

## ARRAY VIRTUAL PARA CÁLCULO DE LEYES FOCALES

PACS: 43.35.Yb

C. Fritsch, J. Camacho, J. Fdez. Cruza, J.M. Moreno, J. Brizuela  
Grupo UMEDIA (Ultrasound for Medical and Industrial Applications)  
Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC)  
La Poveda, 28500 Madrid, Spain  
Tel: 918 711 900,  
Fax: 918 717 050  
E-mail: [carlos@iai.csic.es](mailto:carlos@iai.csic.es); [jorgecam@iai.csic.es](mailto:jorgecam@iai.csic.es); [jorge.fernandez.cruza@iai.csic.es](mailto:jorge.fernandez.cruza@iai.csic.es);  
[jm.moreno@csic.es](mailto:jm.moreno@csic.es); [brizuela@iai.csic.es](mailto:brizuela@iai.csic.es)

### ABSTRACT

This work presents a new technique to compute focal laws for ultrasonic inspections through interfaces. Conventional methods are computing intensive since the interface must be finely discretized to apply the refraction laws with the required accuracy. The proposed method is based on defining a virtual array that operates in the second medium only, thus avoiding the interface. Since it operates in a homogeneous medium, computing the focal laws is fast, which is especially important when dynamic focusing is used with a high number of foci.

### RESUMEN

Este trabajo presenta una nueva técnica para calcular leyes focales en inspecciones a través de interfases. Los métodos convencionales son costosos en tiempo de cálculo ya que es preciso discretizar finamente la interfaz de forma que puedan aplicarse con la precisión requerida las leyes de la refracción. El método propuesto se basa en construir un array virtual que opera en el segundo medio y evita, por tanto, el paso a través de la interfaz. Al operar en un medio homogéneo, el cálculo de las leyes focales es muy rápido, aspecto de relevancia especial cuando se opera con focalización dinámica, dado el elevado número de focos.

### INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años ha aumentado la utilización de la tecnología de imagen *phased array* en el ámbito de la Evaluación No Destructiva por ultrasonidos. Las ventajas que proporciona son muchas: deflexión y enfoque del haz de forma electrónica, evitando el uso de múltiples transductores focalizados y cuñas, mejores características para la evaluación de defectos, mayor sensibilidad y mejor relación señal/ruido, entre otras.

Una mejora adicional de la calidad se consigue con focalización dinámica, proceso que permite obtener una imagen enfocada a todas las profundidades de forma automática. El enfoque se logra modificando los retardos aplicados a las señales recibidas en función de la profundidad, de forma que compensen las diferencias en los tiempos de vuelo desde cada foco a cada elemento del array. Se llama *ley focal* al conjunto de retardos para un foco determinado.

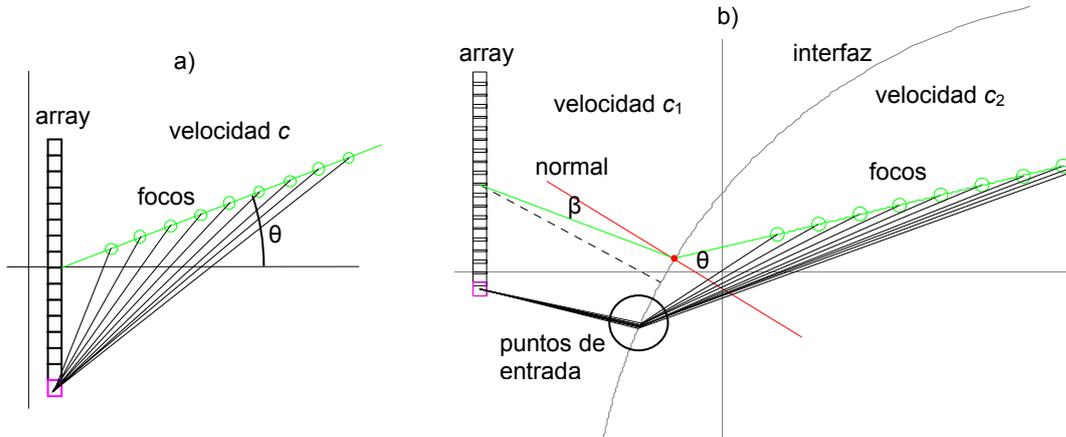


Figura 1. a) Inspección en un medio homogéneo de velocidad  $c$ ; b) Inspección cuando hay dos medios de propagación con velocidades  $c_1$  y  $c_2$

Cuando se inspecciona un medio homogéneo como, por ejemplo, una pieza por contacto o, también, en ecografía médica (Fig. 1a), el cálculo de las leyes focales que corresponden a cada foco es simple. Si un elemento del array se ubica en  $(x_A, z_A)$ , para un foco en  $(x_F, z_F)$ , el tiempo de vuelo al elemento del eco producido en el foco es:

$$t_{AF} = \frac{1}{c} \sqrt{(x_A - x_F)^2 + (z_A - z_F)^2} \quad (1)$$

A partir de los tiempos de vuelo a cada foco  $k$ , la ley focal es el conjunto de retardos,

$$\{\tau(k)\} = T_0 - t_{AF}(k) \quad (2)$$

donde  $T_0$  representa el tiempo de vuelo desde el centro del array (origen de tiempos). Un aspecto interesante es que existen técnicas que realizan este cálculo por hardware durante la adquisición de señal [1-2], lo que supone un coste nulo en tiempo de cálculo.

Sin embargo, con frecuencia es necesario introducir cuñas entre el array y la pieza o, en otros casos, se inspecciona por inmersión. En estas condiciones existen dos medios de propagación: acoplante (cuña o agua) y pieza, con velocidades de propagación  $c_1$  y  $c_2$ , respectivamente (Fig. 1b). Para calcular las leyes focales hay que considerar los efectos de la refracción, complicando el problema para interfases de geometría arbitraria, para las que no existe una solución cerrada general. El problema es calcular  $t_{AF}$  para cada elemento y cada foco considerando que el punto de entrada del haz ultrasónico es diferente en cada caso. Hasta la fecha, no se conocen métodos para automatizar el proceso y permitir el cálculo de las leyes focales por hardware en tiempo real.

Adicionalmente, hay que calcular las leyes focales con gran precisión para evitar la generación de lóbulos de cuantización de los retardos [3]. Para un array de  $N$  elementos de frecuencia fundamental  $f_R$ , el error rms en los retardos  $T_X$  debe ser mejor que:

$$T_X \leq \frac{1}{2\pi f_R} \sqrt{\frac{6}{N}} \quad (3)$$

Por ejemplo, si  $N=64$  y  $f_R = 5$  MHz, resulta  $T_x \leq 10$  ns. En inmersión, este error temporal equivale, en ida y vuelta, a un recorrido de solo  $7.5 \mu\text{m}$  en agua ( $c \approx 1500$  m/s). Existen herramientas comerciales de simulación de campo que facilitan el cálculo de las leyes focales por distintos métodos [4-6], pero son lentas para realizar la focalización dinámica con la debida resolución. Por otra parte, también hemos desarrollado un método rápido de cálculo de leyes focales a través de interfaces de geometría arbitraria, basado en la solución de una ecuación por Newton-Raphson sin iteraciones [7]. Aunque es una técnica sencilla y rápida, tampoco es fácil su implantación en hardware.

Este trabajo presenta un nuevo método que convierte el problema de 2 medios en otro de un único medio homogéneo, evitando por tanto el paso a través de la interfaz. Es aplicable a geometrías y velocidades en acoplante y pieza arbitrarias, dentro de las habituales. Y, sobre todo, facilita la utilización de hardware de cálculo en tiempo real de las leyes focales. La técnica se presentará después de una breve descripción de los métodos convencionales.

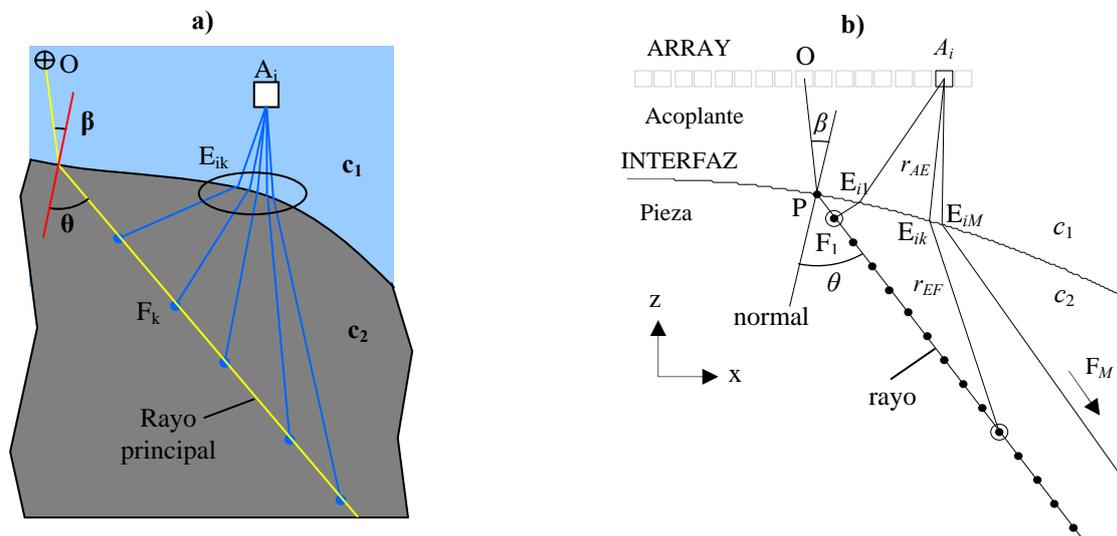


Figura 2. a) Detalle para un elemento del array y puntos de entrada al foco; b) Geometría

## MÉTODO CONVENCIONAL

La Figura 2 muestra la geometría general para el cálculo de leyes focales. El proceso convencional se realiza en dos pasos:

- P-1. Obtener el rayo principal que forma un ángulo con la normal  $\theta$  especificado. Por conveniencia, el rayo principal pasa por el centro del array (en  $O$ ), origen de tiempos. Aplicando la ley de Snell, con un índice de refracción  $n=c_1/c_2$ :

$$\sin \beta = \frac{c_1}{c_2} \sin \theta = n \sin \theta \quad (4)$$

El punto de entrada del rayo principal es aquél en el que el producto escalar de los vectores unitarios  $\vec{n} = \text{normal}$ ,  $\vec{v} = \text{punto de entrada a centro del array}$  hace  $\vec{n} \cdot \vec{v} = \cos \beta$ . Para su evaluación, se realiza una búsqueda en los puntos de la interfaz discretizada para localizar el que mejor aproxima la anterior igualdad.

P-2. Para cada elemento  $i$  del array,  
para cada foco  $k$ ,

encontrar las coordenadas  $(x_E, z_E)$  del punto de entrada  $E_{ik}$ . Aplicando el principio de Fermat, se buscará en la interfaz discretizada aquél que minimiza el tiempo de vuelo  $t_{AF}$  (camino más rápido) dado por:

$$t_{AF} = \frac{r_{AE}}{c_1} + \frac{r_{EF}}{c_2} = \frac{\sqrt{(x_A - x_E)^2 + (z_A - z_E)^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(x_E - x_F)^2 + (z_E - z_F)^2}}{c_2} \quad (5)$$

obteniéndose el juego de retardos por aplicación de (2).

El procedimiento es simple y preciso si se discretiza finamente la interfaz, pero muy costoso en tiempo de cálculo. El mayor problema reside en la búsqueda involucrada en el segundo paso, para muchos focos, a pesar de que hay formas de optimizar el proceso. Además, este método no es adecuado para calcular las leyes focales en tiempo real.

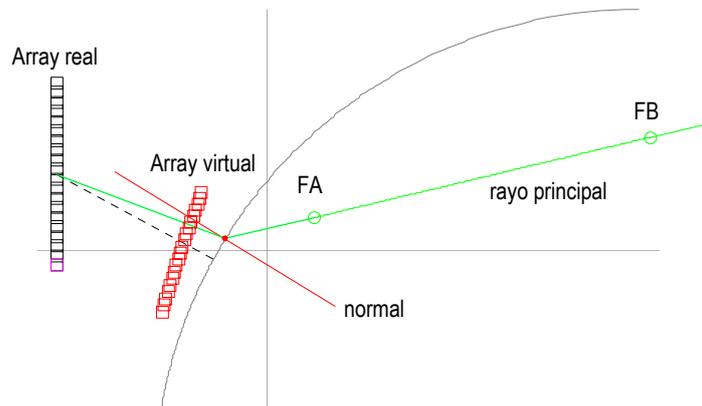


Figura 3. Ubicación del array virtual y focos FA y FB sobre el rayo principal

### DETERMINACIÓN DE UN ARRAY VIRTUAL EQUIVALENTE.

Aquí se propone una técnica diferente que evita las complicaciones de la interfaz. Consiste en evaluar un *array virtual aproximadamente equivalente* en tiempos de vuelo a todos los focos situados sobre el rayo principal, considerando un medio homogéneo de velocidad  $c_2$ .

La Figura 3 muestra la solución al problema propuesto en la Figura 1b. La distribución de elementos en el array virtual no es uniforme y forma parte del problema determinar su ubicación. Para ello se eligen dos focos, uno próximo a la interfaz (FA) y otro alejado (FB), posiblemente en el límite del campo cercano  $U=D^2/4\lambda_2$ , siendo  $D$  el tamaño de la apertura y  $\lambda_2$  la longitud de onda en el segundo medio.

Los tiempos de vuelo del array virtual al foco son:

$$t_{VF} = \frac{r_{VF}}{c_2} = \frac{\sqrt{(x_V - x_F)^2 + (z_V - z_F)^2}}{c_2} \quad (6)$$

Se postula que:

$$t_{VF} + T_A \approx t_{AF} \quad \text{para todos los focos entre FA y FB} \quad (7)$$

donde  $T_A$  es un tiempo constante para cada elemento del array real. Sustituyendo (5) en (7) y, para un foco lejano (en el  $\infty$ ),

$$T_A \approx \left( \frac{r_{AE}}{c_1} + \frac{r_{EF}}{c_2} \right) - \frac{r_{VF}}{c_2} \approx \left( \frac{r_{AE}}{c_1} + \frac{r_{EF}}{c_2} \right) - \left( \frac{r_{VE}}{c_2} + \frac{r_{EF}}{c_2} \right) \quad (8)$$

Por el invariante de Abbe [8],  $c_1 r_{AE} \approx c_2 r_{VE}$  que, sustituido en (8) proporciona,

$$T_A = \frac{r_{AE}}{c_1} (1 - n^2) \quad (9)$$

donde  $r_{AE}$  se calcula para un foco FB en  $\infty$  con un proceso análogo al expuesto en P-1, sustituyendo las coordenadas del centro del array por las del elemento actual.

Una vez evaluado  $T_A$ , las coordenadas ( $x_V$ ,  $z_V$ ) de cada elemento del array virtual, se obtienen resolviendo (7) para los focos FA y FB (dos ecuaciones y dos incógnitas). Obviamente la ecuación (7) se verificará exactamente sólo para FA y FB y de forma aproximada para el resto de focos entre ellos. Para ello se calculan previamente los tiempos  $t_{AF}(A)$  y  $t_{AF}(B)$  por aplicación del principio de Fermat (5). Al elegir FB en el  $\infty$ , sólo será necesario realizar el proceso de búsqueda para  $t_{AF}(A)$ .

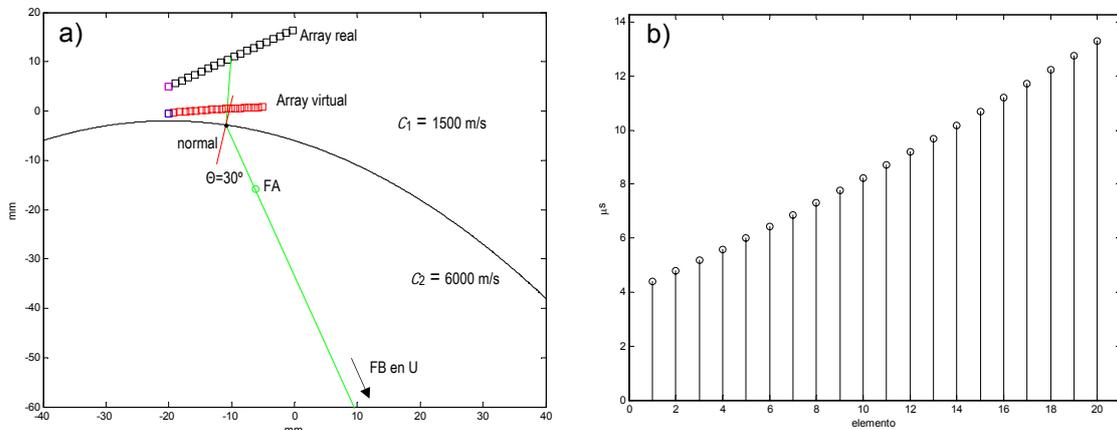


Figura 4. a) Representación geométrica de las posiciones del array real, array virtual y rayo principal;  
b) Valores de  $T_A$  para los diferentes elementos,  $\mu\text{s}$

## RESULTADOS

El aspecto más importante es evaluar los errores en el tiempo de vuelo a los diferentes focos situados entre FA y FB en el límite del campo cercano. Para ello se comparan los valores obtenidos mediante la aplicación del principio de Fermat (método convencional expuesto en los pasos P1 y P2) y una interfaz finamente discretizada con los que proporciona la nueva técnica.

La Figura 4a) muestra un ejemplo con un array de 10 MHz de  $N=20$  elementos a distancias de 1.2 mm entre sí, que se utiliza para inspeccionar por inmersión ( $c_1 = 1500 \text{ m/s}$ ) una pieza

metálica con una interfaz parabólica ( $c_2 = 6000$  m/s). Se observa que el array real no tiene una orientación particularmente buena con respecto a la pieza, pero se trata de mostrar que la técnica funciona bien en estas condiciones.

En la Fig. 4a) también se muestran las posiciones del array virtual. Los tiempos asociados  $T_A$  se visualizan en la Fig. 4b) para este ejemplo. Se observa que son diferentes para cada elemento y aumentan con la distancia a la interfaz.

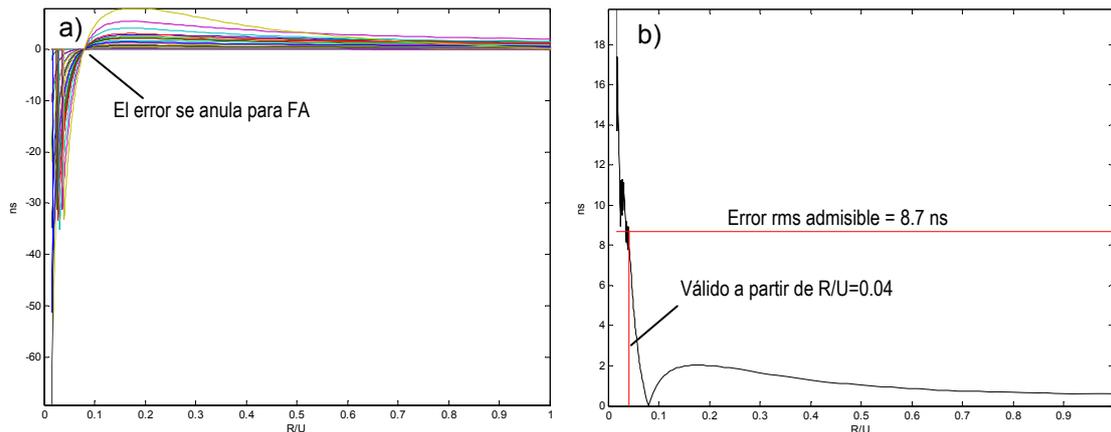


Figura 5. a) Errores en el tiempo de vuelo para todos los elementos (ns); b) Error rms (ns)

La Figura 5a) muestra los errores obtenidos como diferencias entre los calculados por aplicación del principio de Fermat y los que produce la nueva técnica en función de la distancia normalizada  $R/U$ . Se observa que el error se mantiene por debajo de los 8 ns en todos los casos a partir del foco FA, donde se anula para todos los elementos como cabía esperar. Como el foco FB se sitúa en el  $\infty$ , el error no se anula en el límite del campo cercano ( $R/U=1$ ).

La Figura 5b) muestra el error *rms* en función de la profundidad normalizada  $R/U$ . Para este caso, la aplicación de (3) produce un error *rms* admisible de 8.7 ns. Se comprueba que este error no se alcanza en todo el rango a partir de  $R/U = 0.04$  (a 8.6 mm desde la interfaz).

## CONCLUSIONES

Se ha propuesto un nuevo método para calcular las leyes focales, particularmente adecuado para la focalización dinámica en presencia de interfases. La técnica convierte un problema de cálculo a través de la interfaz, donde hay que tener en cuenta las leyes de la refracción, en otro en el que un array virtual opera en un medio homogéneo.

A diferencia de los métodos convencionales, que requieren realizar una búsqueda del camino más rápido de propagación, la nueva técnica presenta una complejidad análoga a la de operar en un medio único, basado en puras consideraciones geométricas con expresiones cerradas. La contrapartida es que los resultados son aproximados, pero se ha comprobado que los errores en los retardos de focalización obtenidos están acotados, siendo inferiores al máximo error rms aceptable para mantener bajos lóbulos de cuantización en casi todo el rango.

El cálculo de las coordenadas del array virtual se realiza resolviendo un simple sistema de ecuaciones. Al tiempo de vuelo a cada foco calculado se le añade una constante para cada elemento del array, que se deriva del invariante de Abbe.

Una ventaja adicional proporcionada por la nueva técnica es que posibilita el cálculo de las leyes focales por hardware en tiempo real, utilizando alguno de los métodos conocidos para esta finalidad. Esta característica se obtiene por primera vez cuando existen dos medios de propagación involucrados.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado con financiación del proyecto DPI-2010-17648 del Ministerio de Ciencia e Innovación.

## REFERENCIAS

1. K. Jeon, M. H. Bae, S. B. Park, S. D. Kim, "An efficient real time focusing delay calculation in ultrasonic imaging systems", *Ultrasonic Imaging*, 16, pp. 231-248, 1994.
2. H. T. Feldkämper, R. Schwann, V. Gierenz, T. G. Noll, "Low power delay calculation for digital beamforming in handheld ultrasound systems", *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, 2, pp. 1763-1766, 2000.
3. D. K. Peterson, G. S. Kino, "Real-time digital image reconstruction: A description of image hardware and an analysis of quantization errors", *IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics*, 31, 4, pp. 337-351, 1984.
4. G. A. Deschamps, "Ray techniques in electromagnetics", *Proceedings of the IEEE*, 60, 9, pp. 1022-1035, September 1972.
5. F. Buiocchi et al., "A Computational Method to Calculate the Longitudinal Wave Evolution Caused by Interfaces Between Isotropic Media", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 51, 2, pp. 181-192, 2004.
6. M. A. Andrade, J. C. Adamowski, A. Ibañez, M. Parrilla, C. Fritsch, "Optimization of Complex Shape Part Inspections with Phased Arrays", *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, pp. 733-736, 2009.
7. M. Parrilla, J. Brizuela, J. Camacho, A. Ibañez, P. Nevado, C. Fritsch, "Dynamic Focusing through Arbitrary Geometry Interfaces", *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, pp. 1195-1198, 2008.
8. M. Born, E. Wolf: "Principles of Optics", *Cambridge University Press*, 1997.