

MODELIZACIÓN INTERACCION ACUSTICO-ESTRUCTURA DE TRANSDUCTORES PIEZOELECTRICOS EN MEDIOS FLUIDOS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

PACS: 43.35.Zc

V.M. Acosta¹, E. Riera¹, A. Cardoni², G. Rodríguez¹, A. Pinto¹ y J.A. Gallego-Juárez¹

¹ Grupo de Ultrasonidos de Potencia, CSIC.

Serrano 144. 28006 Madrid, España.

E-mail: vm.acosta@csic.es

² Pusonics S.L.

Pico Mulhacén 34.28500 Arganda del Rey. Madrid, España

ABSTRACT

This paper describes the methodology and limitations found in the design and development of piezoelectric transducers for applications in fluids by finite elements method (FEM). In these linear models for the acoustic-structure interaction approximate numerical solutions have been obtained. In order to perform the calculations, simplifications only valid for low-power sound waves propagating in incompressible, irrotational and inviscid fluids have been assumed.

When different physical systems interact with each other, the solution of one of them cannot be obtained independently without the simultaneous solution of the other, since the forces acting at the interfaces are unknown. These systems are known as coupled systems. Numerical modelling of piezoelectric transducers implies coupling the physics associated with piezoelectric elements, structural elements and fluid elements (with different degrees of freedom), resulting in complex models with difficult convergence. The selection of appropriate mesh refinement, boundary conditions and configuration parameters of the calculation methods is of great importance to obtain the numerical result.

RESUMEN

En este trabajo se describe la metodología y limitaciones encontradas en el diseño y desarrollo de transductores piezoeléctricos para aplicaciones en medios fluidos mediante el método de los elementos finitos (MEF). En estos modelos lineales de interacción acústica-estructura se han obtenido soluciones numéricas aproximadas. Para ello se han asumido simplificaciones válidas solamente para la transmisión de ondas acústicas de baja intensidad en medios fluidos, al considerar el fluido como incompresible, irrotacional y no viscoso.

Cuando diferentes sistemas físicos interactúan entre sí, la solución de uno de ellos no se puede obtener de forma independiente, sin la solución simultánea de los otros, dado que se desconocen las fuerzas que actúan en las interfases. Estos sistemas se conocen como sistemas acoplados. En los modelos numéricos de transductores ultrasónicos tenemos la física acoplada de los elementos piezoeléctricos, los estructurales y los del fluido (con diferentes incógnitas), obteniendo modelos complejos de difícil convergencia. El refinamiento del malla, las condiciones de contorno y los parámetros de configuración de los métodos de cálculo son de gran importancia para la obtención del resultado numérico.

1.- INTRODUCCION

El método de los elementos finitos (MEF) ha adquirido una gran importancia en la ingeniería y en la física, permitiendo resolver problemas que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales. Sin embargo se trata de un método numérico aproximado debido a las hipótesis y simplificaciones que se introducen.

El MEF es un método general para la solución de problemas de contorno gobernados por ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales. En esencia se trata de una técnica que sustituye el problema diferencial por otro algebraico, aproximadamente equivalente, mediante la aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales (en el que el trabajo de las cargas exteriores es igual a la energía interna de deformación). Para ello se hace uso de la "discretización" o subdivisión de una región en pequeños elementos, denominados elementos finitos, sobre los cuales están definidos las ecuaciones en formas geométricas simples. Las propiedades materiales y relaciones gobernantes en estos elementos se expresan en función de los valores desconocidos en las esquinas de los elementos o nodos. Las ideas básicas de este método se originaron en el análisis estructural de la industria aeronáutica en la década de los 50 del siglo pasado. Actualmente el método permite resolver prácticamente cualquier situación física que pueda formularse mediante un sistema de ecuaciones diferenciales.

En cualquier sistema a analizar podemos distinguir:

- *Dominio.* Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- *Condiciones de contorno.* Variables conocidas que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltaje, focos de calor...
- *Incógnitas.* Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema.

Las aplicaciones de los **Ultrasonidos de Potencia** en medios fluidos son de gran interés para procesos de separación o extracción de productos naturales mediante fluidos supercríticos utilizados en campos, entre otros, como el agroalimentario, químico, cosmético y farmacéutico. La aplicación de los ultrasonidos de alta intensidad acelera y mejora la eficiencia del proceso de transferencia de materia en fluidos en condiciones supercríticas, basado en el proceso de separación de una sustancia que contiene los componentes extraíbles con un solvente en condiciones supercríticas o cercanas al punto crítico.

Para éstas aplicaciones en extractores de 1 y 5 litros, se han utilizado prototipos de transductores tipo sandwich con cabeza radiante troncocónica con vibración similar a un pistón *Fig.1*. Éste tipo de transductor tiene claras limitaciones en potencia debida a su limitada superficie radiante. El objetivo es resolver los problemas de escalamiento y diseñar un nuevo

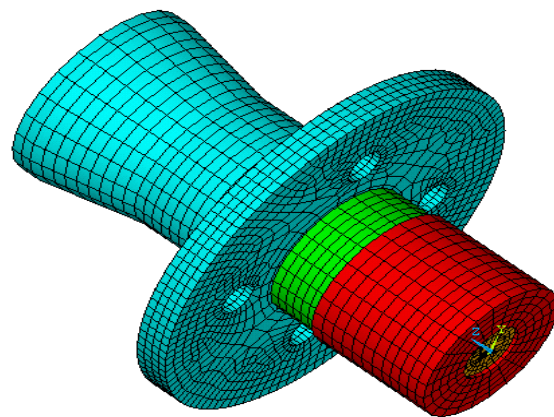


Figura 1: Transductor ultrasónico tipo pistón para aplicaciones en medios fluidos en condiciones supercríticas

transductor de alto factor de calidad (Q), elevado rendimiento (η) y alta capacidad de potencia que tenga un funcionamiento estable. Evitando y minimizando en la medida de lo posible los problemas de interacción modal entre los modos propios del transductor y modos resonantes del extractor, así como los efectos no lineales debidos principalmente a las cerámicas piezoeléctricas. Para ello se está utilizando un código de elementos finitos que permite realizar modelos de cálculo numérico más fácil y económicos de modificar que mediante la realización de prototipos.

Los modelos de interacción acústico-estructura son válidos para la obtención de la distribución de la intensidad acústica en el interior del extractor en condiciones lineales. Pero si además, añadimos el acoplamiento físico entre la mecánica estructural del transductor y los elementos piezoeléctricos que componen el sandwich, se puede conseguir un estudio más preciso de la influencia del medio en la frecuencia de resonancia del transductor, en su distribución de desplazamientos, posición de nodos y capacidad de potencia.

2.- INTERACCION ACUSTICO-ESTRUCTURA

La definición de un modelo en 3D o 2D, adecuado para el diseño de estructuras dinámicas complejas en medios fluidos requiere un análisis estructural, piezoeléctrico y acústico, pues sólo de esta manera es factible obtener mediante simulación numérica un comportamiento bastante aproximado de la respuesta dinámica del transductor. La resolución de problemas dinámicos con interacción acústico-estructura involucra acoplamientos multifísicos específicos entre las leyes que describen la dinámica del fluido y la mecánica estructural. Las ecuaciones de ondas son obtenidas a partir de las ecuaciones fundamentales de estado, de continuidad y movimiento, considerando el fluido como un medio ideal. En los modelos de interacción acústico-estructura se combinan la presión acústica en un dominio fluido, con la deformación estructural en el dominio sólido. Es importante definir las condiciones de carga del fluido en el dominio del sólido y el efecto de la aceleración estructural en el fluido considerada como una aceleración normal a través de la interfase fluido-sólido.

El estudio de transductores piezoeléctricos también requieren de la solución simultánea de dos problemas físicos: el cálculo de desplazamientos y deformaciones (análisis estructural dependiente de la interacción fluido estructura) y la distribución de campo eléctrico (análisis piezoeléctrico). El hecho de que la acción de cada campo dependa del otro hace que resolver cada uno de forma separada no sea lo correcto.

Al tratar de desarrollar y formular elementos finitos adecuados para modelizar el comportamiento acústico del medio fluido, la tendencia mayoritaria ha sido la de expresar el comportamiento del fluido en términos de la presión como incógnita en los nodos (formulación euleriana), con el grave inconveniente de su incompatibilidad con los elementos estructurales, formulados en función de los desplazamientos nodales (formulación lagrangiana). El acoplamiento de los sistemas de ecuaciones independientes, planteadas para el fluido (presiones) y la estructura (desplazamientos) tiene el inconveniente de la gran complejidad de cálculo, y en cualquier caso, no es de fácil introducción en un programa de elementos finitos.

Existen varias formulaciones desarrolladas con el objeto de simular el comportamiento acústico del fluido en problemas de interacción fluido-estructura, diferenciándose básicamente por la naturaleza de las variables de campo que emplean para la discretización en elementos finitos.

Se emplean formulaciones en base a los desplazamientos y/o la presión, la velocidad, e incluso formulaciones en las que se incluyen también el momento de vorticidad, pero la mayoría de ellas son difíciles de incorporar en los programas convencionales de elementos finitos. En la formulación en desplazamientos los elementos acústicos pueden ser acoplados directamente con los elementos estructurales, sin requerir condiciones especiales en las interfases y son fácilmente implementados en los programas de elementos finitos. La desventaja de ésta formulación es que presenta modos rotacionales espúreos a frecuencias distintas de cero, que contaminan la solución, siendo además difícil la detección para su eliminación. Varios procedimientos se han implementado para mejorar el comportamiento de éstos elementos, tales como integración reducida en un punto, y el método Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE).

Las ecuaciones en derivadas parciales de la física son generalmente formuladas ya sea en un sistema espacial de coordenadas, con ejes de coordenadas fijo en el espacio o en un sistema de coordenadas fijo sobre la configuración de referencia de la malla y siguiendo su deformación. El primero se refiere a menudo como una formulación euleriana, mientras que el segundo es de Lagrange *Ref.[1]*.

2.- MODELO TEORICO

Las propiedades del medio material que determinan la velocidad de las ondas mecánicas en el mismo, son su *elasticidad* y su *inercia*. Todos los medios materiales (aire, agua, acero, etc.) poseen esas propiedades y en ellos pueden propagarse las ondas mecánicas. Es la *elasticidad* la que da lugar a las fuerzas restauradoras sobre cualquier elemento que se desplace de su posición de equilibrio y es la *inercia* la que determina la respuesta a esas fuerzas restauradoras. El equilibrio entre la compresibilidad y la inercia del fluido rigen la propagación de ondas sonoras. El campo acústico es generalmente modelado resolviendo la ecuación lineal de ondas, la cual es una simplificación de las ecuaciones de conservación de momento, energía, continuidad, y estado del fluido. Asumiendo las siguientes simplificaciones es posible la derivación de las ecuaciones de ondas acústicas *Ref.[2-3]*:

- 1.- El fluido tiene definido los valores de presión p_0 y temperatura T_0 , los cuales son independientes en el tiempo.
- 2.- El fluido es considerado no viscoso.
- 3.- La velocidad del fluido es cero, y no existe convección.
- 4.- Las variaciones de densidad ($\rho - \rho_0$) son muy pequeñas.
- 5.- La compresión del fluido es termodinámicamente reversible y adiabática.

Para la modelización se han utilizado los siguientes módulos del código de elementos finitos COMSOL Multiphysics 4.2 *Ref.[4]*:

"PIEZOELECTRIC MATERIAL MODEL"

Este módulo se ha utilizado para definir no sólo las propiedades de la parte piezoeléctrica del transductor, sino que también se ha utilizado para el resto de componentes del transductor (materiales elásticos lineales). Definiendo también las propiedades lineales de los materiales elásticos no piezoeléctricos, con el fin de combinar las ecuaciones lineales del sólido estructural con las piezoeléctricas en un mismo módulo, reduciendo el coste computacional. De ese modo podemos seleccionar en la geometría los dominios pertenecientes al modelo elástico y al piezoeléctrico, pudiendo configurar diferentes condiciones de contorno en función de su física.

Propiedades del material piezoeléctrico: Las propiedades electro-mecánicas de las cerámicas piezoeléctricas se han obtenido de los valores del catálogo del fabricante, utilizando la notación de Voigt para los materiales piezoeléctricos (xx, yy, zz, yz, xz, xy). Definiendo la forma constitutiva de las matrices piezoeléctricas como Tensión-Carga o Deformación-Carga:

- Matriz de elasticidad [Ce]: (xx, yy, zz, yz, xz, xy)(1/Pa). Para Tensión-Carga.
- Matriz de compliancia [Se] (xx, yy, zz, yz, xz, xy)(1/Pa). Para Deformación-Carga.
- Matriz de acoplamiento [d]₁ (xx, yy, zz, yz, xz, xy) (C/m² o C/N)
- Permitividad relativa ($\epsilon_r^S \epsilon_r^T$)
- Densidad [ρ] (kg/m³)

Propiedades lineales de los materiales elásticos: Se deben seleccionar los dominios donde se van a aplicar las ecuaciones para el sólido lineal elástico y computar los desplazamientos, tensiones y deformaciones. Así como la definición de las propiedades de los materiales elásticos de forma isotrópica, ortotrópica o anisotrópica.

Condiciones de contorno: Las condiciones de contorno utilizadas en el modelo piezoeléctrico son:

Masa: Se crea una condición de contorno en la cual el terminal es puesto a tierra, con un potencial eléctrico de 0 voltios.

Terminal: Se define en ésta condición de contorno la conexión con circuitos eléctricos o mediante la especificación de un voltaje eléctrico o carga eléctrica. En el modelo se ha definido una carga de 1 voltio en el terminal activo de las cerámicas.

Carga cero: Es la condición de contorno por defecto de los contornos exteriores.

A este modelo, se le ha añadido el dominio del fluido que está contenido en el interior del extractor, definiendo sus propiedades con el modulo que se detalla a continuación.

"PRESSURE ACOUSTICS MODULE"

Este módulo añade las ecuaciones para el análisis modal y armónico en el dominio de la frecuencia o del tiempo en el medio fluido.

$$\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho_0} (\nabla p - q) \right) = Q \quad (1)$$

Donde:

- p: Presión [Pa].
- ρ_0 : Densidad de medio [kg/m³].
- c_0 : Velocidad del sonido [m/s].
- q: Fuente bipolar [N/m³].
- Q: Fuente monopolar [1/s²].
- $\rho_0 \cdot c_0^2$: Modulo Bulk, también denominado β [N /m²].

Asumiendo que la presión varía de forma armónica con el tiempo

$$p(x,t) = p(x)e^{i\omega t} \quad (2)$$

Donde:

- ω : Frecuencia angular $2 \cdot \pi \cdot f$ [rad/s] y f [Hz] la frecuencia de excitación.

Podemos simplificar la *Ecuación 1* teniendo en cuenta que no existen fuentes adicionales, obteniendo la ecuación no homogénea de Helmholtz que permite obtener la distribución de amplitud de la presión en el medio fluido [5]:

$$\nabla^2 P - \frac{\omega^2}{c_0^2} P = 0 \quad (3)$$

Podemos definir las propiedades entre los siguientes modelos acústicos:

Fluidos lineales elásticos: Utilizando la densidad y la velocidad del sonido en el medio o la impedancia y el numero de onda.

Fluido elástico con atenuación lineal: En el que se incluye un coeficiente de atenuación α para definir el amortiguamiento de las ondas acústicas.

$$k = \frac{\omega}{c} - i\alpha \quad (4)$$

Donde:

- k: Número de onda [1/m]
- α : Coeficiente de atenuación [Np/m]

Fluido elástico en medio poroso mediante el modelo de Delany-Bazley: Para especificar un fluido elástico en un medio poroso.

Viscoso: Para especificar la elasticidad del fluido usando un modelo viscoso.

$$\rho_c = \rho \left(1 + \frac{i\omega b}{\rho c^2} \right)^{-1} \quad (5)$$

$$c_c = c \left(1 + \frac{i\omega b}{\rho c^2} \right)^{1/2} \quad (6)$$

$$b = \left(\frac{3}{4} \mu + \mu_B \right) \quad (7)$$

Donde:

μ : Viscosidad dinámica [Pa·s]
 μ_B : Viscosidad de volumen [Pa·s]
 B :

Condiciones de contorno:

Las condiciones de contorno utilizadas en el modelo acústico son:

Pared rígida ("Sound Hard Boundary.Wall"): Se crea una condición de contorno en la cual la componente normal de la aceleración es cero.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

Pared blanda ("Sound Soft Boundary"): Se crea una condición de contorno donde la presión acústica se desvanece. Siendo apropiada para interfaces liquido-gas.

$$p = 0 \quad (9)$$

Impedancia: Es una generalización del "Sound-hard" y "Sound-soft". [Pa·s/m]

$$-\mathbf{n} \cdot \left(-\frac{1}{\rho_c} (\nabla p_t - \mathbf{q}) \right) = \frac{i\omega p_t}{Z_i} \quad (10)$$

Donde:

Z_i : Impedancia del dominio externo [Pa·s/m]

Desde un punto de vista físico es la relación entre la presión y la velocidad normal de la partícula. Siendo los límites opuestos $Z_i \rightarrow \infty$ y $Z_i \rightarrow 0$ son iguales a las condiciones de "Sound Hard" y "Sound Soft".

3.- DESCRIPCION DEL MODELO

El objetivo es diseñar un transductor ultrasónico de alta intensidad para su aplicación en medios fluidos teniendo en cuenta los siguientes criterios de diseño: alta capacidad de potencia de radiación, alto factor de calidad (Q) y elevado rendimiento. Se pretende obtener un funcionamiento lo suficientemente estable en el modo de resonancia deseado, evitando la interferencia modal con otros modos de resonancia cercanos de la propia estructura, y minimizando los efectos no lineales producidos por las cerámicas piezoeléctricas.

En la *Fig.2* se muestra el modelo 3D con simetría 1/2 del contenedor cilíndrico donde se sitúan las muestras a tratar, el transductor piezoeléctrico y el medio fluido en el que se encuentra sumergido.

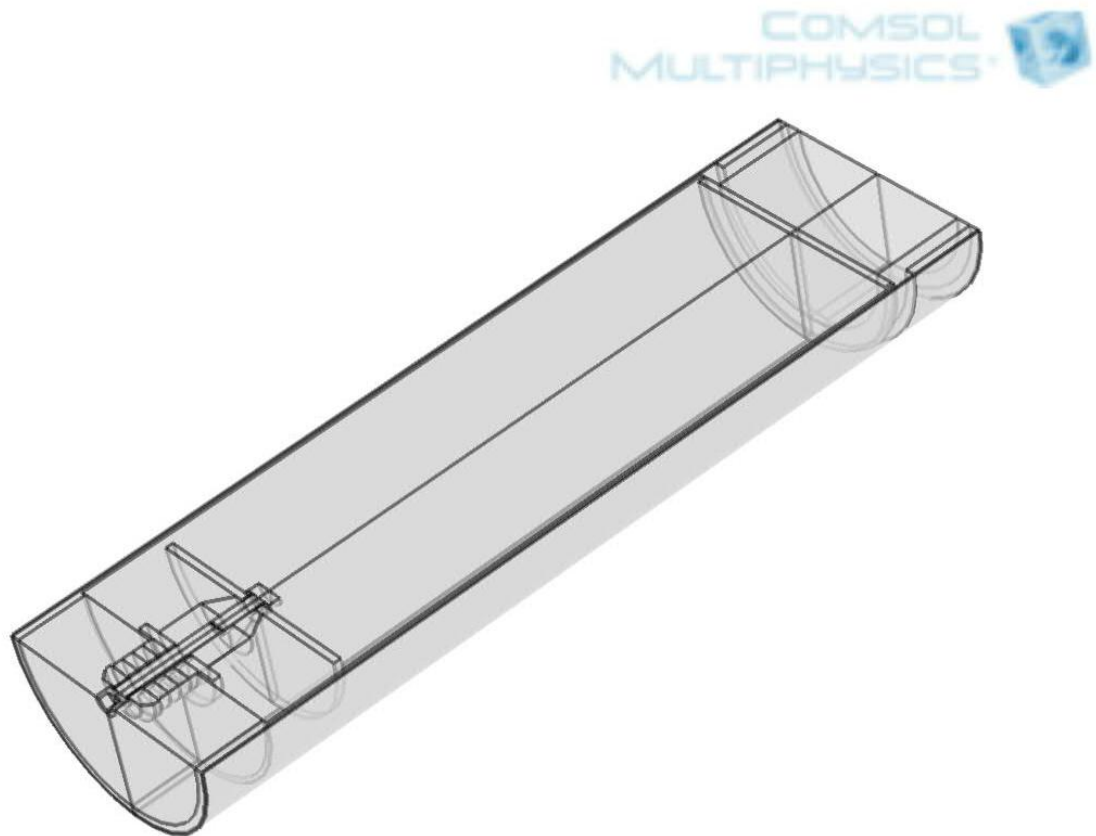


Figura 2: Modelo 3D Simetría 1/2 del transductor de 21 kHz con placa plana y sumergido en el medio fluido

El transductor prácticamente consiste en una estructura piezoeléctrica tipo "sandwich" que vibra extensionalmente excitando en su centro a una placa circular que oscila flexionalmente.

El primer objetivo es la obtención de una distribución homogénea de desplazamientos de la placa radiante en el medio fluido. Para ello se ha modificado la geometría de una placa plana mediante una serie de rebajes y escalones con el fin de obtener una mejor distribución desplazamientos. La capacidad de potencia depende de la distribución de desplazamientos y tensiones en la placa, cuya limitación viene dada por la tensión máxima admisible para el límite de fatiga a alta frecuencia del material. En la *Fig.3* se muestra la comparación de la distribución de desplazamientos en el eje Y entre una placa plana y la placa de geometría optimizada, al aplicar una carga armónica en el centro de la placa de $1\mu\text{m}$.

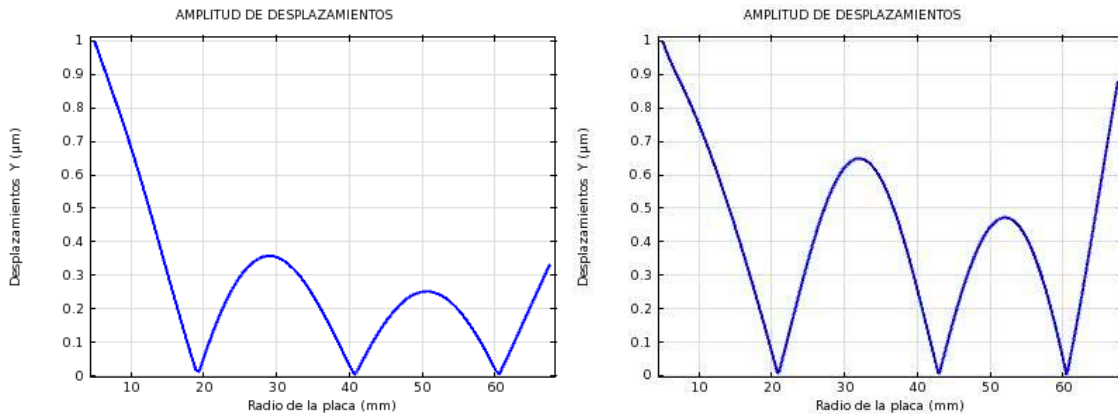


Figura 3: Comparación de la distribución de desplazamientos de la placa en el eje Y
 a) Placa plana b) Placa optimizada

Al sándwich piezoeléctrico se le aplica un pretensado en las cerámicas de 250 kg/cm^2 Ref. [5] a través del tornillo central con el fin de incrementar la resistencia a la fatiga, mejorar el acoplamiento en las interfases, disminuir las pérdidas mecánicas y la impedancia eléctrica. Una vez realizada la geometría y mallada la estructura, incluyendo el tornillo central del sándwich, se aplica el pretensado establecido en el tornillo de tal modo que las cerámicas obtengan la presión deseada. A continuación se aplican las cargas eléctricas en condiciones de circuito abierto, con los terminales o superficies de los electrodos del negativo de la excitación puestos a potencial cero. El resto sin cargas aplicadas. Se realiza un análisis estático para obtener el estado tensional del transductor y de las cerámicas tras el pretensado. El análisis estático determina las deformaciones y las tensiones en la estructura que serán fijadas para el posterior análisis dinámico. El piezoeléctrico se carga potencialmente al realizar el análisis estático como consecuencia del pretensado, al igual que cuando se le aplica el par de apriete al sándwich de forma experimental.

El análisis armónico determina la respuesta dinámica de la estructura al aplicar una carga eléctrica sinusoidal en los terminales de las cerámicas en un rango de frecuencias próximo al modo de trabajo para analizar también la excitación de otros modos cercanos. Se realiza ahora un análisis armónico aplicando en los electrodos activos de las cerámicas un potencial eléctrico de 1 voltio, incluyendo como condición inicial el estado tensional del transductor tras el pretensado. De éste modo se obtiene la distribución de desplazamientos y tensiones del transductor en el rango de frecuencias deseado, así como la presión acústica, intensidad acústica o nivel de presión sonora en el interior del contenedor-extractor.

4.- RESULTADOS

En la *Fig. 4* se comparan los desplazamientos en el centro de la placa en función de la frecuencia al aplicar 1 voltio en los terminales de las cerámicas piezoeléctricas de los modelos obtenidos del transductor con placa plana y con placa optimizada sumergidos en el medio fluido. Observamos las mejoras obtenidas tras la optimización de la geometría de la placa, incrementando en 6.5 veces su resonancia y amplitud de desplazamientos en la parte central para la misma carga aplicada.

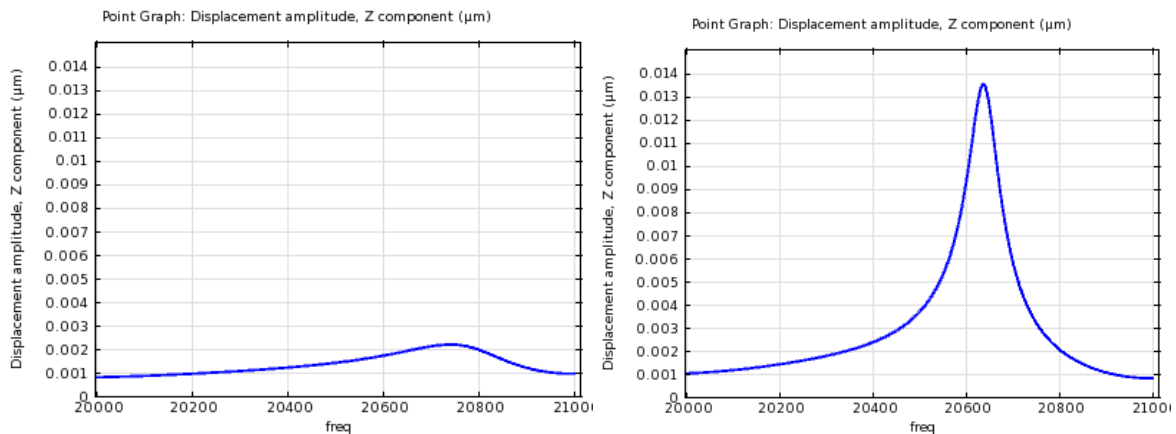


Figura 4: Comparación de la respuesta en frecuencia de la amplitud de desplazamiento en Z obtenida en el centro de la placa. a) Placa Plana b) Placa Optimizada

Se obtiene además por medio del modelo numérico la distribución de presión, intensidad acústica y/o niveles de presión sonora (NPS) en el interior del contenedor-extractor. Observamos las mejoras obtenidas con las modificaciones de la geometría de la placa, obteniendo al realizar la integral en todo el volumen (V) del interior del extractor, una presión 4 veces mayor, y 16 veces en términos de energía almacenada *Ref.[6]* en el fluido (*Fig.5*).

$$E_a = \iiint_V \left(\frac{1}{4} \rho_0 |\mathbf{V}|^2 + \frac{1}{4} \frac{|P|^2}{\rho_0 c_0^2} \right) dV \quad (11)$$

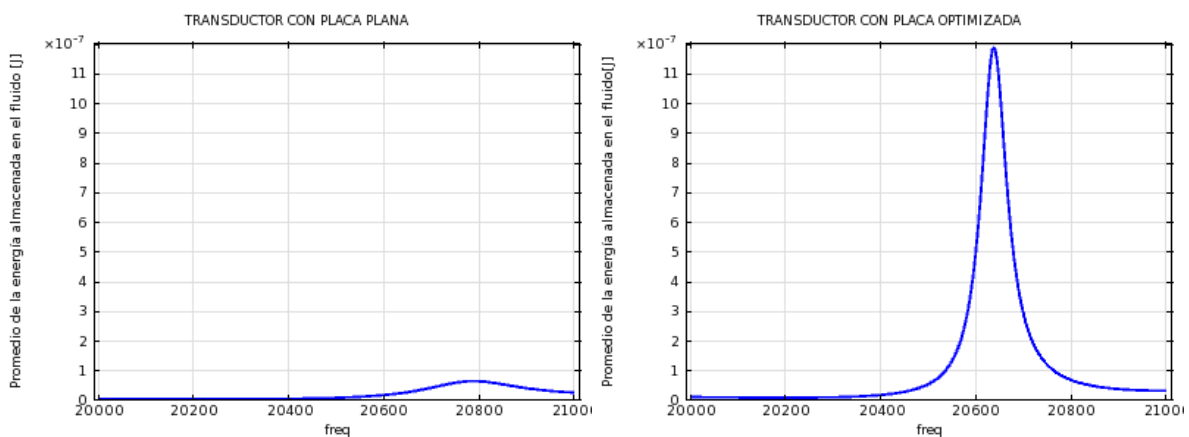


Figura 5: Comparación de la energía almacenada en el fluido. Respuesta en frecuencia. a) Placa Plana b) Placa Optimizada

La Fig.6 muestra la distribución de presión en el interior del extractor y el NPS obtenido en un modelo numérico 2D Axisimétrico del transductor con placa optimizada. En la figura se aprecia además los nodos de presión formados en el interior del extractor.

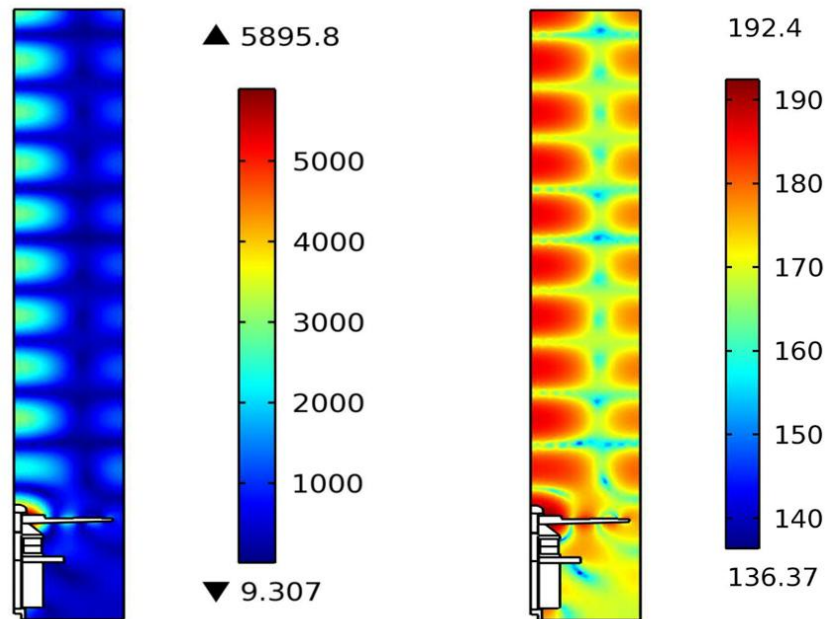


Figura 6: Distribución de Presión Acústica [Pa] y Niveles de Presión Sonora [dB] en la placa de geometría optimizada. Modelo 2D Axisimétrico

Paralelamente se están desarrollando modelos en 3D del transductor y del contenedor-extractor completo para la obtención de los modos propios de resonancia del extractor. Lo que permitirá estudiar su posible interferencia modal con los modos del transductor. En la Fig.7 se muestra un modo de resonancia de las paredes del contenedor-extractor próximo a la frecuencia de excitación del transductor. Se tratará de estudiar sus efectos y minimizar su amplitud de desplazamiento o variar su frecuencia de resonancia para evitar su posible interacción con el modo de trabajo del transductor.

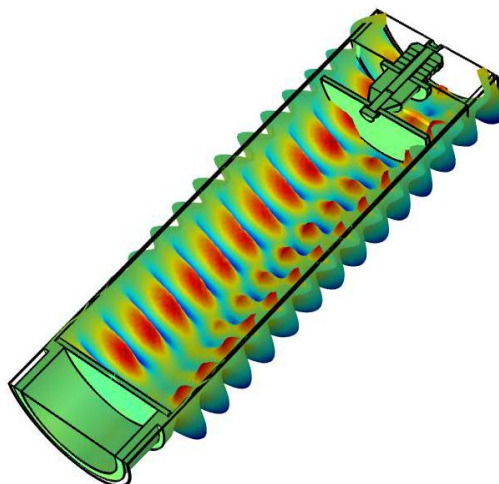


Figura 7: Modo de resonancia de la cesta próximo al modo de trabajo del transductor

5.- CONCLUSIONES

Mediante la realización de modelos de interacción acústico-estructura en combinación con modelos piezoeléctricos, se ha desarrollado un nuevo diseño de transductor de placa circular con geometría escalonada. Este dispositivo ultrasónico ha sido diseñado específicamente para optimizar su funcionamiento en procesos de extracción con fluidos supercríticos, considerando la influencia del medio en la respuesta dinámica del transductor. La geometría del transductor estudiada específicamente para esta aplicación ha incrementado la amplitud de su distribución de desplazamientos de la placa vibrante consiguiendo una mayor radiación al medio. Los modelos acoplados desarrollados también han permitido modificar la geometría del transductor para separar otros modos cercanos al de trabajo. Actualmente se están estudiando los modos propios del contenedor donde se encuentra sumergido el transductor de placa, para comprobar si hay interacción con el modo de resonancia de trabajo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al MICINN la financiación del Proyecto PUSO (DPI2009-14549-C04-01).

REFERENCIAS

- [1] S. Correa. *Elementos finitos en desplazamiento para interacción acústico-estructura*. Ingeniería y Ciencia. (2007) Volumen 3, número 6. 107-134
- [2] E. Riera, J.V.García-Pérez, J. Carcel, V. Acosta, J.A. Gallego-Juárez. *Computational study of ultrasound-assisted drying of food materials*. Chapter 13 in *Innovative Food Processing Technologies: Advances in Multiphysics simulation*. Edited by Kai Knoerzer, Pablo Juliano, Peter Roupas and Cornelis Versteeg. IFT Press and WILEY-BLACKWELL. (2011) 265-302.
- [3] F.J. Trujillo, Kai Knoerzer. *Modeling the acoustic field and streaming induced by an ultrasonic horn reactor*. Chapter 11 in *Innovative Food Processing Technologies: Advances in Multiphysics simulation*. Edited by Kai Knoerzer, Pablo Juliano, Peter Roupas and Cornelis Versteeg. IFT Press and WILEY-BLACKWELL. (2011) 233-264.
- [4] *Acoustics Module. User's Guide COMSOL 4.2*
- [5] J.A. Gallego-Juárez, G. Rodríguez, V. Acosta, E. Riera. *Power ultrasonics with extensive radiators for industrial processing*. Ultrasonics Sonochemistry 17. (2010) 953-964.
- [6] I. Tudela, V. Saez, M. Deseada Esclapez, P. Bonete, H. Harzali, F. Baillon, J. Gonzalez-García, O. Louisnard. *Study of the influence of transducer-electrode and electrode-wall gaps on the acoustic field inside a sonoelectrochemical reactor by FEM simulations*. Chemical Engineering Journal 171. (2011). 81-91.