

### MODELADO Y ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO ACÚSTICO DE SILENCIADORES DE ESCAPE DISIPATIVOS CON MATERIALES NO HOMOGÉNEOS MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

PACS: 43.50.Gf

Antebas, A.G.<sup>1</sup>; Denia, F.D.<sup>1</sup>; Fuenmayor, F.J.<sup>1</sup>; Torregrosa, A.J.<sup>2</sup> <sup>1</sup>Centro de Investigación de Tecnología de Vehículos, Universitat Politècnica de València Camino de Vera s/n, 46022, Valencia, España. Tel: +34 963879620 Fax: +34 963877629 Email: anan1@upvnet.upv.es; fdenia@mcm.upv.es; ffuenmay@mcm.upv.es <sup>2</sup>CMT-Motores Térmicos, Universitat Politècnica de València Camino de Vera s/n, 46022, Valencia, España. Tel: +34 963877658 Fax: +34 963877659 Email: atorreg@mot.upv.es

#### ABSTRACT

In this work, the finite element method is used to study the acoustic behaviour of dissipative silencers with heterogeneous absorbent materials. The method is applied to solve the wave equation inside the silencer including the non-homogeneous medium and a perforated pipe. The absorbent material is characterized by its equivalent complex density and speed of sound. To account for the spatial variation of these properties, a linear coordinate-dependent function is proposed for the packing density of the fibre. The numerical procedure is then applied to a concentric silencer, showing the effects of heterogeneity, packing density and perforation porosity on the acoustic attenuation.

#### RESUMEN

En este trabajo se ha utilizado el método de elementos finitos para estudiar el comportamiento acústico de silenciadores disipativos con materiales absorbentes heterogéneos. Se aplica el método a la ecuación de ondas en el silenciador incluyendo medio de propagación no homogéneo y la presencia de un conducto perforado. El material absorbente se caracteriza mediante la densidad y la velocidad del sonido equivalentes, magnitudes complejas y dependientes de la frecuencia. Para tener en cuenta la variación espacial de dichas propiedades, se ha propuesto una función lineal para la densidad de compactación de la fibra. Se ha aplicado la metodología numérica desarrollada a un silenciador concéntrico, con vistas a analizar la influencia en la atenuación acústica de la heterogeneidad, la densidad de compactación y la porosidad del tubo perforado.



### 1. INTRODUCIÓN

El objetivo básico de los silenciadores de escape utilizados en vehículos es reducir el ruido emitido por debajo de los límites permitidos. Durante los últimos años ha crecido, de forma considerable, el uso de silenciadores con material absorbente (disipativos) en los sistemas de escape de los motores de combustión, en comparación con los silenciadores reactivos, debido a su eficacia en el rango de medias y altas frecuencias.

El estudio acústico de los silenciadores se ha realizado tradicionalmente mediante modelos unidimensionales [1]. Dichos modelos han sido sustituidos por metodologías tridimensionales debido a su falta de precisión para frecuencias medias y altas, superiores a las frecuencias de corte de los primeros modos de propagación multidimensional. Los modelos multidimensionales se pueden clasificar en métodos numéricos, tales como el método de elementos de contorno [2] y el de elementos finitos [3][4][5], y los basados en técnicas analíticas [6][7]. Estas últimas tienen como gran ventaja su bajo coste computacional. Sin embargo, presentan limitaciones importantes cuando se trata de geometrías arbitrarias, propiedades no uniformes y condiciones de contorno complejas. Entre los dos modelos numéricos, el método de los elementos finitos presenta más versatilidad cuando se modelan silenciadores en condiciones más realistas tales como propiedades variables, gradiente de temperatura y la presencia de flujo medio.

Por este motivo se ha aplicado de manera generalizada en el ámbito del estudio de silenciadores desde sus inicios. Young y Crocker [8] aplicaron el método de elementos finitos al estudio de silenciadores reactivos. Kagawa *et al.* [9] y Craggs [3] estudiaron la presencia de material absorbente imponiendo su impedancia acústica a nivel superficial sin considerar la propagación en su interior. Más tarde, Kirby [10] utilizó el modelo de material absorbente volumétrico de Delany y Bazley [11]. En estos trabajos el material absorbente ha sido siempre homogéneo. Un modelado más realista de los silenciadores disipativos ha de tener en cuenta la posible heterogeneidad del material absorbente. Este fenómeno puede ser debido, entre otras cosas, al proceso de relleno de la fibra en los silenciadores disipativos y a la degradación acústica asociada a los productos de la combustión y la carga de partículas.

En este trabajo se ha llevado a cabo el desarrollo e implementación de una herramienta basada en el método de elementos finitos para el modelado acústico de silenciadores con materiales absorbentes no homogéneos. El material absorbente se ha caracterizado mediante la densidad y la velocidad del sonido equivalentes. Ambas propiedades son complejas y dependientes de la frecuencia y de las coordenadas. Para tener en cuenta la variación espacial de dichas propiedades, se ha propuesta una función lineal para la densidad de compactación de la fibra. En el modelado de los elementos perforados, se ha considerado una impedancia dependiente de las coordenadas como consecuencia de la variación espacial de la densidad equivalente de la fibra. Finalmente se ha aplicado dicha herramienta a silenciadores concéntricos con material absorbente no homogéneo, y se ha mostrado el efecto de la heterogeneidad, de la densidad de compactación de la fibra, y de la porosidad del tubo perforado en la atenuación acústica.

### 2. MODELO MATEMÁTICO

La Figura 1 muestra un silenciador concéntrico formado por un conducto central perforado y una cámara que contiene material absorbente con propiedades heterogéneas. Los volúmenes y contornos asociados a cada uno de ellos son  $\Omega_a$ ,  $\Omega_m$ ,  $\Gamma_a$  y  $\Gamma_m$ , y la región perforada se denota mediante  $\Gamma_p$ . En el tubo perforado el medio de propagación es aire, con densidad  $\rho_0$  y velocidad del sonido  $c_0$ , mientras que el material absorbente heterogéneo está caracterizado por los valores equivalentes  $\rho_m(x, y) \ y \ c_m(x, y)$ ; ambas propiedades son complejas y dependientes de la frecuencia y de las coordenadas espaciales.



#### 2.1. Formulación de Elementos Finitos

La propagación del sonido en el conducto central, en ausencia de flujo medio, está gobernada por la ecuación de Helmholtz [1],

$$\nabla^2 P_a + k_0^2 P_a = 0 \tag{1}$$

donde  $\nabla^2$  es el operador laplaciano,  $P_a$  la presión acústica en el aire y  $k_0 = \omega/c_0$  el número de onda.



Figura 1. Silenciador concéntrico con tubo perforado y material absorbente heterogéneo.

En el caso del material absorbente no homogéneo, la ecuación de ondas puede escribirse como [12]

$$\nabla\left(\frac{1}{\rho_m}\nabla P_m\right) + \frac{1}{\rho_m}k_m^2 P_m = 0 \tag{2}$$

siendo  $P_m$  la presión acústica en el material absorbente y  $k_m(x, y) = \omega/c_m(x, y)$  el número de onda equivalente del material absorbente heterogéneo. Las Ecuaciones (1) y (2) se multiplican por una función de ponderación  $\Psi$  [13] y se integran en los dominios  $\Omega_a$ ,  $\Omega_m$  respectivamente. Tras aplicar el teorema de Green [13], y en ausencia de condiciones de contorno de Neumann en las secciones de entrada y salida, se obtiene para el aire

$$\int_{\Omega_{a}} \nabla^{T} \Psi \nabla P_{a} d\Omega - k_{0}^{2} \int_{\Omega_{a}} \Psi P_{a} d\Omega - \int_{\Gamma_{a} \cap \Gamma_{p}} \Psi \frac{\partial P_{a}}{\partial n} d\Gamma = 0$$
(3)

y para el material absorbente

$$\int_{\Omega_m} \nabla^T \Psi \frac{1}{\rho_m} \nabla P_m d\Omega - \int_{\Omega_m} \Psi \frac{k_m^2}{\rho_m} P_m d\Omega - \int_{\Gamma_m \cap \Gamma_p} \Psi \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial P_m}{\partial n} d\Gamma = 0$$
(4)

La interpolación nodal de elementos finitos dentro de un elemento e permite escribir para el aire y para el material absorbente

$$P_a^{(e)} = [N] \{ P_a^{(e)} \}, \qquad P_m^{(e)} = [N] \{ P_m^{(e)} \}$$
(5)

donde [*N*] es el vector de funciones de forma y  $\{P_a^{(e)}\}$  y  $\{P_m^{(e)}\}$  los valores nodales. Por otro lado la utilización de la formulación de Galerkin aproxima la función de ponderación como

$$\Psi^{(e)} = [N] \{\Psi^{(e)}\}$$
(6)

con lo cual el residuo ponderado asociado al aire se escribe como



$$\sum_{e=1}^{N_a^e} \{\Psi^{(e)}\}^T \int_{\Omega_a^e} [B]^T [B] d\Omega \{P_a^{(e)}\} - \sum_{e=1}^{N_a^e} \{\Psi^{(e)}\}^T \int_{\Omega_a^e} k_0^2 [N]^T [N] d\Omega \{P_a^{(e)}\} - \sum_{e=1}^{N_a^e} \{\Psi^{(e)}\}^T \int_{\Gamma_a^e \cap \Gamma_p} [N]^T \frac{\partial P_a^{(e)}}{\partial n} d\Gamma = 0$$

$$(7)$$

donde [B] es la matriz de derivadas de las funciones de forma y  $N_a^e$  el número de elementos asociado al mallado del aire. La Ecuación (7) puede escribirse de manera más compacta como

$$([K_a] - \omega^2 [M_a]) \{ P_a \} = \{ F_a \}$$
(8)

En la Ecuación (8) se han considerado las siguientes definiciones

$$[K_{\alpha}] = \sum_{e=1}^{N_{\alpha}^{e}} \int_{\Omega_{\alpha}^{e}} [B]^{T} [B] d\Omega, \qquad [M_{\alpha}] = \frac{1}{c_{0}^{2}} \sum_{e=1}^{N_{\alpha}^{e}} \int_{\Omega_{\alpha}^{e}} [N]^{T} [N] d\Omega$$

$$\{F_{\alpha}\} = \sum_{e=1}^{N_{\alpha}^{e}} \int_{\Gamma_{\alpha}^{e} \cap \Gamma_{p}} [N]^{T} \frac{\partial P_{\alpha}^{(e)}}{\partial n} d\Gamma$$
(9)

Con un procedimiento similar aplicado a la región ocupada por el material absorbente heterogéneo, y en ausencia de condiciones de contorno de Neumann en las secciones de entrada y salida, se obtiene

$$\sum_{e=1}^{N_m^e} \{\Psi^{(e)}\}^T \int_{\Omega_m^e} \frac{1}{\rho_m} [B]^T [B] d\Omega \{P_m^{(e)}\} - \sum_{e=1}^{N_m^e} \{\Psi^{(e)}\}^T \int_{\Omega_m^e} \frac{k_m^2}{\rho_m} [N]^T [N] d\Omega \{P_m^{(e)}\} - \sum_{e=1}^{N_m^e} \{\Psi^{(e)}\}^T \int_{\Gamma_m^e \cap \Gamma_p} \frac{1}{\rho_m} [N]^T \frac{\partial P_m^{(e)}}{\partial n} d\Gamma = 0$$

$$(10)$$

siendo  $N_m^e$  el número de elementos en el mallado de la zona con material absorbente. En forma compacta

$$([K_m] - \omega^2 [M_m]) \{ P_m \} = \{ F_m \}$$
(11)

Con

$$[K_m] = \sum_{e=1}^{N_m^e} \int_{\Omega_m^e} \frac{1}{\rho_m} [B]^T [B] d\Omega, \qquad [M_m] = \sum_{e=1}^{N_m^e} \int_{\Omega_m^e} \frac{1}{\rho_m} \frac{1}{c_m^2} [N]^T [N] d\Omega$$

$$\{F_m\} = \sum_{e=1}^{N_m^e} \int_{\Gamma_m^e \cap \Gamma_p} \frac{1}{\rho_m} [N]^T \frac{\partial P_m^{(e)}}{\partial n} d\Gamma$$
(12)

Si consideramos ahora la definición de la impedancia acústica de una superficie perforada  $\vec{Z}_p$  y la interpolación nodal de elementos finitos, los vectores de carga en las Ecuaciones (9) y (12) se expresan de la siguiente manera

$$\{F_{a}\} = -j\rho_{0}\omega\sum_{e=1}^{N_{a}^{e}}\int_{\Gamma_{a}^{e}\cap\Gamma_{p}}\frac{1}{\tilde{Z}_{p}}[N]^{T}\left([N]\left\{P_{a}^{(e)}\right\} - [N]\left\{P_{m}^{(e)}\right\}\right)d\Gamma = -j\omega[\mathcal{C}_{aa}]\left\{P_{a}^{(e)}\right\} + j\omega[\mathcal{C}_{am}]\left\{P_{m}^{(e)}\right\}$$
(13)



$$\{F_m\} = j\omega \sum_{\sigma=1}^{N_m} \int_{\Gamma_m^{\sigma} \cap \Gamma_p} \frac{1}{Z_p^{\sigma}} [N]^T \left( [N] \{P_a^{(\sigma)}\} - [N] \{P_m^{(\sigma)}\} \right) d\Gamma$$
  
$$= j\omega [C_{ma}] \{P_a^{(\sigma)}\} - j\omega [C_{mm}] \{P_m^{(\sigma)}\}$$
(14)

El sistema de ecuaciones final de elementos finitos se puede escribir como

$$\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} K_a \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} K_m \end{bmatrix} \end{bmatrix} + j\omega \begin{bmatrix} C_{aa} \end{bmatrix} & -\begin{bmatrix} C_{am} \end{bmatrix} \\ -\begin{bmatrix} C_{ma} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{mm} \end{bmatrix} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_a \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} M_m \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{P_a^{(e)}\} \\ \{P_m^{(e)}\} \end{pmatrix} = \begin{cases} \{F_a\} \\ \{F_m\} \end{pmatrix}$$
(15)

#### 2.2. Modelado Acústico del Material Absorbente Heterogéneo

El material absorbente utilizado es fibra de vidrio texturizada de Owens Corning [11][14], caracterizado por el número de onda y la impedancia característica. En este trabajo ambas propiedades son complejas y dependen de la frecuencia y de las coordenadas según se propone en las siguientes expresiones:

$$k_m(x,y) = k_0 \left[ \left( 1 + 0.16 \left( \frac{f\rho_0}{R(x,y)} \right)^{-0.577} \right) + j \left( -0.18897 \left( \frac{f\rho_0}{R(x,y)} \right)^{-0.595} \right) \right]$$
(16)

$$Z_m(x,y) = Z_0 \left[ \left( 1 + 0.09534 \left( \frac{f\rho_0}{R(x,y)} \right)^{-0.754} \right) + j \left( -0.08504 \left( \frac{f\rho_0}{R(x,y)} \right)^{-0.732} \right) \right]$$
(17)

donde  $Z_m(x,y) = \rho_m(x,y)c_m(x,y)$  es la impedancia compleja,  $Z_0 = \rho_0 c_0$  la impedancia característica del aire y R(x,y) la resistividad del material absorbente. Esta última propiedad puede ser calculada mediante la expresión  $R(x,y) = A_1(\rho_c(x,y))^{A_2}$ , siendo  $\rho_c(x,y)$  la densidad de compactación de la fibra, mientras que  $A_1$  y  $A_2$  se hallan, por ejemple, mediante ajuste por mínimos cuadrados. En el material absorbente utilizado para los cálculos se han obtenido los valores  $A_1 = 1.316074$  y  $A_2 = 1.782163$ . Para tener en cuenta la variación espacial de la densidad de compactación, se ha propuesto una función lineal de la forma  $\rho_c(x) = ax + b$  que simula un proceso de llenado cuya etapa final deja la fibra con un menor grado de compactación.

#### 2.3. Modelado Acústico del Tubo Perforado

En este trabajo, la existencia de un conducto perforado en presencia de material absorbente se caracteriza acústicamente mediante la impedancia  $\mathbb{Z}_p$  [7] [14]. Dicha impedancia en el caso de material absorbente no homogéneo depende, entre otras cosas, de las coordenadas espaciales y viene dada por la fórmula modificada aquí para incluir la dependencia espacial,

$$\tilde{Z}_{p}(x,y) = Z_{0} \left( 6 \cdot 10^{-3} + jk_{0} \left( t_{p} + 0.425(1 + \rho_{m}(x,y)/\rho_{0}) d_{h}F(\sigma) \right) \right) / \sigma$$
(18)

donde  $d_h$  es el diámetro de los orificios,  $t_p$  el espesor,  $\sigma$  la porosidad y  $F(\sigma)$  un factor de corrección que tiene en cuenta la interacción entre los orificios y se calcula promediando las correcciones de Ingard  $F_I(\sigma)$  [15] y Fok  $F_F(\sigma)$  [16]

$$F(\sigma) = 0.5(F_I(\sigma) + F_F(\sigma))$$
<sup>(19)</sup>

$$F_I(\sigma) = 1 - 0.7\sqrt{\sigma} \tag{20}$$

$$F_{F}(\sigma) = 1 - 1.41\sqrt{\sigma} + 0.34(\sqrt{\sigma})^{\circ} + 0.07(\sqrt{\sigma})^{\circ}$$
(21)



### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 3.1. Validación

Para la validación del modelo implementado de elementos finitos, se han comparado resultados obtenidos mediante la aplicación de dicho modelo con resultados proporcionados por el programa comercial LMS Virtual.Lab [17] considerando un método de segmentación. En dicho método el material absorbente heterogéneo se divide en varios segmentos de materiales homogéneos y se le asigna a cada uno de ellos una densidad de compactación pe constante cuvo valor es el promedio de las densidades de compactación en la entrada y salida del segmento. Como ejemplo de referencia se ha elegido un silenciador concéntrico con material absorbente heterogéneo y tubo perforado (véase la Figura 1) definido por los siguientes parámetros: radio del tubo central perforado  $R_1$ =0.0245 m, radio de la cámara  $R_2$ =0.0822 m, longitud de los conducto de entrada y salida  $L_{\varepsilon}=L_{s}=0.1$  m y longitud del material absorbente  $L_m$ =0.3 m. El tubo perforado tiene un espesor  $t_p$ =0.001 m, el diámetro de los orificios es  $d_{\rm h}=0.0035$  m y la porosidad es  $\sigma=20\%$ . La función que define la variación de la densidad de compactación es  $\rho_c(x) = -653.333x + 359.333$  obteniendo un valor máximo de 294 kg/m<sup>3</sup> en la parte izquierda del material absorbente, mínimo de 98 kg/m<sup>3</sup> en la parte derecha y medio de 196 kg/m<sup>3</sup>. Para los cálculos con el programa LMS Virtual Lab se han considerado tres casos con 1, 2 y 3 segmentos, respectivamente, y se ha considerado una masa constante de la fibra m=1.13728 kg. El número de segmentos asociados a cada caso y la densidad de compactación correspondiente se presentan en la Tabla 1.

| Segmentos | $\rho_{c1}$ | $\rho_{c2}$ | $\rho_{c3}$ |
|-----------|-------------|-------------|-------------|
| 1         | 196         |             |             |
| 2         | 245         | 147         |             |
| 3         | 261.3       | 196         | 130.7       |

Tabla 1. Valores de la densidad de compactación para cada segmento (kg/m<sup>3</sup>).

Las mallas de elementos finitos se han generado con elementos cuadriláteros cuadráticos de 0.01 m de tamaño garantizando una discretización más que suficiente para el rango de frecuencias de interés. La Figura 2 presenta la atenuación acústica (TL) de la geometría estudiada. Se puede observar que a baja frecuencia apenas se aprecia el efecto de la heterogeneidad de la fibra, mientras que a medias y altas frecuencias hay una diferencia más notable entre la curva de atenuación asociada al silenciador estudiado con material absorbente heterogéneo y la curva correspondiente al silenciador con material homogéneo (método de segmentación con un único segmento). Se puede comprobar también, como era de esperar, que a medida que aumenta el número de segmentos la solución proporcionada por el método de segmentación se aproxima en mayor grado a la del modelo implementado. La clara diferencia entre los resultados obtenidos mediante ambos modelos y el laborioso postproceso asociado al método de segmentación cuando se consideran muchos segmentos, justifican el desarrollo e implementación del modelo presentado en este trabajo.





Figura 2. TL del silenciador concéntrico: ———, con material absorbente homogéneo, 1 segmento; ———, con material absorbente a tramos, 2 segmentos; ———, con material absorbente a tramos, 3 segmentos; ———–, con material absorbente heterogéneo.

### 3.2. Efecto de la Densidad de Compactación

La influencia de la densidad de compactación se presenta en la Figura 3, considerando los valores  $\rho_c = 90 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_c = 132.8 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_c = 166.7 \text{ kg/m}^3 \text{ y} \rho_c = 196 \text{ kg/m}^3$ . Las dimensiones de la geometría y los parámetros que definen el tubo perforado ( $t_p$ ,  $d_h$  y  $\sigma$ ) son iguales a los considerados en el apartado anterior.



Figura 3. TL del silenciador concéntrico para diferentes valores de densidad de compactación: \_\_\_\_\_\_, ρ<sub>c</sub>=90 kg/m<sup>3</sup>, material heterogéneo; \_\_\_\_\_\_, ρ<sub>c</sub>=132.8 kg/m<sup>3</sup>, material homogéneo; \_\_\_\_\_\_, ρ<sub>c</sub>=132.8 kg/m<sup>3</sup>, material homogéneo; \_\_\_\_\_\_, ρ<sub>c</sub>=166.7 kg/m<sup>3</sup>, material homogéneo; \_\_\_\_\_\_, ρ<sub>c</sub>=166.7 kg/m<sup>3</sup>, material homogéneo; \_\_\_\_\_\_, ρ<sub>c</sub>=196 kg/m<sup>3</sup>, material heterogéneo; \_\_\_\_\_\_, ρ<sub>c</sub>=196 kg/m<sup>3</sup>, material homogéneo.

Para los cálculos se han aplicado los dos modelos utilizados anteriormente, el modelo implementado para materiales absorbentes heterogéneos y el modelo de segmentación con un único segmento para el caso de material absorbente homogéneo. Cabe indicar que en el caso con material heterogéneo los valores de densidad de compactación indicados en este apartado hacen referencia a los valores medios. Se puedo observar que, salvo a muy bajas frecuencias, con mayor densidad de compactación se obtienen mayores niveles de atenuación para los dos modelos. También se puede comprobar que la diferencia entre los resultados obtenidos mediante ambos modelos es mayor a medida que se aumenta la densidad de compactación.



### 3.3. Efecto de la Porosidad del Tubo Perforado

En la Figura 4 se estudia el efecto de la variación de la porosidad del conducto perforado central, que toma los valores  $\sigma$ =5%,  $\sigma$ =10%,  $\sigma$ =20% y  $\sigma$ =50%, con una densidad de compactación  $\rho_c$ =132.8 kg/m<sup>3</sup>. Para los cálculos se aplican de nuevo los dos modelos presentados en este trabajo. Se puede observar que las curvas de atenuación asociadas al silenciador concéntrico con material absorbente heterogéneo tienen la misma tendencia que el caso con material homogéneo, es decir, a medias y altas frecuencias aumenta el nivel de atenuación con mayores valores de porosidad mientras que a baja frecuencia se obtiene mayor atenuación con menor porosidad. También se puede observar que con mayor porosidad los picos de resonancia de frecuencias más altas.



Figura 4. TL del silenciador concéntrico para diferentes valores de porosidad: \_\_\_\_\_, σ=5%, material heterogéneo; \_\_\_\_\_, σ=10%, material heterogéneo; \_\_\_\_\_, σ=10%, material heterogéneo; \_\_\_\_\_, σ=10%, material heterogéneo; \_\_\_\_\_, σ=20%, material heterogéneo; \_\_\_\_\_, σ=20%, material heterogéneo; \_\_\_\_\_, σ=50%, material heterogéneo; \_\_\_\_\_, σ=50%, material heterogéneo.

### 4. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado e implementado una herramienta computacional basada en el método de elementos finitos para el modelado acústico de silenciadores disipativos con materiales absorbentes no homogéneos. Se ha aplicado dicho modelo a un silenciador concéntrico, comparando los resultados obtenidos con los proporcionados por el método de segmentación para materiales homogéneos a tramos. La comparación de los resultados ha puesto de manifiesto la diferencia entre los dos modelos, sobre todo con materiales absorbentes de una elevada densidad de compactación. Finalmente se ha estudiado el efecto de la heterogeneidad, la densidad de compactación y la porosidad del tubo perforado en la atenuación acústica.

### 5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación (proyecto DPI2010-15412).

### 6. BIBLIOGRAFIA

[1] M. L. Munjal, *Acoustic of Ducts and Mufflers*, Wiley-Interscience, Nueva York, (1987). [2] T. W. Wu, *Boundary Element Acoustics*, WIT Press, (2000).



[3] A. Craggs, "A finite element method for modelling dissipative mufflers with a locally reactive lining", *Journal of Sound and Vibration*, **54**, 285-296, (1977).

[4] K. S. Peat y K. L. Rathi, "A finite element analysis of the convected acoustic wave motion in dissipative silencers", *Journal of Sound and Vibration*, **184**, 529-545, (1995).

[5] D. F. Ross, "A finite element analysis of perforated component acoustic systems", *Journal of Sound and Vibration*, **79**, 133-143, (1981).

[6] F. C. Karal, "The analogous acoustical impedance for discontinuities and constrictions of circular cross section", *Journal of the Acoustical Society of America*, **25**, 327-334, (1953).

[7] F. D. Denia, A. Selamet, F. J. Fuenmayor y R. Kirby, "Acoustic attenuation performance of perforated dissipative mufflers with empty inlet/outlet extensions", *Journal of Sound and Vibration*, **302**, 1000-1017, (2007).

[8] C. I. J. Young y M. J. Crocker, "Prediction of transmission loss in mufflers by the finite element method", *Journal of the Acoustical Society of America*, **57**, 144-148, (1975).

[9] Y. Kagawa, T. Yamabuchi y A. Mori, "Finite element simulation of an axisymmetric acoustic transmission system with a sound absorbing wall", *Journal of Sound and Vibration*, **53**, 357-374, (1977).

[10] R. Kirby, "Simplified techniques for predicting the transmission loss of a circular dissipative silencer", *Journal of Sound and Vibration*, **243**, 403-426, (2001).

[11] M. E. Delany y E. N. Bazley, "Acoustical properties of fibrous absorbent materials", *Applied Acoustics*, **3**, 105-116, (1970).

[12] J. E. Murphy y S. A. Chin-Bing, "A finite element model for ocean acoustic propagation and scattering", *Journal of the Acoustical Society of America*, **86**, 1478-1483, (1989).

[13] O. C. Zienkiewicz, R. I. Taylor y J. Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, Elsevier Butterworth-Heinemann, (2005).

[14] F. D. Denia, A. G. Antebas, A. Selamet, y A. M. Pedrosa, "Acoustic characteristics of circular dissipative reversing chamber mufflers", *Noise Control Engineering Journal*, **59**, 234-246, (2011).

[15] U. Ingard, "On the Theory and Design of Acoustic Resonators", *Journal of the Acoustical Society of America*, **25**, 1037-1061, (1953).

[16] J. L. Bento, "Acoustic Characteristics of perforated Liners in Expansions Chambers", *Tesis doctoral*, 25, University of Southampton, (1988).

[17] LMS International. LMSVirtual.Lab, Rev 7B, (2007).