

MODELO ACÚSTICO VIRTUAL DE LA CATEDRAL RENACENTISTA DE JAÉN

PACS: 43.55.Ka

Álvarez-Morales, L.; Franco, A.J.; Alonso, A.; Girón, S.; Galindo, M.; Zamarreño, T.
Universidad de Sevilla, Dpto. Física Aplicada II, ETS Arquitectura, IUACC
Avda. Reina Mercedes 2, 41012 Sevilla, Spain. Tel.: + 34 954555979. Fax: +34 954557892.
E-Mail: calvarez6@us.es, artfralui@us.es, aliciaalonso@us.es, sgiron@us.es,
mgalindo@us.es, teofilo@us.es

ABSTRACT

The Cathedral of Jaen is one of the gems of Spanish Renaissance architecture, which served as a model for the construction of other cathedrals in Spain and America. Its experimental acoustic parameters have been determined, and employed to adjust a 3D model in order to virtually recreate its current acoustic behaviour. This model provides a basis for the analysis of acoustics of historical events and of possible future interventions. In this paper, the results of this adjustment process are presented and the acoustic behaviour of the space is analysed in terms of the values of measured and simulated parameters for the preeminent position of the source: the high altar.

RESUMEN

La catedral de Jaén es una de las joyas arquitectónicas del renacimiento español, que sirvió de modelo para la construcción de otras catedrales en España y América. Se han determinado experimentalmente los parámetros acústicos en su interior, y se han utilizado para ajustar un modelo 3D con el fin de recrear virtualmente su comportamiento acústico actual, el cual servirá de base para analizar comportamientos pretéritos o valorar posibles intervenciones futuras. En este trabajo se presentan los resultados de este proceso de ajuste y se analiza el comportamiento acústico del espacio, en términos de los valores de los parámetros medidos y simulados, para la posición preeminente de la fuente: el altar mayor.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el campo de la acústica virtual integra un conjunto de técnicas de modelado acústico, simulación computacional, y de presentación audible del campo sonoro en entornos interiores y exteriores, capaces de proporcionar descriptores paramétricos o recreaciones virtuales de los mismos con diferentes propósitos. El modelado computacional se ha convertido en una herramienta imprescindible de la ingeniería aplicada al estudio de fenómenos sonoros complejos y en una parte integral del proceso de diseño acústico. Los modelos computaciona-

EAA SIMPOSIO EUROPEO DE ACÚSTICA AMBIENTAL Y MAPAS DE RUIDO

les crean una representación matemática del entorno acústico basada en descripciones geométricas, analíticas, numéricas, estadísticas, o combinaciones de ellas, del fenómeno físico a considerar, implicando en el proceso operaciones matemáticas muy extensas que son realizadas por los ordenadores. En los modelos acústicos computacionales, el objetivo final es, en el caso de recintos cerrados, conseguir la respuesta al impulso (RI) en una localización específica de fuente-receptor a partir de la cual se pueden obtener los datos relativos al tiempo, frecuencia y dirección de la energía sonora que alcanza al receptor.

Los modelos geométricos computacionales en acústica de salas fueron introducidos por Schroeder *et al.* en 1962 [1], y las primeras implementaciones, un poco más tarde, por Krokstad *et al.* [2]. Los algoritmos de los programas informáticos estándares están basados en la acústica geométrica y han sido utilizados profusamente, como herramientas de diseño y evaluación, en teatros y salas de conciertos. En estas aproximaciones, los fenómenos ondulatorios en la descripción de los campos sonoros degeneran en entes puramente geométricos: rayos sonoros que se propagan desde la fuente hasta el receptor directamente o tras reflejarse en los confines del recinto. En este contexto no se consideran los efectos de fase en la propagación de la energía acústica. Las predicciones correspondientes solo son válidas para frecuencias superiores a la frecuencia de Schroeder de la sala que se puede expresar en función del tiempo de reverberación (T , en s) y del volumen de la sala (V , en m^3): $f_s = 2000\sqrt{T/V}$ (Hz).

Otro aspecto clave en la acústica geométrica es el tipo de reflexiones que pueden ser manipuladas. Los modelos iniciales de acústica de salas más comunes, trazados de rayos/haces [2, 3], de las fuentes imagen [4], o combinaciones de ambos [5], estaban basados en reflexiones puramente especulares; otros modelos menos usuales asumían las reflexiones como puramente difusas [6]. En una superficie real, la reflexión es una mezcla de estos dos extremos, por lo que varios autores han presentado modelos híbridos en esta dirección [7], capaces de predecir fenómenos complejos como el eco flotante [8]. Algunos de los algoritmos de acústica geométrica se han modificado para incorporar el tratamiento de alguno de los fenómenos típicamente ondulatorios como el scattering o la difracción en los bordes [7, 9]. El siguiente paso adelante en la mejora de los algoritmos de cálculo, sobre todo en el caso en que el carácter ondulatorio sea determinante, especialmente en el rango de bajas frecuencias, son los modelos computacionales basados en la ecuación general de ondas. Su resolución pasa por la caracterización de los cerramientos, en términos de su impedancia acústica, y la aplicación de los métodos numéricos (elementos finitos, de contorno, diferencias finitas,...).

Otra importante contribución en las técnicas de simulación lo constituyen las técnicas de auralización en tiempo real, integradas en sistemas de realidad virtual, que proporcionan condiciones visuales y de escucha muy realistas, con posibilidades de variados propósitos: tests psicoacústicos multisensoriales [10], usos en arqueología acústica para recrear escenarios arquitectónicos desaparecidos o para la incorporación de los aspectos acústicos, como patrimonio inmaterial, a recintos de gran valor cultural y patrimonial, son algunos ejemplos.

En este trabajo se analiza el proceso de creación, ajuste y validación del modelo geométrico computacional 3D de la catedral de Jaén. Se centrará la atención en una única posición de la fuente, de todas las consideradas en los ensayos experimentales, y se analizarán exclusivamente los resultados de los parámetros acústicos monaurales. Estos resultados constituyen el inicio de un programa de trabajo sobre este espacio catedralicio, que pretende incorporar la simulación de las respuestas al impulso binaurales y tridimensionales, y la implementación de auralizaciones.

DESCRIPCIÓN DE LA CATEDRAL DE JAÉN

La Santa Iglesia Catedral de la Asunción de Jaén, de estilo renacentista, se ubica en la plaza de Santa María de la ciudad andaluza. La extensa duración del proceso constructivo, así como la intervención de múltiples directores de obras, supuso la coexistencia de diferentes estilos arquitectónicos. Al igual que en otros casos, el solar del templo estaba ocupado en su origen por

EAA SIMPOSIO EUROPEO DE ACÚSTICA AMBIENTAL Y MAPAS DE RUIDO

la Mezquita Mayor de la ciudad musulmana, que fue consagrada en 1246 como templo cristiano tras una primera conquista. Un incendio producido en 1368 a raíz de la reinvasión árabe, genera grandes desperfectos y destruye los restos del templo, por lo que se decide construir una iglesia de nueva planta, proyectada en estilo gótico y con cubierta de madera, ésta contaba con cinco naves y un claustro situado hacia el lado norte. La deficiente construcción de este templo angosto y mal iluminado supone una amenaza de ruina, por lo que se decide demoler la capilla mayor y el crucero con el objetivo de emprender una nueva construcción, proyecto potenciado principalmente por el derrumbe del cimborrio en 1525 [11]. La construcción de la nueva catedral renacentista estuvo dirigida por varios arquitectos, de entre los cuales cabe destacar la labor de Andrés de Vandelvira, quien dirigió personalmente las obras de diversas dependencias. El proceso constructivo del templo, iniciado en el segundo tercio del siglo XVI, se prolongará durante algo más de dos centurias, hasta mediados del siglo XVIII, en el que se llevará a cabo el cerramiento de las bóvedas y capillas de la nave norte [12].

Con unas dimensiones de aproximadamente 70 m de ancha y 100 m de larga, la planta, tipo salón, define el templo, en el que conviven diferentes estilos: renacentista, barroco, churriguesco y neoclásico. La cabecera es rectangular y el templo se estructura en tres naves longitudinales divididas por pilares cruciformes corintios, coronados por arcos de medio punto que sustentan la techumbre conformada por bóvedas vaídas. En la intersección de la nave central con el crucero se ubica una gran cúpula semiesférica de 12,5 metros de diámetro que alcanza una altura libre de casi 50 metros. A lo largo del perímetro se localizan las capillas laterales, cuyas obras no se concluyeron hasta el siglo XVIII. Entre el crucero y la Capilla Mayor se ubica el presbiterio (Figura 1), un amplio espacio abierto en sus cuatro lados y elevado una altura de cinco peldaños.

El coro, situado en el centro de la planta, es uno de los más grandes y altos de España. Cuenta con un total de 69 siales en el nivel superior y 53 en el inferior. La sillería es de madera de nogal y fue tallada en el siglo XVI por diferentes artistas. El órgano ubicado sobre los muros de cantería del espacio coral (Figura 1), fue creado en 1660 y posteriormente reparado en 1705. Su caja, que aún perdura, fue tallada en 1780 en sus dos fachadas. Un nuevo órgano fue realizado en 1790, que posteriormente sería sustituido por otro elaborado en 1941.

En 1733, el maestro mayor José Gallego delineó el alzado del trascoro, una obra que se concluye en el año 1791 [13]. El conjunto alterna paños anchos y rectos con otros cortos y cóncavos. Se articula en un solo piso con pilastras corintias menos esbeltas que las de las naves.

MÉTODO EXPERIMENTAL

El ambiente sonoro se describe a partir de las respuestas al impulso medidas, atendiendo a los diferentes usos que tienen lugar en la catedral (litúrgicos, musicales, culturales, etc.), donde la



Figura 1. Vista del órgano (izquierda) y del altar mayor y crucero (derecha) de la Catedral de Jaén.

EAA SIMPOSIO EUROPEO DE ACÚSTICA AMBIENTAL Y MAPAS DE RUIDO

percepción sonora juega un papel muy importante. La presencia de fieles o público en general, estará asociada a dichos usos, existiendo, además, una lógica interdependencia entre las diferentes zonas y la posición de la fuente sonora.

Aunque se han medido las RIs considerando diferentes posiciones de la fuente sonora y un conjunto de receptores asociado a cada una de ellas (Figura 2), el presente estudio se centra en los resultados de la fuente F1, ubicada en el altar mayor y asociada con las principales celebraciones litúrgicas y algunas actividades culturales, y los 21 receptores distribuidos por las zonas laterales del altar mayor, el transepto y el coro, todas ellas ocupadas por bancos de madera. Las medidas se llevaron a cabo con el templo vacío. Se monitorizaron las condiciones ambientales midiendo la temperatura y la humedad relativa y se siguieron las recomendaciones de la UNE-EN-ISO 3382 [14] y otras específicamente relacionadas con los recintos de culto [15].

El proceso de generación de la señal de barrido exponencial en frecuencia para excitar el recinto, la adquisición y el análisis de las respuestas al impulso se realizaron con el programa WinMLS2004 a través de la tarjeta de sonido Edirol UA-101. La señal generada fue emitida por una fuente dodecaédrica AVM DO-12 con un amplificador de potencia B&K 2734 y un subwoofer Beringher Eurolive B1800D-Pro autoamplificado, incorporado con el fin de mejorar la relación señal-ruido impulsiva a bajas frecuencias. En cada punto de recepción se recogieron las RIs monoaurales usando un micrófono multipatrón (omnidireccional y figura de ocho) Audio-Technica AT4050/CM5 conectado a una fuente de polarización Sound Field SMP200 de 4 canales. Las RIs binaurales se obtuvieron con un simulador de torso Head Acoustics HMS III (Code 1323) y el acondicionador de señal B&K-2829.

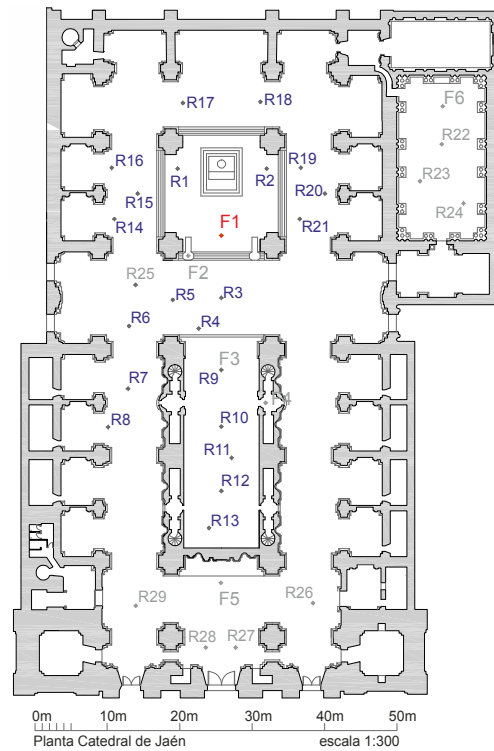


Figura 2. Planta de la catedral de Jaén con indicación de las posiciones de fuentes y receptores. En rojo la fuente y en azul los receptores utilizados en esta comunicación.

SIMULACIÓN

La simulación acústica se llevó a cabo utilizando el programa CATT-Acoustic v9 [9], basado en algoritmos de acústica geométrica. Para ello se creó un modelo geométrico simplificado compuesto de 1837 planos y un volumen aproximado de 85100 m³ (Figura 3). Para adecuar las condiciones acústicas de simulación con las de la situación real, el modelo ha pasado por un proceso iterativo de sintonización en el que se ajustan los coeficientes de absorción de las columnas y muros de piedra de la catedral. El proceso se da por concluido cuando los tiempos de reverberación simulados, en cada banda de octava, promediados espacialmente, no difieran en más de un JND (5%) de los correspondientes valores medidos *in situ*. El resultado del proceso se muestra en la Tabla 1.

En la Tabla 2 aparecen los coeficientes de absorción asociados a los materiales cuya superficie relativa es mayor de 0,4%, junto con los colores asociados en la Figura 3 y sus referencias bi-

Tabla 1. Valores del tiempo de reverberación medidos y simulados tras el proceso de ajuste.

	125	250	500	1k	2k	4k
T medido	9,09	9,58	8,51	7,19	5,40	3,64
T simulado	9,34	9,42	8,65	7,49	5,57	3,81
Diferencia (%)	2,71	1,72	1,67	4,07	3,23	4,76

EAA SIMPOSIO EUROPEO DE ACÚSTICA AMBIENTAL Y MAPAS DE RUIDO

bliográficas. También se asignan los coeficientes de dispersión con estos criterios: 0,1 en todas las bandas de octava a las superficies lisas; a las superficies escasamente decoradas se asignan valores que varían desde 0,12 para 125 Hz, hasta 0,17 para 4 kHz, aumentando 0,01 en cada banda; las superficies decoradas, con poca profundidad, se asignan valores que varían linealmente de 0,20 para 125 Hz, hasta 0,45 para 4 kHz, aumentando 0,05 en cada banda; finalmente, para bancos, esculturas y bóvedas, la variación va desde 0,30 para 125 Hz, hasta 0,80 para 4 kHz, aumentando 0,10 en cada banda [16]. En el modelo 3D de la Figura 3 los materiales que tienen el mismo coeficiente de absorción, pero diferentes coeficientes de dispersión están representados en la misma gama de color.

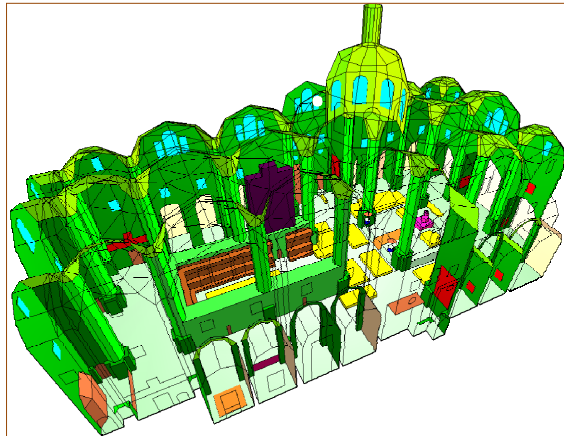


Figura 3. Modelo 3D de la catedral de Jaén utilizado en la simulación acústica.











Los cálculos se obtuvieron con el motor TUCT v1.0h (The Universal Cone Tracer), el cual calcula los parámetros acústicos a partir de los ecogramas de energía (E) y/o de las respuestas al impulso (h). En concreto se optó por el algoritmo para recintos cerrados (cálculo corto), auralización básica con un orden máximo de *split* 0. El número de rayos se obtuvo manualmente hasta lograr la convergencia, determinándose en 300000 rayos y la respuesta al impulso se truncaba a los 9 segundos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Figura 4 se representan los valores medidos y simulados promediados espacialmente de cuatro parámetros acústicos estudiados: tiempo de reverberación inicial (EDT), tiempo central (T_s), claridad (C_{80}) y fracción de energía lateral precoz (J_{LF}). Las barras de error muestran la dispersión espacial calculada a partir de la desviación estándar para cada banda de octava.

Atendiendo a los valores medidos, encontramos las características acústicas esperadas para este tipo de espacios, de gran volumen y con materiales de baja absorción sonora: una elevada reverberación percibida y una baja claridad del sonido, especialmente a bajas y medias frecuencias. La alta absorción del aire a altas frecuencias suaviza estas malas condiciones sonoras subjetivas del oyente. No obstante los valores de espacialidad relacionados con la anchura percibida de la fuente se encuentran dentro del rango típico para salas de concierto y salas polivalentes vacías de hasta 25000 m³ [14].

Tabla 2. Áreas y coeficientes de absorción, por bandas de octava, de los materiales para la simulación.

Superficie, referencia,	Área (m ²)	Área (%)	Color (Fig. 3)	Coeficientes de absorción					
				125	250	500	1k	2k	4k
Paramentos piedra*	12939,4	58,7		0,05	0,04	0,04	0,05	0,06	0,04
Madera tallada [16]	1827,9	8,3		0,12	0,12	0,15	0,15	0,18	0,18
Columnas piedra*	2217,9	10		0,16	0,16	0,16	0,16	0,17	0,17
Mármol, [17]	3414,3	15,5		0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03
Madera puertas, [18]	89	0,4		0,14	0,10	0,06	0,08	0,10	0,10
Bancos Mad.-cuero, [19]	82,3	0,4		0,20	0,25	0,29	0,31	0,29	0,25
Bancos Madera, [17]	526,9	2,4		0,10	0,15	0,18	0,20	0,20	0,20
Vidrieras, [18]	402,8	1,8		0,18	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02
Órgano, [20]	292,5	1,3		0,12	0,14	0,16	0,16	0,16	0,16
Cuadros**	161	0,7		0,15	0,18	0,10	0,10	0,08	0,06

(*) Ajustados en la iteración. (**) Estimados por los autores.

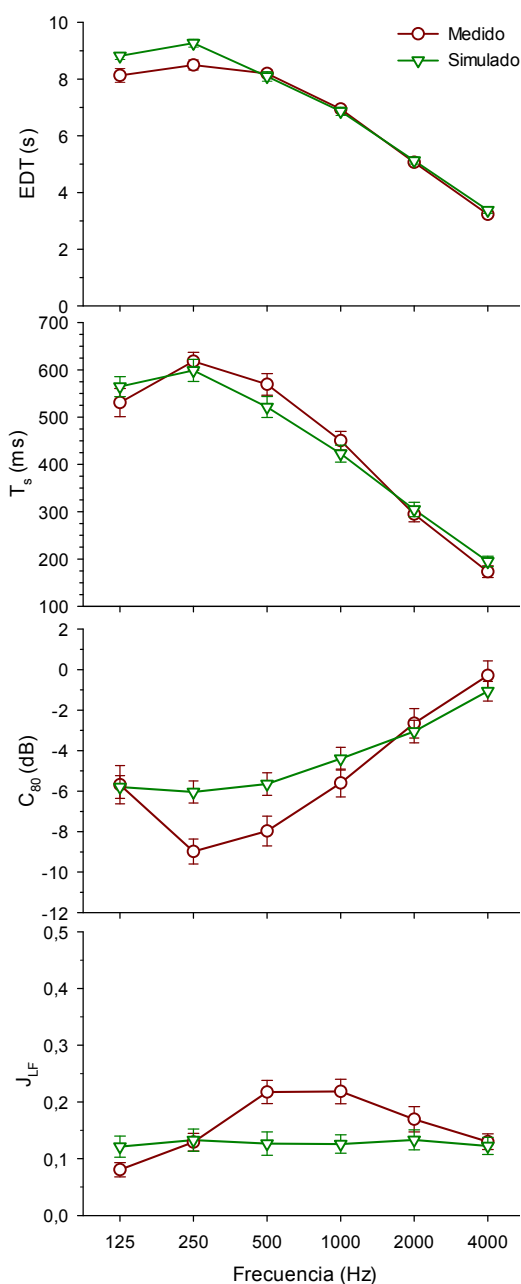


Figura 4. Valores promedio espacial de los valores medidos y simulados.

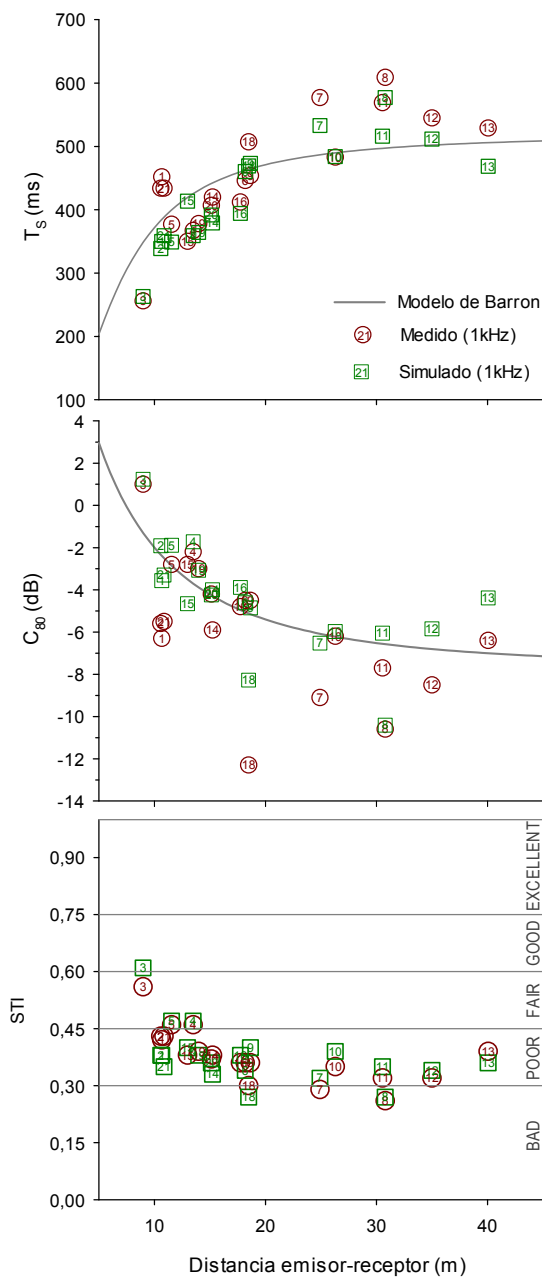


Figura 5. Representación de los valores medidos y simulados frente a la distancia emisor-receptor.

En todos los parámetros se comprueba que, el comportamiento espectral de los valores medidos y simulados es muy similar. La mayoría de las diferencias entre valores simulados y medidos, para cada parámetro y cada banda de octava no superan un JND. Además los valores de las desviaciones estándar correspondientes a las simulaciones son del mismo orden que las encontradas en las medidas experimentales, por lo que la dispersión espacial es similar hasta el punto que este parámetro puede valorar.

Con objeto de dar una estimación del comportamiento con la distancia fuente-receptor para la claridad del sonido percibida y la inteligibilidad de la palabra, junto con una evaluación punto a punto de los valores medidos y simulados, en la Figura 5 se muestra la dependencia de los valores promediados de T_s y C_{80} para las bandas de octava recomendadas [14], junto con el índice de transmisión de la palabra (STI). Además, a modo de referencia, se incorpora el valor teó-

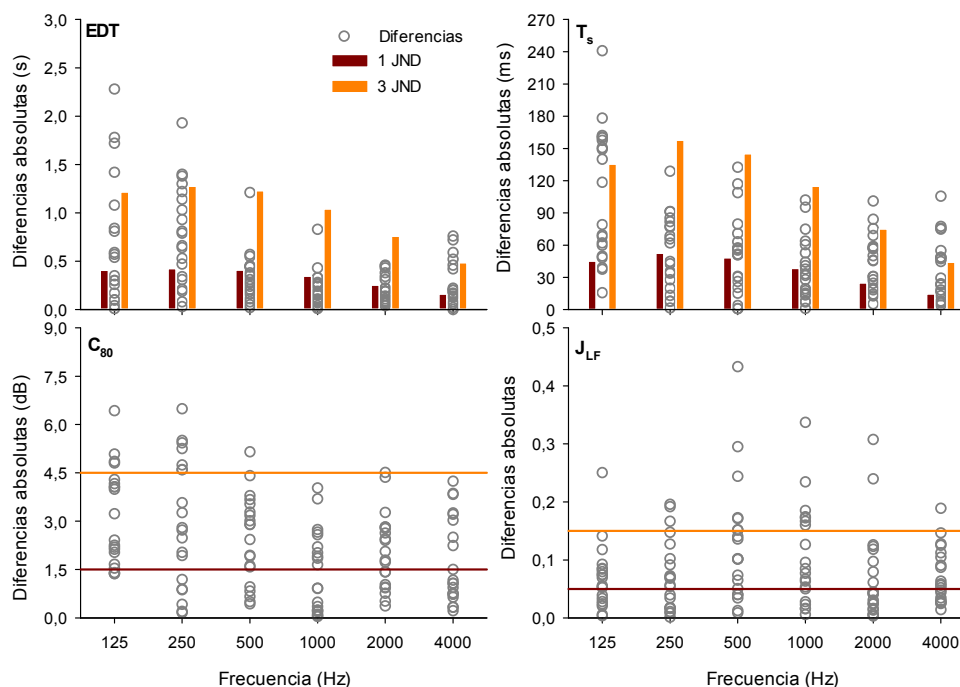


Figura 6. Diferencias punto a punto en valor absoluto entre los valores medidos y simulados para las diferentes bandas de octava. Se indican los valores de 1 y 3 JND para valorar esas diferencias.

rico del modelo de Barron [21]. A nivel general las tendencias de los valores medidos y simulados son parecidas entre sí, con mayores diferencias para C_{80} . En ambos casos queda de manifiesto la pérdida de claridad musical y de inteligibilidad conforme nos alejamos de la fuente sonora. El parámetro STI confirma que la inteligibilidad de la palabra en todo el recinto podría calificarse como *pobre*.

Para cuantificar objetivamente la validez de la simulación en la Figura 6 se presentan las diferencias absolutas, punto a punto y para cada banda de octava, entre los valores medidos y simulados de cada parámetro, valoradas en términos de los JND respectivos [14, 22]. Cuando se fija por debajo de 2 JNDs, valor normalmente considerado como aceptable para la simulación, vemos que, para la mayoría de los parámetros y bandas de octava, la gran mayoría de los puntos se sitúan dentro de este rango, llegando en algunos casos hasta el 100%. Teniendo en cuenta las grandes dimensiones del recinto y su complejidad arquitectónica, consideramos aceptable una diferencia de hasta 3 JNDs, y en este caso casi la totalidad de los valores permanece en este rango. Esto pone de manifiesto que con el modelo 3D creado se reproducen de una manera suficientemente válida las características del campo acústico creado en el recinto cuando la fuente sonora se ubica en el altar (F1).

CONCLUSIONES

Se ha generado y ajustado un modelo virtual de la catedral de Jaén, considerada una joya arquitectónica del renacimiento español, con objeto de simular el comportamiento del campo sonoro en su interior. La sintonización inicial se basa en un ajuste de los coeficientes de absorción de los materiales más singulares del espacio, y por consiguiente menos conocidos, hasta conseguir que el tiempo de reverberación simulado, promediado espacialmente para cada una de las bandas de octavas consideradas, no difiera en más de 1 JND del valor promedio medido experimentalmente.

Al evaluar sus valores promediados espacialmente en cada banda de octava, se observa una buena aproximación entre el comportamiento de los parámetros acústicos medidos y simulados. También se observan tendencias y valores similares al evaluar el comportamiento de los

EAA SIMPOSIO EUROPEO DE ACÚSTICA AMBIENTAL Y MAPAS DE RUIDO

parámetros promediados en frecuencia frente a la distancia fuente-receptor. Por último, las diferencias entre los valores medidos y simulados en cada punto receptor, comparadas en términos del JND para cada banda de octava, se encuentran por debajo del umbral admisible para este tipo de espacios, 2-3 JND. Por lo tanto, se puede aceptar la fiabilidad de la simulación implementada del campo acústico del templo. En un futuro próximo se extenderá el estudio al resto de las posiciones de la fuente en concordancia con la campaña experimental completa y las respuestas al impulso espaciales y binaurales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo quieren expresar su más sincero agradecimiento al Deán de la catedral y a todo el personal que nos atendió durante la realización de las medidas por las facilidades brindadas y el buen trato recibido. También agradecer a J. A. Garrido su esmerado reportaje fotográfico del espacio. Este trabajo ha sido financiado por fondos FEDER y por el proyecto I+D+I concedido por el Ministerio de Ciencia e Innovación (ref. BIA2010-20523).

REFERENCIAS

- [1] M. R. Schroeder, B. S. Atal, C. Bird. "Digital computers in room acoustics". En Proceedings of 4th International Congress on Acoustics ICA, Copenhagen (1962), p. M21.
- [2] A. Krokstad, S. Strøm S. Sørdsal. "Calculating the acoustic room response by the use of a ray tracing technique". J. Sound Vib. 8, 118 (1968).
- [3] T. Lewers. "A combined beam tracing and radiant exchange computer model of room acoustics." Appl. Acoust. 38 161-178 (1993).
- [4] H. Lee, B. H. Lee. "An efficient algorithm for the image source technique". Appl. Acoust. 24, 87-115 (1988).
- [5] M. Vorländer. "Simulation of the transient and steady-state sound propagation in rooms using a new combined ray-tracing/image source algorithm". J. Acoust. Soc. Am. 86, 172-178 (1989).
- [6] R. N. Miles. "Sound field in a rectangular enclosures with diffusely reflecting boundaries." J. Sound Vib. 92, 203-226 (1984).
- [7] B. I. Dalenbäck. "Room acoustic prediction based on a unified treatment of diffuse and specular reflection." J. Acoust. Soc. Am. 100, 899-909 (1996).
- [8] G. I. Koutsouris, J. Brunskog, C.-H. Jeong, F. Jacobsen. "Combination of acoustical radiosity and the image source method". J. Acoust. Soc. Am. 133, 3963-3974 (2013).
- [9] B.-I.L. Dalenbäck. CATT-Acoustic v9 powered by TUCT use manuals. Computer Aided Theatre Technique; Gothenburg (Sweden), 2011.
- [10] M. Vorländer. "Computer simulations in room acoustics: Concepts and uncertainties". J. Acoust. Soc. Am. 133, 1203-1213 (2013).
- [11] P. A. Galera-Andreu. "La Catedral de Jaén". León: Everest, 1983.
- [12] J. Higuera-Maldonado. "La catedral de Jaén: su construcción renacentista (S. XVII-XVIII)". Jaén: Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2009.
- [13] A. Ortega-Suca. "La Catedral de Jaén: unidad en el tiempo". Jaén: Colegio Oficial de Arquitectos de Andalucía Oriental, Delegación de Jaén, 1991.
- [14] UNE-EN-ISO 3382-1:2010: Acústica, Medición de parámetros acústicos en recintos, parte 1: salas de espectáculos. Asociación Española de Normalización y Certificación AENOR, 2010.
- [15] F. Martellotta, E. Cirillo, A. Carbonari, P. Ricciardi. "Guidelines for acoustical measurements in churches". Appl. Acoust. 70, 378-388 (2008).
- [16] F. Martellotta. "Identifying acoustical coupling by measurements and prediction-models for St. Peter's Basilica in Rome". J. Acoust. Soc. Am. 126, 1175-1186 (2009).
- [17] M. Vorländer: "Auralization, fundamentals of acoustics, modelling, simulation, algorithms and acoustic virtual reality". Berlin: Springer-Verlag, 2008.
- [18] T. J. Cox, P. D'Antonio. "Acoustic absorber and diffusers, theory, design and application". London: Spon, 2004.
- [19] Physikalisch-Technische Bundesanstalt, line 514. <http://www.ptb.de/en/org/1/17/172/datenbank.htm> (visitada 05/07/2013).
- [20] M. Galindo, T. Zamarreño, S. Girón. "Acoustic simulations of Mudejar-Gothic churches". J. Acoust. Soc. Am. 126, 1207-1218 (2009).
- [21] M. Barron, L.-J. Lee. "Energy relations in concert auditoria I". J. Acoust. Soc. Am. 84, 618-628 (1988).
- [22] F. Martellotta. "The just noticeable difference of center time and clarity index in large reverberant spaces". J. Acoust. Soc. Am. 128, 654-663 (2010).