

## OS EFEITOS ACÚSTICOS DO CONTRABAIXO E DO PIANO

PACS: 43.75.-z

Maria Lúcia Grillo e Luiz Roberto Baptista  
Universidade do Estado do Rio de Janeiro  
Rua São Francisco Xavier 524, sala 3034D,  
Rio de Janeiro, RJ, Brasil, CEP 20.550-013  
Tel.: 55-21-23340844, Fax: 55-21-23340379  
E-mail: [mluciag@uerj.br](mailto:mluciag@uerj.br) e [maestroluizroberto@ig.com.br](mailto:maestroluizroberto@ig.com.br)

### ABSTRACT

The musical instruments have undergone major transformations and adaptations, especially in the sector of eletrofonos. However, traditional orchestra acoustic instruments are still present with its mysteries that generate challenges. Their potential when known, allow them to be further explored and thus the result is richer, with a gain in efficiency. The important thing is to know how to get better results and that the knowledge of the physics of these tools becomes primordial. The result of the musician-instrument relationship result so enjoyable and optimized for both the live audition and for the recordings.

### RESUMO

Os instrumentos musicais têm sofrido grandes transformações e adaptações, especialmente no setor dos eletrofonos. Porém, os tradicionais instrumentos acústicos de orquestra continuam presentes com seus mistérios que geram desafios. As suas potencialidades, quando conhecidas, permitem que eles sejam mais explorados e dessa forma o resultado será mais rico, com um ganho na eficiência. O importante é saber como obter melhores resultados e para isso o conhecimento da Física desses instrumentos torna-se primordial. O resultado da relação músico-instrumento resultará assim mais agradável e otimizado, tanto para a audição ao vivo quanto para as gravações.

### INTRODUÇÃO

Os cordofones formam um grupo muito grande e variado de instrumentos musicais. Normalmente são divididos em cordofones dedilhados, friccionados e percutidos, conforme a maneira como as cordas sofrem a perturbação que gera o som desejado. Há cordofones

temperados e não temperados, alguns com cordas de comprimento efetivo fixo e outros com possibilidades de variação de comprimento. Dentre tantas possibilidades escolhemos 2 cordofones com características bem diferentes, porém que quando comparados podem ser melhor conhecidos e assim suas potencialidades manifestadas e aproveitadas.

### MODOS VIBRACIONAIS DAS CORDAS

Conforme Grillo e Baptista (2012), os modos vibracionais de uma corda podem ser transversais, longitudinais, torcionais e de oitava. As ondas não dispersivas, cuja velocidade não varia com o vetor de onda, podem ser expressas como:

$$y(x,t) = A \cos(kx - \omega t), \quad (1)$$

onde  $\omega = vk$ , com  $v$  constante.

Derivando  $y$  duas vezes em relação a  $t$  e a  $x$  obtemos:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2)$$

que é a conhecida equação da onda, que descreve a cinemática de qualquer onda linear propagando-se na direção  $x$  (CHAVES, 2007).

Cada modo obedece à equação (2), com diferentes velocidades, que dependem de parâmetros específicos de cada modo.

As ondas geradas nos instrumentos musicais são estacionárias, resultantes da superposição de duas ondas com sentidos contrários. Podem então ser expressas pela equação:

$$y = A \sin(kx + \omega t) + A \sin(kx - \omega t) \quad (3)$$

onde  $A$  é a amplitude do movimento em cada uma das ondas (RANDALL, 1951), considerando a fase inicial nula.

Podemos reescrever a equação (3) na forma:

$$y = 2A \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (4)$$

onde  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $v = \lambda f$  e  $\omega = 2\pi f$

Considerando as extremidades fixas, quando  $x = L$  ( $L$  é o comprimento da corda) é necessário que  $y$  seja nulo em qualquer valor de  $t$ . Neste caso o termo em seno se anula:

$$\sin(kx) = 0, \text{ o que leva a } kx = n\pi \text{ e } \lambda = 2L/n \quad (5)$$

Substituindo o valor de  $\lambda$ , da equação (5), na equação (4), obtemos:

$$y = 2A \sin(2\pi x/\lambda) \cos(2\pi vt/\lambda) = 2A \sin(\pi x n/L) \cos(\pi v n t/L) \quad (6)$$

que é uma equação de onda estacionária (RANDALL, 1951). Nessa expressão  $n = 1$  corresponde ao modo fundamental,  $n = 2$  ao 1º harmônico, etc. Por isso alguns autores chamam o modo fundamental de 1º harmônico.

As frequências dos modos são:

- modo transversal:

$$f = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (7)$$

- modo longitudinal:

$$f = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (8)$$

- modo torcional:

$$f = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (9)$$

onde T é a força nas extremidades da corda, e E e G são os módulos de elasticidade de Young e de rigidez à torção respectivamente. O módulo de Young pode ser definido como:

$$(\Delta L/L) = (T/A)/E \quad (10)$$

## O CONTRABAIXO

O contrabaixo é o maior e mais grave instrumento do naipe das cordas. Suas cordas são afinadas por quartas e não por quintas como os outros três. Possui diferenças de construção em relação aos outros, como as costas planas, pelo fato de ser muito grande e de notas muito graves. Foi usado no Barroco e no Classicismo como apoio ao baixo e no Romantismo ganhou mais importância começando a ser também solista. (GRILLO E BAPTISTA, 2012)

É o mais difícil de ser executado, especialmente devido a seu grande tamanho e grande densidade das cordas, o que permite o alcance de notas muito graves. Sua função vai além da execução de sua parte musical. Ele é responsável pelas resultantes na harmonia da orquestra. Um naipe de contrabaixos desafinados numa orquestra equivale a uma estrutura de ponte mal calculada e mal executada, e o desastre será equivalente. Quando as fundações são mal feitas o prédio não poderá ficar de pé, mesmo que estas não sejam vistas. O contrabaixo é um instrumento que é pouco ouvido, muito menos que o violino ou a viola, que são os mais agudos da família, e também menos que o violoncelo, porém pode gerar ótimos resultados quando executados adequadamente ou pode gerar um estrago significativo numa orquestra, seja ela de cordas ou mesmo sinfônica.

Segundo Vasconcelos (2002) há belos concertos escritos para contrabaixo e orquestra, como os concertos e duos de G. Botesini, os concertos, sonatas e caprichos de D. Dragonetti e os concertos e a Sinfonia concertante para contrabaixo e viola de C. D. Dittersdorff.

Possui propriedades físicas bem diferentes dos outros e dentre os 4 é o que tem sido menos estudado em suas propriedades físicas. Apresenta um timbre bem peculiar. É transpositor de 8ª, isto é, soa uma oitava abaixo do que está escrito, em clave de fá e sol. Suas cordas (conforme tabela 1) quando soltas, isto é, quando usadas em seu máximo comprimento efetivo, emitem as notas  $mi_{-1}$ ,  $lá_{-1}$ ,  $ré_1$  e  $sol_1$ , com frequências 41,2 Hz, 55 Hz, 73,4 Hz e 97,99 Hz respectivamente (conforme notação de Cardoso e Mascarenhas, 1974). Alguns pesquisadores, como o Donoso, chamam as notas de  $mi_1$ ,  $lá_1$ ,  $ré_2$  e  $sol_2$ , ou ainda como José Vasconcelos, que se refere às notas como  $mi_{-1}$ ,  $lá_{-1}$ ,  $ré_0$  e  $sol_0$ . Suas notas mais graves apresentam dois ou mais parciais dentro da mesma banda crítica, o que faz com que apresente um som áspero (FLETCHER E ROSSING, 2008).

A diferença entre os comprimentos efetivos da corda, para emissão de notas com intervalo de 1 semitom é muito grande, comparando com os outros cordofones friccionados, chegando até 6,2 cm.

O arco do contrabaixo pode ser de 2 tipos e cada um é usado com uma técnica diferente: arco Simandl ou alemão e arco Bottesini ou francês. O arco alemão é conhecido também como Dragoneti, em homenagem ao compositor com este nome. Os instrumentos do naipe das cordas possuem uma riqueza de timbres muito grande, conforme o tipo de excitação da corda: pizzicato (ação direta dos dedos), martellato (cordas percutidas com as cerdas do arco), ricochet (o arco pula de 2 a 4 vezes sobre a corda), tremolo (movimento de vai-e-vem do arco sobre uma corda) e vibrato (oscilação dos dedos da mão esquerda sobre a corda friccionada) (RIBEIRO, 2005). Esses efeitos geram notas curtas, diferentes das obtidas com arco friccionado lentamente sobre a corda. Conforme o local de excitação temos: sul tasto (sobre o espelho – régua que prolonga o braço do instrumento), sul ponticello (próximo ao cavalete ou ponte). O som emitido varia conforme a posição do arco, a velocidade e a força no arco. Segundo Henrique (2007), o arco lento gera maior riqueza de harmônicos agudos do que no som gerado com o arco mais rápido. Os modos inarmônicos são excitados em cordas reais, uma vez que a resistência à flexão é não nula. A frequência dos modos vibracionais fica um pouco maior devido à força de restituição da flexão. Quanto mais elevados os modos, maior é a força de restituição, pois a corda sofre flexões com maior curvatura. Quanto maior o comprimento da corda menor é a influência dessa força. Quanto menor a resistência à flexão melhor é a corda, mas quanto mais densa a corda, maior será essa resistência. No contrabaixo as cordas são mais longas (menor resistência à flexão), porém a densidade é maior, o que faz aumentar essa resistência (GRILLO e BAPTISTA, 2012)

Existem diferentes tamanhos e modelos de contrabaixo. Em nossos experimentos usamos um contrabaixo chinês de marca Michel, com cordas de 109,5 cm, com arco alemão. A altura do cavalete interfere no som emitido. Alguns contrabaixos possuem cavalete com altura variável, para permitir a mudança, em execução de músicas orquestrais, solo, jazz ou popular (HENRIQUE, 2007).

As figuras 1, 2, 3 e 4 apresentam os espectros das 4 cordas do contrabaixo, com arco na posição normal (entre sul tasto e sul ponticello). A distância entre as linhas é aproximadamente o valor da frequência fundamental, que vai diminuindo da corda sol (fig. 1) até a corda mi (fig. 4).

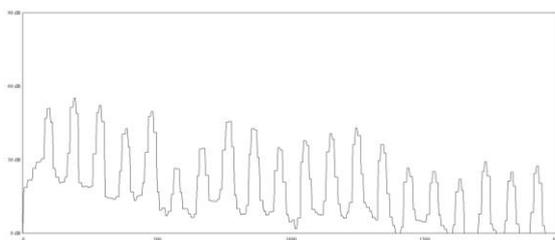


Figura 1: corda sol do contrabaixo

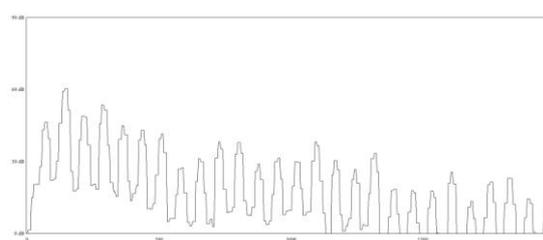


Figura 2: corda ré do contrabaixo

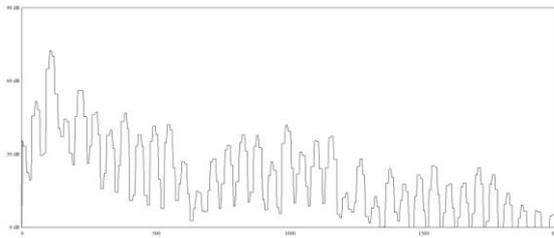


Figura 3: corda lá do contrabaixo

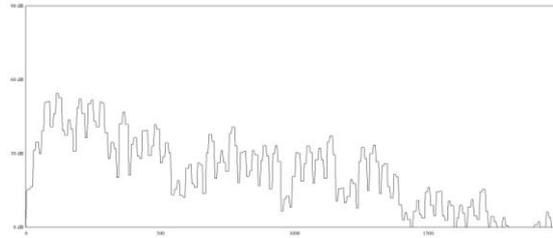


Figura 4: corda mi do contrabaixo

Observamos que o 1º harmônico, em cada espectro, possui nível de intensidade sonora (NIS) maior que o modo fundamental. Vemos evidenciado o modo vibracional de oitava, devido à vibração das extremidades onde a corda está presa. Isso pode acontecer também devido aos modos de ressonância da caixa do contrabaixo, superpostos aos modos vibracionais da corda.

Os espectros das cordas do contrabaixo apresentam, conforme previsto, mais de um parcial dentro da mesma banda. Vemos então nas figuras 1 a 4 que cada pico é na verdade formado pelo conjunto de três ou quatro picos de frequências e intensidades diferentes. Considerando o pico mais intenso em cada região observamos que o som não é perfeitamente harmônico. Como o som é resultado de vários modos vibracionais (transversal, longitudinal, torcional e de oitava), alguns aproximam e outros afastam da harmonicidade. Esses modos não levam em conta a resistência à flexão, que afasta da harmonicidade com o aumento da densidade. A vibração mais intensa é a transversal e consideramos o som fundamental e seus harmônicos superiores. Segundo Henrique (2007), abaixo da vibração transversal fundamental aparecem os modos de torção e como o movimento é também auto-sustentado (a vibração da corda interage com o movimento do arco), há um bloqueamento de frequências que contribuem para que os modos vibratórios possuam frequências múltiplas da fundamental.

Na tabela 1 apresentamos as notas, frequências ( $f$ ) das cordas soltas, densidades médias ( $\mu$ ), tensões médias ( $T$ ) e os diâmetros ( $d$ ). As frequências são tabeladas, as densidades foram medidas, as tensões calculadas, partindo da expressão (7) e os diâmetros foram medidos. Como no violão e todos os instrumentos de cordas, a distância entre as posições do dedo da mão esquerda, referente a de um semitom vai diminuindo com o aumento da frequência. O contrabaixo é um instrumento não temperado, o que lhe permite a emissão de infinitas frequências entre 2 notas separadas por 1 semitom, bem como diversos efeitos não presentes em instrumentos temperados, como o piano. Se colocássemos trastes no contrabaixo, o que impediria muitos efeitos e frequências, as distâncias à pestana seriam da ordem de 6,2 cm, 12 cm, 17,5 cm, 22,6 cm, 27,5 cm, etc, o que formaria casas (entre 2 trastes) com tamanhos de 6,2 cm, 5,8 cm, 5,1 cm, 4,9 cm, etc, bem maiores que no violão. Para esse cálculo consideramos os modos transversais, que são os mais intensos.

Segundo Tipler e Mosca (2006) o módulo de Young ( $E$ ) do aço, material da corda, vale  $200 \text{ GN/m}^2$  e a tensão de ruptura ou resistência de tração do aço ( $F/A$ ) vale  $520 \text{ GN/m}^2$ . Considerando o diâmetro de cada corda, conforme tabela 1, calculamos, através da equação (10), qual seria a tensão máxima suportada por cada corda. Obtivemos então valores bem mais altos que os correspondentes às tensões ( $T$ ) necessárias para as frequências de cada corda, que estão listados na tabela 1. Os valores seriam, em ordem da corda 1 para a corda 4: 587,6N; 1.111,7N; 1.799,2N e 2.977N. Isso significa que as cordas do contrabaixo são muito resistentes, levando em conta as tensões médias usadas. O contrabaixo pode então ser afinado acima da afinação convencional, aumentando sua frequência através do aumento da tensão na corda. Usando as tensões máximas calculamos a frequência máxima que poderia ser atingida em cada corda, usando a equação 7: 146,4 Hz, 135,6 Hz, 129,4 Hz e 127,1 Hz, da corda 1 até a corda 4.

Tabela 1 – frequências, densidades, tensões e diâmetros das cordas do contrabaixo

Corda	nota	f(Hz)	$\mu$ (kg/m)	T(N)	d (mm)
1	Sol	98	0,0057	265,0	1,20
2	Ré	73,4	0,0126	325,3	1,65
3	Lá	55	0,0224	324,7	2,10
4	Mi	41,2	0,0384	312,9	2,70

As figuras 5, 6, 7 e 8 apresentam os espectros das cordas soltas do contrabaixo com arco na posição sultasto.

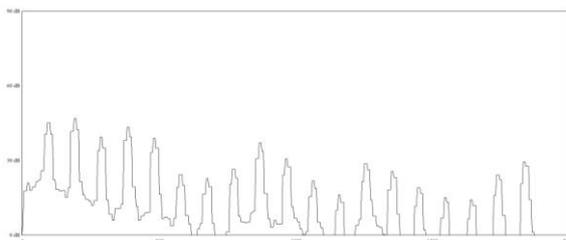


Figura 5: corda sol do contrabaixo sultasto

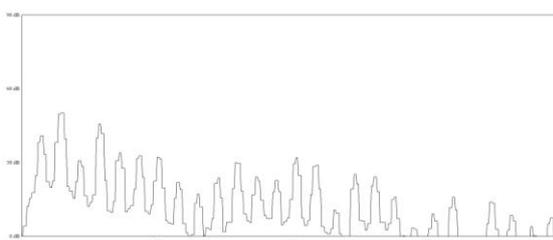


Figura 6: corda ré do contrabaixo sultasto

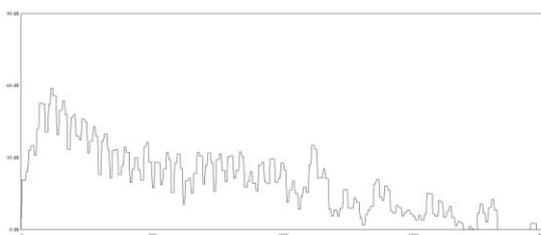


Figura 7: corda lá do contrabaixo sultasto

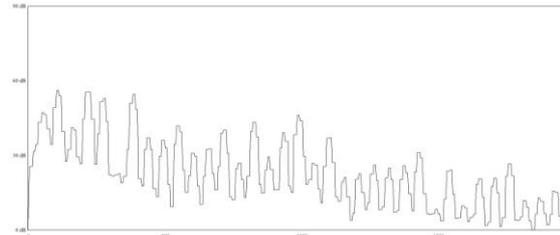


Figura 8: corda mi do contrabaixo sultasto

As figuras de 9 a 12 apresentam os espectros das cordas soltas do contrabaixo com arco na posição sul ponticello.

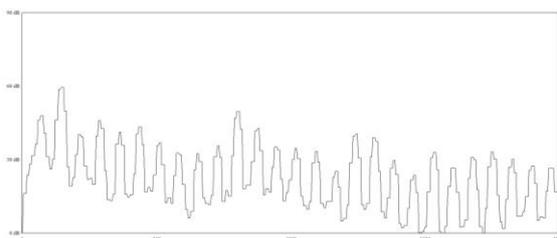


Fig. 9: corda sol do contrabaixo sul ponticello

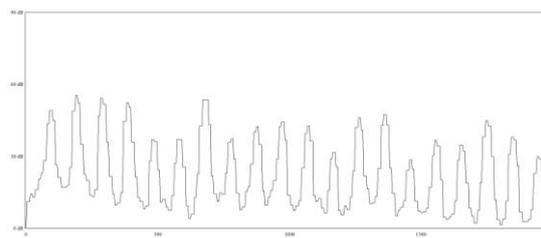


Fig. 10: corda ré do contrabaixo sul ponticello

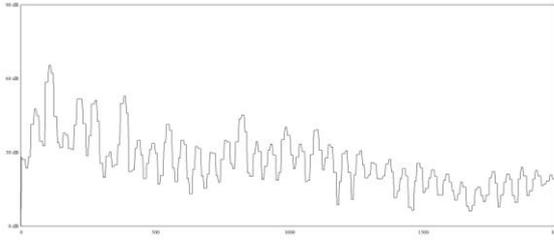


Fig. 11: corda lá do contrabaixo sul ponticello

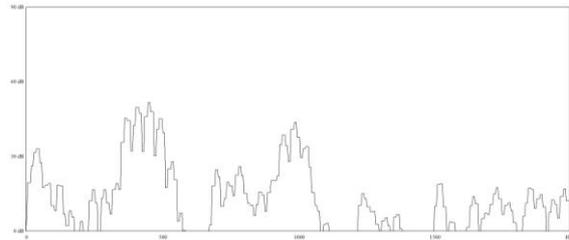


Fig. 12: corda mi do contrabaixo sul

Os espectros do contrabaixo evidenciam que o timbre muda com a posição do arco, embora, segundo Donoso e outros (2008), não seja um efeito tão significativo quanto em cordas pulsadas ou percutidas. As posições do arco, para cada posição, em função da distância ao cavalete, são 3 cm, 8 cm e 18 cm. Consideramos o ponto médio do contato crina-arco. A crina possui largura de 2 cm. A posição sul ponticello faz diminuir um pouco os primeiros harmônicos. Esse efeito é mais evidente na corda mi, mais densa, na qual chega a ser difícil emitir a frequência fundamental.

## O PIANO

O piano é um cordofone percutido, de tecla. Pode ser apresentado com cordas verticais, no modelo tipo armário, ou com cordas horizontais, quando de cauda. Suas cordas possuem comprimento efetivo fixo, diferente do contrabaixo, no qual o músico pode usar uma das mãos para modificar o comprimento (em geral a mão esquerda). O piano é um instrumento temperado, construído de acordo com a escala igualmente temperada, usada normalmente no ocidente, com 12 sons com razão entre frequências de duas notas sucessivas de  $2^{1/12}$ .

O piano teve origem no cravo, que não tinha possibilidade de desenvolver uma dinâmica, com sons fortes e fracos. A intensidade do som era independente da força com que uma tecla era percutida. Criou-se então o clavicórdio, com um sistema de excitação das cordas diferente do cravo, que permite a emissão de sons mais e menos intensos. Porém a sonoridade do clavicórdio era muito fraca. Em 1697 Bartolomeo Cristofori criou o sistema de excitação das cordas com martelos, que permitiu a emissão de som forte e fraco (piano). Segundo Ribeiro (2005) só concluiu seu novo instrumento em 1702. Surgiu então o clavicembalo col piano e forte (cravo com sons fracos e fortes) e mais tarde conhecido apenas como piano. O piano que conhecemos hoje é praticamente o resultado de aperfeiçoamentos, principalmente com o uso de uma estrutura metálica fixada na caixa harmônica, necessária para suportar a grande tensão das cordas, introduzida por Henry Steinway, em 1855 (VASCONCELOS, 2002). As tensões das cordas do piano são bem maiores que as do contrabaixo e podem passar de 1000 N. Segundo Fletcher e Rossing, a força total exercida pela totalidade das cordas de um piano de concerto é superior a 20 toneladas.

A forma de produção do som no piano é bem diferente da do contrabaixo, o que faz com que um pianista normalmente apresente dificuldade em emitir uma simples nota no contrabaixo, ou em qualquer cordofone friccionado, gerando então modos vibracionais indesejados (DONOSO e outros, 2008). Os modos vibracionais presentes são os transversais (mais intensos, como no contrabaixo), longitudinais e transversais. Devido à sua forma de excitação da corda o decaimento do som do piano é mais rápido que no contrabaixo.

O ponto de ataque na corda tem sido muito estudado, não só no piano, mas em vários instrumentos de cordas. Esse fator é mais importante no piano que no contrabaixo. Teoricamente podemos dizer que no ponto de ataque não poderá haver um nó na corda, o que

determina a diminuição ou até anulação do harmônico que teria um nó nesse ponto. Usando a equação 6, teríamos um nó quando o termo em seno se anula, por isso quando  $x = L$ , isto é, na extremidade da corda, haveria um nó (o que nem sempre acontece pois pode haver a vibração em oitava). Quando  $x$  assume um valor como  $L/3$ , o modo correspondente a  $n = 3$  geraria um nó (o que chamamos de 2º harmônico). Então para  $x = L/n$  teríamos o harmônico  $n-1$ . No caso de ataque nesse ponto esse harmônico seria anulado. Porém o som depende de outros fatores também, como a vibração de outras partes do instrumento, como o tampo harmônico no piano ou o tampo inferior e a alma no contrabaixo, bem como da velocidade, da força do ataque e também da largura do martelo (no piano) ou da crina do arco (no contrabaixo). Segundo Henrique (2007), mesmo que o martelo ataque a corda no nó de um modo, como a largura do martelo se estende para além do nó, há sempre uma parte da força que se projeta nesse modo, o que faz então com que ele apareça, quando teoricamente não seria esperado. No piano o ponto de ataque é normalmente feito entre  $1/12$  a  $1/17$  do tamanho da corda, e pode variar ao longo do teclado. Não há possibilidade de variar esse ponto, como no contrabaixo.

O piano possui 88 teclas, com frequências que variam entre 27,5 Hz, o lá<sub>1</sub>, até 4186 Hz, o dó<sub>7</sub> (em termos do Donoso). Suas músicas são escritas normalmente em clave de sol, para a mão direita, no pentagrama superior e em clave de fá, para a mão esquerda, no pentagrama inferior. Há diferentes construções em um piano, com algumas cordas simples (as 10 mais graves), duplas (18 notas médias) e triplas (as 60 mais agudas). O piano Bechstein modelo B, de 1921, por exemplo, possui 243 teclas (DONOSO e outros, 2008). Com tantas teclas e cordas poderíamos dizer que o piano pode emitir um número muito maior de notas que o contrabaixo. Se considerarmos a escala igualmente temperada isso é verdade, porém levando em conta as frequências que podem ser emitidas, o contrabaixo pode emitir um número infinito de frequências, superando então o piano. Isso se deve ao fato de o contrabaixo não ser um instrumento temperado. Os comprimentos efetivos da corda, para notas com intervalo de um semitom, são bem diferentes, conforme visto acima, e na região entre essas duas notas muitas outras poderão ser emitidas, o que gera possibilidades de efeitos não presentes no piano, como o vibrato ou mesmo o glissando, este geralmente entre notas com intervalos maiores que um semitom.

Os espectros sonoros do piano (ver figuras 13 e 14) mostram que os sobretons não são exatamente harmônicos, menos ainda que no contrabaixo e demais instrumentos de corda. Esse efeito é mais intenso nas frequências mais altas dos sobretons. Segundo Vasconcelos (2002) esse fenômeno se deve à dureza do aço. Essa dureza gera a resistência à flexão, que afasta o som resultante da harmonicidade. Porém o resultado do som emitido parece um som harmônico. Para uma corda ideal, sem resistência à flexão, a frequência dos modos transversais é dada pela equação 7. Segundo Rossing, a frequência do modo  $n$  é dada por:

$$f_n = nf_1 [1 + (n^2 - 1)B] \quad (10)$$

onde  $B$  é o coeficiente de inarmonicidade dado por  $(\pi^3 r^4 E)/(8Tl^2)$ ,  $r$  é o raio da corda,  $l$  o comprimento,  $E$  o módulo de Young e  $T$  a tensão na corda.

Outro aspecto interessante no som do piano, que também pode ser observado nos espectros, é o decaimento, que se dá de forma mais lenta nas notas mais graves e da mesma forma nos parciais mais graves. Para minimizar essa diferença de decaimento os afinadores costumam afinar as cordas duplas ou triplas de forma ligeiramente diferente, dentro de um limite que não gere batimentos (diferenças menores que 0,3 Hz). Observamos que o espectro num instante próximo do ataque em geral é menos harmônico, e em alguns segundos depois pode se aproximar da harmonicidade, com o decaimento de parciais não harmônicos. Em nossos experimentos utilizamos um piano de marca Yamaha de ½ cauda.

Agradecemos à Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) pelos auxílios financeiros que temos recebido para nossas pesquisas.

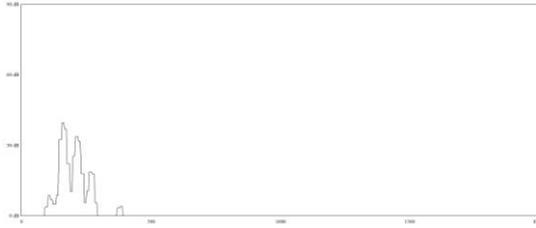


Fig. 13: nota lá<sub>1</sub> do piano; 4,61 s de decaimento

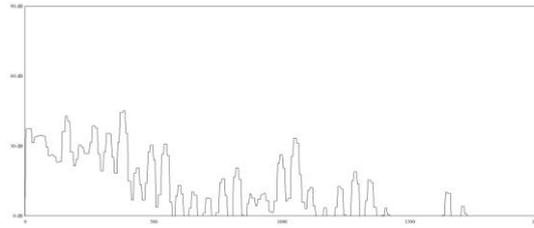


Fig. 14: nota lá<sub>1</sub> do piano; 2,70 s de decaimento

## REFERÊNCIAS

- CARDOSO, B e MASCARENHAS, M. *Curso Completo de Teoria Musical*, Irmãos Vitale, SP, 1974.
- CHAVES, A. *Física Básica – gravitação, fluidos, ondas e termodinâmica*, LTC, Rio de Janeiro, 2007.
- DONOSO, J. P. e outros. *A Física do violino*, Rev. Bras. Ensino de Física, 30(2), 2008, 2305-1 a 21.
- FLETCHER, N. H. e ROSSING, T. D. *The physics of musical instruments*, Springer, New York, 2008.
- GRILLO, M. L. N. e BAPTISTA, L. R. P. L. *Uma abordagem interdisciplinar dos cordofones friccionados*, Anais do Tecniacústica 2012.
- HENRIQUE, L. L. *Acústica Musical*, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2007.
- RANDALL, R. H. *Na Introduction to Acoustics*, Dover Publications, New York, 1951.
- RIBEIRO, J. A. S. *Sobre os Instrumentos Sinfônicos, e em torno deles*, Ed. Record, Rio de Janeiro, 2005.
- ROSSING, T. D. *The Science of Sound*, Ed. Addison-Wesley, 1990.
- TIPLER, P. A. e MOSCA, G. *Física vol. 1*, LTC, Rio de Janeiro, 2006.
- VASCONCELOS, J. *Acústica Musical e Organologia*, Ed. Movimento, Porto Alegre, 2002.