen que la estructura a la que se adhiere el material poroso no se mueve. En la práctica, las regiones móvil y fija de la lámina porosa no se comportan de la misma forma y por tanto esta hipótesis conduce a una estimación imprecisa de las propiedades del sistema multicapa. El objetivo de este trabajo es proponer una metodología basada en la técnica de tubo de impedancia para analizar las diferencias de considerar la impedancia de superficie o la impedancia de transferencia de la lámina porosa al estudiar este tipo de soluciones. La lámina porosa se modela a partir de su impedancia característica y su constante de propagación, obtenidas a partir de un método experimental inverso, mientras que la placa móvil es modelada como un pistón. Las diferencias entre ambas situaciones son discutidas en detalle.

## 1. INTRODUCCIÓN

El empleo de técnicas pasivas para la reducción del ruido y las vibraciones de estructuras metálicas o plásticas es una práctica muy común y de gran interés en la industria y la edificación. La mayoría de estos tratamientos implican la adhesión de una o varias capas de material poroso a la estructura vibrante para reducir la amplitud de sus vibraciones y el ruido radiado por ésta. Es por ello que estas técnicas constituyen una aplicación muy interesante en el sector del transporte, pues evita tener que aumentar el peso de los vehículos para controlar dichos fenómenos, reduciendo así su consumo de combustible y respetando más el medio ambiente. En esa misma línea, resulta sensato pensar en materiales naturales o que provengan de procesos de reciclaje para implementar dichas soluciones.

Un material absorbente poroso puede describirse a partir de una serie de parámetros que definan el comportamiento del fluido a través de su red porosa y de su esqueleto en la fase sólida, así como el mecanismo de acoplamiento entre ambas. Aunque existen modelos fenomenológicos que caracterizan acústicamente materiales poroelásticos [1-3], es frecuente recurrir a modelos empíricos más sencillos derivados de medidas experimentales en tubo de impedancia para distintas clases de materiales como lanas o fibras [4-6] entre otras. Sin embargo, este tipo de configuraciones de medida presentan algunas limitaciones para aquellos casos en los que la elasticidad del esqueleto del material poroso contribuye a su impedancia [7, 8], teniendo en dichos casos que recurrir a modelados más complejos como los inicialmente mencionados.

Al estudiar el efecto que produce en la presión acústica radiada por una placa móvil la adhesión de este tipo de materiales, es común emplear una formulación de impedancia para simular a los mismos, tomando la impedancia de superficie obtenida de las medidas en tubo como referencia. Sin embargo, en la práctica, las regiones móvil y fija de la lámina porosa no se comportan de la misma forma y por tanto esta hipótesis conduce a una estimación imprecisa de las propiedades del sistema. En un trabajo de Doutres et al. [9] se discute el equívoco de considerar este parámetro en lugar de la impedancia de transferencia en este tipo de problemas analizando experimentalmente la radiación de un pistón circular cubierto por una capa porosa, demostrando también que el movimiento dinámico de ésta puede desempeñar un papel importante. Sagartzazu et al. [10] realizan un análisis similar pero aplicado a un problema con un resonador de aire cerrado. Más recientemente, Torres et al. [11] estudiaron una configuración similar a la de Doutres pero empleando la técnica de holografía acústica en campo cercano y acelerómetros en lugar de una sonda de intesimetría y un vibrómetro láser para determinar las velocidades de vibración de la capa porosa y la placa móvil respectivamente, llegando a conclusiones similares. En resumen, un correcto modelado de la radiación de este tipo de sistemas requiere generalmente determinar la impedancia de transferencia de la capa porosa.

En este trabajo se analizan las diferencias de considerar la impedancia de superficie o la impedancia de transferencia al adherir una capa de material poroso a un panel vibrante a partir de una metodología basada en la técnica de tubo de impedancia. A diferencia de los trabajos anteriores, la impedancia de transferencia de las láminas porosas se modela con su impedancia característica y su constante de propagación, obtenidas con un método experimental inverso [12] a partir de medidas del coeficiente de absorción a incidencia normal [13] y de resistividad al flujo [14, 15], mientras que el panel vibrante se modela como un pistón rígido. Los materiales estudiados han sido obtenidos a partir de fibras naturales o provienen de procesos de reciclaje, pudiendo encontrarse sus modelos semi-empíricos en la literatura ([16-18]). También se realizará una predicción de la eficiencia de radiación sonora del sistema poroso-placa para un montaje en pantalla infinita con cada uno de estos materiales, realizando una comparativa entre ellos y discutiendo las diferencias de considerar un tipo de impedancia u otro.

## 2. IMPEDANCIA DE SUPERFICIE Y DE TRANSFERENCIA DE UN MATERIAL POROSO

La propagación de una onda acústica en un fluido como el aire puede describirse a partir de la ecuación de onda homogénea lineal o ecuación de Helmholtz. Cuando en dicho medio existe un contorno cubierto por un material poroso, es común recurrir al término de impedancia acústica para describir dicha condición de contorno. En este punto se contemplan dos situaciones (ver Figura 1), dependiendo de si la región límite de dicho contorno se considera rígida (impedancia de superficie) o móvil (impedancia de transferencia).

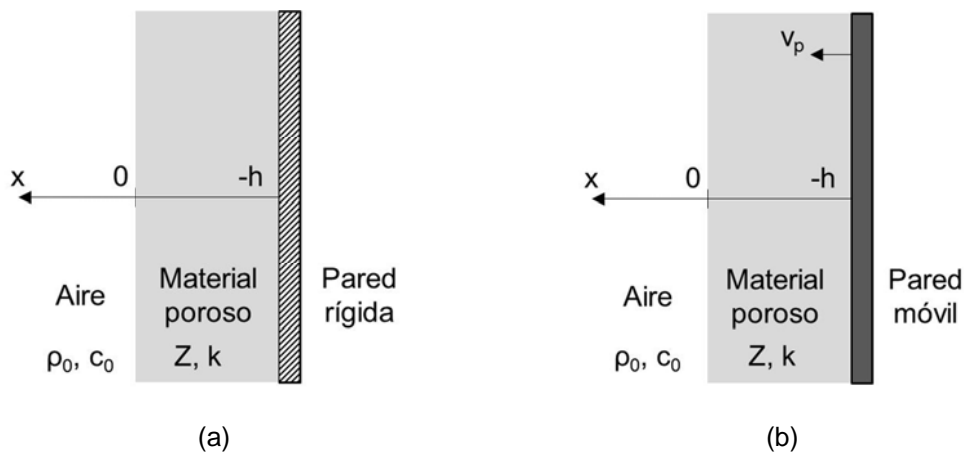


Figura 1 – Tipos de condición de contorno: (a) Rígida (impedancia de superficie) o (b) móvil (impedancia de transferencia).

En el primer caso, la impedancia de superficie  $Z_s$  relaciona la presión y la componente  $x$  de velocidad en un punto del interfaz aire-poroso, definiéndose así la condición de contorno mixta homogénea de Dirichlet-Neumann o de Robin

$$\frac{\partial p}{\partial x} + jk_0 \beta_s p = 0 \quad (1)$$

donde  $p$  es la presión sonora,  $k_0 = \omega/c_0$  el número de onda del aire, siendo  $\omega$  la frecuencia angular y  $c_0$  la velocidad del sonido en éste, y  $\beta_s = Z_0/Z_s$ , donde  $Z_0 = \rho_0 c_0$  es la impedancia característica del aire y  $\rho_0$  su densidad.

En el segundo caso, la impedancia de transferencia  $Z_t$  se define en términos de la velocidad relativa entre la velocidad de la región límite del contorno móvil,  $v_p$ , y la componente normal de la velocidad en el interfaz fluido-poroso, obteniéndose la condición de contorno mixta inhomogénea

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + jk_0 \beta_t p = j\omega \rho_0 v_p \quad (2)$$

donde  $\beta_t = Z_0/Z_t$ .

Ambas impedancias pueden obtenerse fácilmente para el caso unidimensional en el que se asume que únicamente se propagan ondas planas en la dirección  $x$ . Considerando el caso simple en el que esqueleto del material poroso se supone rígido, a partir de las propiedades acústicas de dicho material (impedancia característica y constante de propagación) y aplicando

las condiciones de continuidad en el interfaz fluido-poroso y de velocidad en la región móvil del contorno, es posible calcular la impedancia de superficie y de transferencia según las siguientes ecuaciones

$$Z_s = Z \coth(jkh) \quad (3)$$

$$Z_t = \frac{Z_0}{j \frac{Z_0}{Z} \sin(kh) + \cos(kh) - 1} \quad (4)$$

donde  $Z$  es la impedancia característica del material poroso,  $k$  el número de onda o constante de propagación del mismo y  $h$  su espesor.

Una forma sencilla de caracterizar un material poroso de esqueleto rígido es empleando un modelo empírico. Delany y Bazley propusieron un modelo para relacionar la impedancia característica y la constante de propagación de un material poroso con su resistividad al flujo a partir de medidas en tubo de impedancia y un ajuste de los datos obtenidos. Esta técnica simple y efectiva también ha sido empleada por otros autores para caracterizar materiales similares, pudiendo escribirse las ecuaciones correspondientes a los parámetros acústicos de interés para la mayoría de esos modelos utilizando una notación más genérica

$$Z = \rho_0 c_0 \left( 1 + C_1 \left( \frac{\rho_0 f}{\sigma} \right)^{-C_2} - j C_3 \left( \frac{\rho_0 f}{\sigma} \right)^{-C_4} \right) \quad (5)$$

$$k = \frac{\omega}{c_0} \left( 1 + C_5 \left( \frac{\rho_0 f}{\sigma} \right)^{-C_6} - j C_7 \left( \frac{\rho_0 f}{\sigma} \right)^{-C_8} \right) \quad (6)$$

donde  $C_i$  ( $i = 1 \dots 8$ ) son los coeficientes correspondientes a cada modelo y  $\sigma$  la resistividad al flujo de aire del material poroso.

### 3. RADIACIÓN SONORA DE UN PISTÓN CUBIERTO CON MATERIAL POROSO

La potencia sonora radiada por un sistema vibrante, como el pistón circular cubierto con material poroso montado en pantalla infinita de la Figura 2, puede obtenerse resolviendo la ecuación de onda para unas condiciones de contorno dadas.

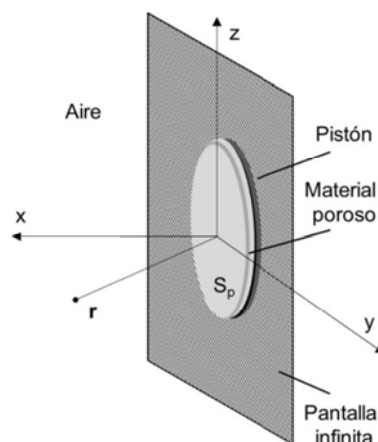


Figura 2 – Pistón circular cubierto con material poroso montado en pantalla infinita.

En campo lejano, esta potencia sonora radiada  $W_{rad}$  puede calcularse integrando la intensidad sonora en un hemisferio de radio  $r$ , llegando a una expresión de ésta en función de la presión sonora en esa superficie  $S$  de la forma

$$W_{rad} = \int_S \frac{|p(\mathbf{r})|^2}{2\rho_0 c_0} dS \quad (7)$$

donde la presión sonora  $p(\mathbf{r})$  en cada punto de dicha superficie se obtiene como la suma de las presiones producidas por muchas fuentes simples infinitesimales del sistema vibrante. Para un pistón de superficie  $S_p$  cubierto por una lámina porosa, esta suma puede obtenerse resolviendo la integral de superficie o de Rayleigh

$$p(\mathbf{r}) = j\omega\rho_0 \frac{Z_p}{Z_p + Z_0} v_p \int_{S_p} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) dS_p \quad (8)$$

donde  $Z_p$  es la impedancia (de superficie o de transferencia) de la lámina porosa,  $v_p$  se ha sacado de la integral al ser uniforme en cualquier punto del pistón y  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = e^{-jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} / 2\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|$  es la función de Green que satisface dichas condiciones de contorno, siendo  $r_0$  la distancia de cada una de las fuentes infinitesimales al centro del pistón.

Para ilustrar el efecto de modelar la lámina porosa en este tipo de sistemas con un tipo de impedancia u otra (de superficie o de transferencia), se sustituirá indistintamente el valor de cada una de ellas en el término  $Z_p$  de la ecuación (8). La comparativa entre ambas situaciones se realizará en base a la relación que existe entre la potencia acústica radiada y la potencia vibratoria  $W_{vib}$ , también conocida como eficiencia de radiación  $\sigma_{rad}$

$$\sigma_{rad} = \frac{W_{rad}}{W_{vib}} \quad (9)$$

donde  $W_{vib} = \rho_0 c_0 S_p \frac{|v_p|^2}{2}$ .

## 4. RESULTADOS

### 4.1 DETERMINACIÓN DE LAS IMPEDANCIAS DE SUPERFICIE Y DE TRANSFERENCIA DE MATERIALES POROSOS-FIBROSOS

En primer lugar, se compararán las impedancias de superficie y de transferencia para tres tipos de materiales absorbentes porosos-fibrosos obtenidos a partir de fibras naturales o provenientes de procesos de reciclaje. Los materiales estudiados han sido: fibra natural de Kenaf, fibras de poliéster de reciclado de botellas de plástico (PET) y fibra natural de coco. La Figura 3 muestra los tres tipos de materiales y sus imágenes de microscopio electrónico. Estos materiales fueron previamente caracterizados empleando un método experimental inverso a partir de medidas del coeficiente de absorción a incidencia normal y de resistividad al flujo. Se han escogido muestras de espesores casi idénticos a fin de comparar unas con otras.



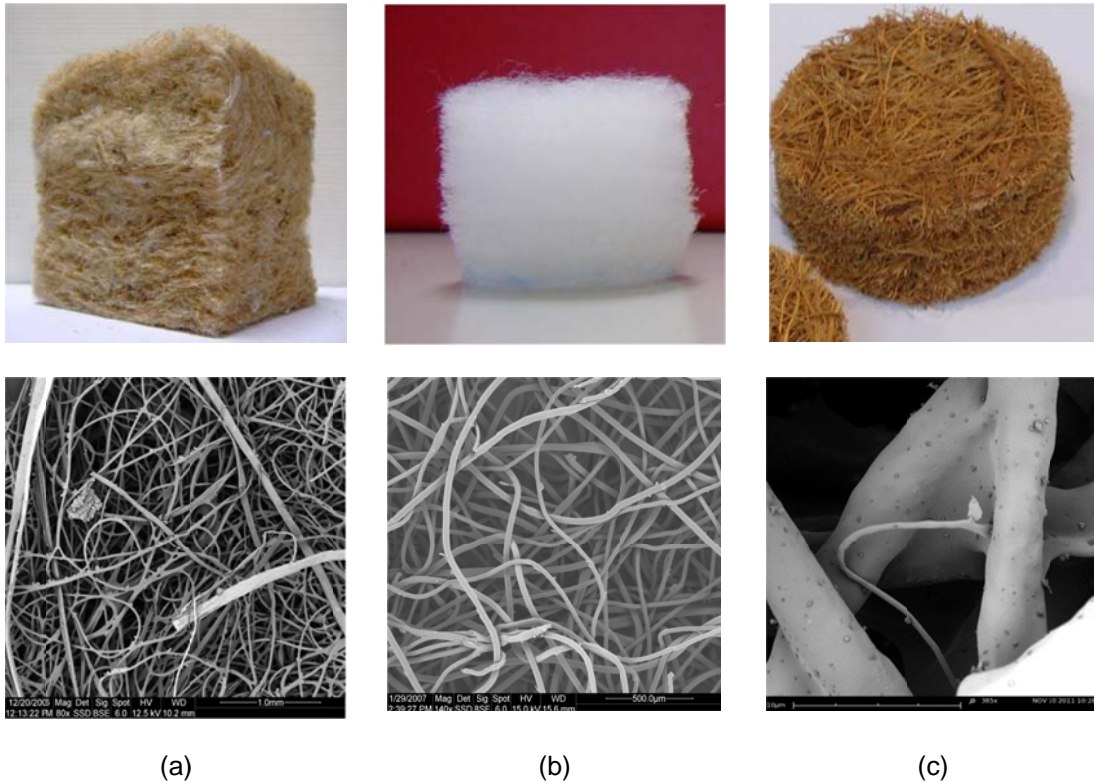


Figura 3 – Materiales porosos-fibrosos bajo estudio (superior) y sus imágenes de microscopio electrónico (inferior): (a) Kenaf, (b) PET y (c) Coco.

Las características de las muestras analizadas así como los coeficientes que definen sus modelos semi-empíricos están recogidos en la Tabla 1.

Tabla 1 – Características y coeficientes de los modelos para las muestras analizadas.										
Tipo	$h$ (mm)	$\sigma$ (Pa·s/m <sup>2</sup> )	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
Kenaf *	19	6167	0.060	0.914	0.080	0.656	0.104	0.782	0.119	0.662
PET	20	3800	0.078	0.648	0.082	0.602	0.108	0.506	0.156	0.629
Coco	20	730	0.071	-0.875	-0.122	-0.452	0.0997	-0.599	0.213	-0.486

\* Los coeficientes de esta tabla para el Kenaf difieren de los de la referencia [16].

La Figura 4 muestra los resultados de impedancia de superficie e impedancia de transferencia obtenidos para cada uno de los tres tipos diferentes de material bajo estudio. En casi todos los casos, la parte imaginaria de la impedancia de transferencia y de la impedancia de superficie son muy similares. Sin embargo, la parte real de la impedancia de transferencia es menor que la de superficie en todos los casos.

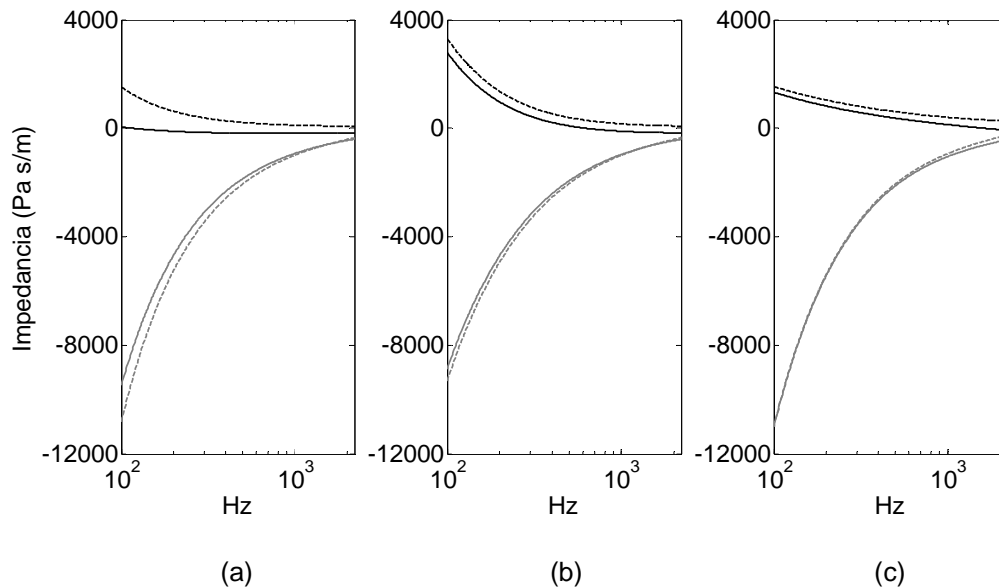


Figura 4 – Parte real (negro) e imaginaria (gris) de la impedancia de superficie (---) y de la impedancia de transferencia (—) para: (a) Kenaf, (b) PET y (c) Coco.

#### 4.2 ANÁLISIS DE LA RADIACIÓN DE UNA PLACA MÓVIL CUBIERTA CON MATERIAL POROSO-FIBROSO

Una vez analizadas las diferencias de considerar la impedancia de superficie o la impedancia de transferencia de un material poroso-fibroso, se estudia el efecto de uno u otro parámetro en el cálculo de la eficiencia de radiación de un pistón montado en pantalla infinita y cubierto por éste. Para ello se considera un pistón circular de 0.1 m de radio al que se adhiere cada uno de los materiales de la Tabla 1. El tamaño del pistón es lo suficientemente grande en comparación con el espesor de las muestras como para despreciar posibles efectos de difracción, siendo además dicho espesor prácticamente el mismo para todos los casos analizados. Para el cálculo de la configuración con material se han considerado tanto la impedancia de superficie como la de transferencia.

La Figura 5 muestra la eficiencia de radiación calculada para el pistón sin material y con cada uno de los materiales bajo estudio. Para todas las muestras analizadas, el efecto en el rango de baja frecuencia es prácticamente despreciable. Por otra parte, se verifica que los cálculos con la impedancia de superficie no son apropiados en el rango de media-alta frecuencia, que es donde este tipo de materiales empiezan a tener un efecto más significativo en la radiación sonora, pues los cálculos con este parámetro presentan unas mayores diferencias respecto a la impedancia de transferencia. El material obtenido a partir de fibra natural de coco ofrece un mejor desacoplamiento entre el pistón y el medio de radiación que el resto al presentar una menor eficiencia de radiación, mientras que el obtenido a partir de fibra de Kenaf no muestra a penas diferencias respecto al pistón sin material.

Por lo tanto, existe una correlación entre estos resultados y los obtenidos en la Sección 4.1 y, aunque puedan existir excepciones, por lo general resulta más conveniente el empleo de la impedancia de transferencia como parámetro para los modelos de predicción dado que de lo contrario se puede estar realizando a una estimación imprecisa del comportamiento acústico del sistema placa-poroso.

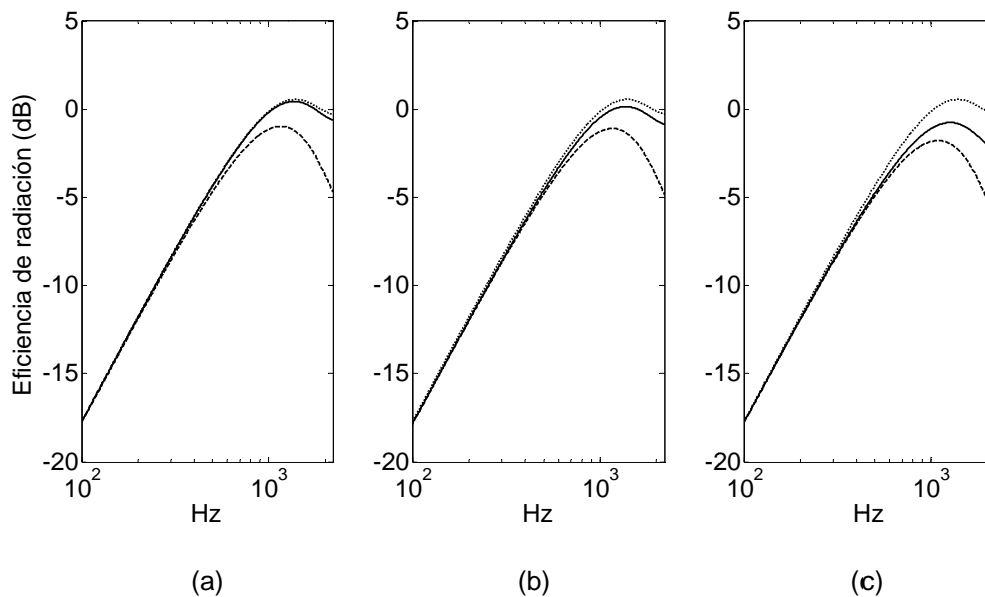


Figura 5 – Eficiencia de radiación obtenida a partir de la impedancia de superficie (---) y la impedancia de transferencia (—) para: (a) Kenaf, (b) PET y (c) Coco. También se incluye como referencia la del pistón sin material poroso (···).

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha propuesto una metodología basada en la técnica de tubo de impedancia para analizar las diferencias de considerar la impedancia de superficie o la impedancia de transferencia al estudiar el comportamiento acústico de un sistema compuesto por una placa móvil a la que se adhiere un material poroso-fibroso. Para ello se han escogido una serie de materiales naturales u obtenidos a partir de procesos de reciclaje y se han determinado ambos tipos de impedancia según los modelos semi-empíricos que los caracterizan. Los cálculos ponen de relieve las diferencias existentes entre considerar un parámetro u otro. También se han analizado dichas diferencias para una configuración de pistón montado en pantalla infinita, evaluando la eficiencia de radiación para ambos casos. Las predicciones confirman que el uso de la impedancia de superficie puede no ser apropiado en la mayoría de los casos y que estas estimaciones deben realizarse con la impedancia de transferencia.

## AGRADECIMIENTOS

En este trabajo se presentan resultados del proyecto BIA2013-41537-R (BIAEFIREMAT “Desarrollo de nuevos eco-materiales y soluciones constructivas sostenibles para edificación basado en el uso de residuos y materias primas renovables”) que está financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España y cofinanciado con fondos FEDER, dentro del Programa Estatal I+D+I orientada a los Retos de la Sociedad 2013.

## REFERENCIAS

- [1] M. A. Biot, *The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range. II. Higher frequency range*, Journal of the Acoustical Society of America, 28 (2), 168-191, 1956.
- [2] K. Attenborough, *Acoustical characteristics of porous materials*, Physics Reports (Review Section of Physics Letters), 82 (3), 79-227, 1982.



- [3] J. F. Allard, N. Atalla, *Propagation of sound in porous media. Modelling sound absorbing materials*, Wiley, Chichester, United Kingdom, 2009.
- [4] M. E. Delany, E. N. Bazley, *Acoustical properties of fibrous absorbent materials*, Applied Acoustics, 3 (2), 105-116, 1970.
- [5] J. F. Allard, Y. Champoux, *New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials*, Journal of the Acoustical Society of America, 91 (6), 3346-3353, 1992.
- [6] M. Garai, F. Pompoli, *A simple empirical model of polyester fibre materials for acoustical applications*, Applied Acoustics, 66 (12), 1383-1398, 2005.
- [7] T. E. Vigran, L. Kelders, W. Lauriks, P. Leclaire, T. F. Johansen, *Prediction and measurement of the influence of boundary conditions in a standing tube*, Acta Acustica united with Acustica, 83 (3), 419-423, 1997.
- [8] D. Pilon, R. Panneton, F. Sgard, *Behavioral criterion quantifying the edge-constrained effects on foams in the standing tube*, Journal of the Acoustical Society of America, 114 (4), 1980-1987, 2003.
- [9] O. Doutres, N. Dauchez, J. M. Génevaux, *Porous layer impedance applied to a moving wall: Application to the radiation of a covered piston*, Journal of the Acoustical Society of America, 122 (4), 2038-2048, 2007.
- [10] X. Sagartzazu, L. Hervella-Nieto, *Impedance prediction for several porous layers on a moving plate: application to a plate coupled to an air cavity*, Journal of Computational Acoustics, 19 (4), 379-394, 2011.
- [11] J. Torres, M. Petite, J. Carbajo, E. Segovia, J. Ramis, *Caracterización de la impedancia de transferencia de materiales porosos-fibrosos usando holografía acústica de campo cercano (NAH)*, Revista de Acústica, 45 (1-2), 11-16, 2014.
- [12] J. Alba, J. Ramis, M. T. Lorenzana, R. del Rey, *Propuesta de modelo empírico para materiales absorbentes acústicos*, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 24 (2), 147-162, 2008.
- [13] UNE-EN ISO 10534-2:2002, Acústica. Determinación del coeficiente de absorción acústica y de la impedancia acústica en tubos de impedancia. Parte 2: Método de la función de transferencia.
- [14] K. U. Ingard, T. A. Dear, *Measurement of acoustic flow resistance*, Journal of Sound and Vibration, 103, 567-572, 1985.
- [15] UNE-EN 29053:1994. Acústica. Materiales para aplicaciones acústicas. Determinación de la resistencia al flujo de aire.
- [16] J. Ramis, J. Alba, R. del Rey, E. Escuder, V. J. Sanchís, *New absorbent material acoustic based on kenaf's fibre*, Materiales de construcción, 60 (299), 133-143, 2010.
- [17] R. del Rey, J. Alba, J. Ramis, V. J. Sanchís, *New absorbent acoustic materials from plastic bottle remnants*, Materiales de construcción, 61 (304), 547-558, 2011.
- [18] J. Ramis, R. del Rey, J. Alba, L. Godinho, J. Carbajo, *A model for acoustic absorbent materials derived from coconut fiber*, Materiales de construcción, 64 (313), 2014.