ESTUDIO EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO DE LA PROPAGACIÓN DE ULTRASONIDOS EN MEDIOS HETEROGÉNEOS

PACS: 43.20.Jr; 47.11.Bc

Jiménez, N.; Redondo, J. (*); Camarena, F.; Picó, R.
Escuela Politécnica Superior de Gandía. Universidad Politécnica de Valencia.
Carretera Nazaret-Oliva s/n. Grao de Gandía (Spain)
Telf.: 962 849 300 - Fax: 962 849 313
(*) e-mail: fredondo@fis.upv.es

RESUMEN

El presente estudio pretende caracterizar la propagación de las ondas ultrasónicas en medios heterogéneos, prestando especial atención a la dispersión temporal de la onda. Los tejidos vegetales, y en concreto la piel de la naranja, son básicamente medios acuosos pero repletos de estructuras de diferente densidad y elasticidad, de ácidos y sustancias grasas, así como de zonas aéreas intercelulares. Se pretende por tanto obtener un modelo de predicción de la propagación de los ultrasonidos en dichos medios mediante técnicas de simulación numérica FDTD (Finite Difference Time Domain). Para validar los resultados de las simulaciones se contrastarán éstas con medidas obtenidas a partir de un dispositivo experimental. Desde el punto de vista aplicado, la validación de un modelo de propagación de ondas mecánicas en medios heterogéneos posee un gran interés, ya que permitirá profundizar en la comprensión y el desarrollo de nuevas técnicas de caracterización de materiales complejos, proporcionando herramientas para la predicción de los procesos de propagación en dichos medios.

ABSTRACT

This study aims to characterize the propagation of ultrasonic waves in heterogeneous media, with particular attention to the temporal dispersion of the wave. The plant tissues, in particular the orange's skin, are essentially aqueous-filled structures of varying density and elasticity composed by fat and acids substances, as well as areas of intercellular air. It is intended therefore to obtain a prediction model of ultrasounds propagation in this media by FDTD techniques (Finite Difference Time Domain). These simulation results will be compared with measures obtained from an experimental device to validate the numerical model. The validation of a model of mechanical wave propagation in heterogeneous media has a great interest because it will deepen the understanding and development of new techniques for characterization of complex materials, providing tools for predicting propagation processes in this kind of media.

1 INTRODUCCIÓN

Son numerosos los estudios sobre la propagación de ondas acústicas en productos hortofrutícolas que pretenden caracterizar físicamente los diferentes tejidos vegetales. De esta manera, diferentes autores han tratado de obtener esta información de las muestras vegetales a partir de las señales ultrasónicas registradas una vez que han atravesado el tejido. En 1972

Garret y Furry [1] utilizaron la velocidad de propagación de varios tipos de ondas para medir propiedades mecánicas como el Módulo de Young, la densidad y el coeficiente de Poisson en manzanas. En 1975 Clark [2] encontró una alta correlación entre el tiempo de decaimiento de las ondas sonoras en melones y la firmeza de éstos. En el caso de los cítricos, Gyasi et al. en 1981 [3] y Krishna en 2006 [4] determinaron el coeficiente de Poisson para la piel y la pulpa de la naranja. Por otro lado, el estado de la corteza es un buen indicador de la madurez en este tipo de fruta [5, 6].

La piel de la naranja es básicamente un medio acuoso pero repleto ácidos, sustancias grasas así como de zonas intercelulares de diferente densidad y elasticidad. [7] El estudio de la evolución de dichos parámetros mecánicos de la piel de las naranjas mediante técnicas ultrasónicas es una posibilidad muy interesante a la hora de caracterizar la fruta en procesos de control de calidad y almacenamiento del producto [5, 6].

Uno de los objetivos del presente trabajo irá dirigido a tratar de determinar el tipo de propagación de onda que tiene lugar en este tipo de tejidos, así como las propiedades que puedan extraerse para obtener la mayor información posible de él. Para ello es necesario disponer de modelos que permitan predecir la propagación de ultrasonidos en medios heterogéneos. La complejidad de la estructura interna de un material poroso hace que sea difícil atacar el problema de manera microscópica. Esto ha hecho que históricamente se haya modelizado la propagación de sonido y ultrasonidos en estos medios mediante modelos empíricos en el dominio de frecuencias [8]. En general, en estos modelos se adaptan las ecuaciones diferenciales que rigen la dinámica de las magnitudes físicas involucradas incluyendo constantes de propagación (densidad y módulo de compresibilidad) complejas. La densidad compleja pretende describir empíricamente las interacciones inerciales y viscosas entre el medio huésped y el medio anfitrión durante la propagación. Por otra parte la compresibilidad compleja introduce las interacciones térmicas. Las relaciones entre estas magnitudes complejas y los parámetros microscópicos han sido estudiadas por diversos autores. [9-13]

Tal y como se muestra en la primera propuesta de un modelo en dominio de tiempos para materiales porosos [14], las ecuaciones que rigen la propagación en dicho dominio pueden ser obtenidas mediante transformación de Fourier de las ya comentadas en el dominio de frecuencias. Sin embargo esto supone la inclusión de términos de convolución que son muy costosos computacionalmente, dado que es necesario almacenar los valores previos de todas las magnitudes físicas involucradas. Por ello, la alternativa a estos problemas la ofrece la utilización de modelos simplificados que tengan en cuenta la inherente atenuación de la onda en su propagación a lo largo de un medio poroso mediante términos empíricos diseñados directamente en el dominio de tiempos.

La solución analítica de dichos modelos es muy compleja en la mayoría de los casos de interés, por lo que el desarrollo de herramientas numéricas supone una estrategia alternativa muy eficiente e interesante a la hora de resolver este tipo de problemas. La solución numérica como aproximación de las soluciones de dichos modelos físicos supone en la actualidad un importante objeto de investigación en el campo de la acústica debido a la alta versatilidad que están alcanzando los equipos informáticos así como de la inestimable ayuda que proporcionan tanto a la hora de interpretar los resultados empíricos obtenidos en los experimentos, como a la hora de diseñar instrumentos cuya geometría dificulta la modelización analítica del problema.

De esta manera, el presente trabajo pretende proporcionar herramientas numéricas que ayuden a interpretar y profundizar en el conocimiento de la propagación de ondas acústicas en medios heterogéneos en el dominio temporal. Este objetivo se atacará mediante el uso de técnicas de diferencias finitas en dominio de tiempos (FDTD) [15, 16], suponiendo una innovación respecto a otras técnicas numéricas utilizadas hasta el momento (FEM, BEM) que permite obtener la respuesta temporal del sistema facilitando de esta manera su utilización en aplicaciones de eco impulso para ensayos no destructivos.

2 MODELOS DE PROPAGACIÓN EN MEDIOS HETEROGÉNEOS EN DOMINIO TEMPORAL

Podemos caracterizar la propagación acústica en medios heterogéneos mediante diferentes modelos físicos. De esta manera, en función del modelo elegido observaremos diferentes fenómenos debidos a la propagación acústica.

2.1 MODELO LINEAL

El modelo más simple e intuitivo viene dado por la inclusión en el interior de un medio homogéneo de pequeñas zonas o capas de impedancia acústica diferente a la del medio anfitrión [16]. En una dimensión la propagación acústica en régimen lineal queda caracterizada por las ecuaciones de primer orden de conservación del momento y de continuidad, en las que la derivada temporal de la presión está relacionada con la derivada espacial de la velocidad y viceversa. En una dimensión:

$$\nabla P + \rho(x,y,z)\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + k(x,y,z)\,\nabla u = 0 \quad (2)$$

Siendo P la presión y u la velocidad de partícula; $\rho(x,y,z)$ la densidad del aire; $k(x,y,z) = \rho(x,y,z)c^2(x,y,z)$ el módulo de Bulk y $c(x,y,z)$ la velocidad de propagación en función de la posición. Mediante este modelo se puede observar cómo los diferentes cambios de impedancia en el medio provocan la reflexión y refracción de las ondas acústicas. De esta manera, un medio que esté compuesto por multitud de pequeñas heterogeneidades presentará una dispersión temporal de la onda que lo atraviese relacionada con la disparidad de densidad y velocidad de propagación de la onda entre las diferentes zonas o capas.

La ventaja de la utilización de este tipo de modelos para simulación en diferencias finitas en dominio temporal es que no requieren acumuladores de memoria de estados anteriores, aunque debido a la modelización de la estructura mediante una matriz de densidades y módulo de Bulk el mallado necesario para caracterizar una estructura ha de ser muy fino. Además, este modelo lineal no contempla la absorción acústica por medio de mecanismos temo-viscosos. Para ello es necesario recurrir a modelos más complejos como la propagación en medios porosos o la propagación en régimen no lineal.

2.2 PROPAGACIÓN EN MEDIOS POROSOS

Una manera de modelizar el comportamiento de un material poroso es la propuesta por Zwikker-Kosten. Tal y como se describe en [17], las ecuaciones que describen la evolución temporal de la onda en una dimensión son:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_p c_p^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_p \frac{\partial u}{\partial t} + Ru = 0 \quad (4)$$

Siendo $\rho_p = \rho_0 k_s / \varphi$ la densidad equivalente para las ondas propagándose en el interior del material poroso, $c_p = c_0 / \sqrt{k_s}$ la velocidad equivalente, R la resistencia el flujo, φ la porosidad y k_s la constante de estructura del medio poroso.

Este modelo es interesante ya que su discretización e implementación en un esquema de simulación numérica en el dominio de tiempos es muy simple y eficiente [18], aunque se debe tener en cuenta que el modelo solo es válido en el caso de que el esqueleto del material poroso sea rígido y no vibre.

Por otro lado, mediante la adaptación al dominio de tiempos publicada en [19] de las ecuaciones clásicas que describen la propagación de la onda acústica en medios porosos podemos describir la evolución de la presión y de la velocidad de partícula en el interior del material. De esta manera, las ecuaciones descritas por Wilson et al. en el dominio de tiempos son:

$$\beta_\infty \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} + \frac{\beta_\infty(\gamma-1)}{\sqrt{\pi}\,\tau_{ent}} \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{\sqrt{t-t'}} \frac{\partial p(x,t')}{\partial t'} e^{\left(-\frac{t-t'}{\tau_{ent}}\right)} dt' = -\nabla u_x(x,t) \quad (5)$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = -V_\infty \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} + \frac{V_\infty}{\sqrt{\pi}\,\tau_{vor}} \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{\sqrt{t-t'}} \frac{\partial p(x,t')}{\partial x} e^{\left(-\frac{t-t'}{\tau_{vor}}\right)} dt' \quad (6)$$

Siendo β_∞ la compresibilidad compleja; V_∞ el volumen complejo a frecuencias muy altas, τ_{ent} y τ_{vor} las constantes de relajación de los procesos de entropía y vorticidad, que pueden ser calculadas a partir de la resistencia al flujo del material, la porosidad y la tortuosidad.

La discretización de las ecuaciones 5 y 6 implica asumir ciertas aproximaciones que conllevarán la aparición de un determinado error numérico [20]; aunque debido al acumulador mediante el cual se aproxima el término integral de las ecuaciones 5 y 6, son las limitaciones en los recursos computacionales las que suponen la principal desventaja de la utilización de este modelo para simulación mediante diferencias finitas en dominio temporal.

3 MÉTODOS NUMÉRICOS Y CONFIGURACIONES

En función del modelo físico a simular y de la geometría del problema se escogerá una metodología adecuada para obtener los resultados. De esta manera se presentan las siguientes configuraciones:

Para simular la propagación ultrasónica en medios heterogéneos en geometría plana se implementará un programa de simulación de ondas en fluidos tomando como referencia las mediciones realizadas en [6].

El esquema de simulación a implementar se resolverá mediante diferencias finitas en dominio del tiempo siendo muy interesante la opción de utilizar un esquema de segundo orden en tiempo y cuarto en espacio (FDTD (2,4)) [16, 22] para disminuir la dispersión numérica debido a las heterogeneidad en la velocidad de propagación de la onda en las zonas de densidad y módulo de Bulk a lo largo del dominio. Así, se escogerá el primero de los modelos, la discretización de las ecuaciones 1 y 2 en diferencias finitas de segundo orden en tiempo y cuarto en espacio y en mallas al tresbolillo; que para la ecuación de actualización de las tres mallas de velocidad de partícula en tres dimensiones implica:

$$u_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j,k\right) = u_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j,k\right) - \frac{\Delta t}{\rho(i,j,k)\,\Delta x}\left(k_1 p^n(i+1,j,k) - k_1 p^n(i,j,k) - \frac{k_2}{3} p^n(i+2,j,k) + \frac{k_2}{3} p^n(i-1,j,k)\right) \quad (1)$$

$$u_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k\right) = u_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k\right) - \frac{\Delta t}{\rho(i,j,k)\,\Delta y}\left(k_1 p^n(i,j+1,k) - k_1 p^n(i,j,k) - \frac{k_2}{3} p^n(i,j+2,k) + \frac{k_2}{3} p^n(i,j-1,k)\right) \quad (2)$$

$$u_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right) = u_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right) - \frac{\Delta t}{\rho(i,j,k)\,\Delta z}\left(k_1 p^n(i,j,k+1) - k_1 p^n(i,j,k) - \frac{k_2}{3} p^n(i,j,k+2) + \frac{k_2}{3} p^n(i,j,k-1)\right) \quad (3)$$

Siendo las constantes adimensionales $k_1 = \frac{9}{8}$ y $k_2 = \frac{1}{8}$; la discretización en espacio para $x = i\Delta x$, $y = j\Delta y$, $z = k\Delta z$; la discretización en tiempo $t = n\,\Delta t$ y $k(i,j,k)$ y $\rho(i,j,k)$ el módulo de Bulk y la densidad del medio en función de la posición. En el caso de la expresión de actualización de la malla de presión:

$$\begin{aligned} P^{n+1}(i,j,k) = P^n(i,j,k) &- \frac{k(i,j,k)\,\Delta t}{\Delta x}\left(u_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j,k\right) - k_1 u_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2},j,k\right) - \frac{k_2}{3} u_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{3}{2},j,k\right) + \frac{k_2}{3} u_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{3}{2},j,k\right)\right) \\ &- \frac{k(i,j,k)\,\Delta t}{\Delta y}\left(k_1 u_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k\right) - k_1 u_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j-\frac{1}{2},k\right) - \frac{k_2}{3} u_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{3}{2},k\right) + \frac{k_2}{3} u_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j-\frac{3}{2},k\right)\right) \\ &- \frac{k(i,j,k)\,\Delta t}{\Delta z}\left(k_1 u_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right) - k_1 u_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j,k-\frac{1}{2}\right) - \frac{k_2}{3} u_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j,k+\frac{3}{2}\right) + \frac{k_2}{3} u_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j,k-\frac{3}{2}\right)\right) \quad (1) \end{aligned}$$

En una segunda fase se procederá a simular la propagación ultrasónica en medios heterogéneos en geometría curvilínea, de acuerdo con las mediciones experimentales realizadas en [21], Fig. 1.

Fig. 1. Dispositivo experimental usado para la caracterización de cítricos.

Para ello, se implementará un esquema que permita simular las ondas superficiales a través de la corteza de la naranja, de manera que podrá ser implementado mediante FDTD en 3 dimensiones y en coordenadas esféricas. Como alternativa, parece muy interesante emplear un mallado hexagonal [16] para disminuir la anisotropía de la velocidad de propagación de la onda numérica. Este mallado superficial aplicado a una esfera equivale a un mallado geodésico mediante hexágonos y pentágonos estratégicamente distribuidos [23]

4 CONCLUSIONES

El estudio de la propagación de ultrasonidos en la piel de la naranja nos permitirá ampliar nuestro rango de conocimiento de sus propiedades biológicas. Hasta el momento se realizaban correlaciones entre la velocidad y la absorción, y turgencia e hidratación. Estás magnitudes, aun siendo de gran interés a nivel de caracterización biológica, son magnitudes macroscópicas; resultado de las condiciones en que se encontraba la piel por diferentes motivos: deshidratación, envejecimiento de los tejidos, diferentes procesos químicos relacionados con el envejecimiento etc. Estos modelos numéricos nos permitirán predecir el grado de porosidad y heterogeneidad en cada estadio del proceso de deshidratación de las frutas, lo cual supone un nuevo parámetro susceptible de ser utilizado en la valoración de la calidad de una determinada muestra de fruta.

Por otro lado, la implementación de estas técnicas numéricas y su contrastación con resultados experimentales nos permitirá profundizar en el conocimiento de la propagación de US en tejidos heterogéneos.

5 AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo ha sido subvencionado por el Programa de Apoyo a la Investigación y Desarrollo (PAID-06-08) de la Universidad Politécnica de Valencia.

6 REFERENCIAS

[1] Garret, R.E. and R.B. Furry. Velocity of sonic pulses in apples. Transactions of the ASAE 15(4):770-774 (1972)
[2] Clark, RL. 1975. An investigation of the acoustical properties of watermelon as related to maturity. American Society of Agricultural Engineering 75-6004
[3] Gyasi, S, R B BFridley, and PChen. Elastic and viscoelastic Poisson's ratio determination for selected citrus fruits. Transactions of the ASABE 24.3:747-750. (1981)
[4] Krishna, K S, and SreenivasulaReddy. Post-harvest physico-mechanical properties of orange peel and fruit. Journal of food engineering 73.2:112. (2006)
[5] Camarena, F. Martinez-Mora, J. A. Potential of ultrasound to evaluate turgidity and hydration of the orange peel. Journal of food engineering 75:503-507. (2006)
[6] Camarena, F. Martinez-Mora J. A., Ardid, M. Ultrasonic study of the complete dehydration process of orange peel. Postharvest biology and technology 43:115-120. (2007)
[7] Agustí, M. Citricultura. Ediciones Mundi-Presnsa, (1999)
[8] D. L. Johnson, J. Koplik, R. Dashen, "Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid - saturated porous media", J.Fluid Mech. 176, 379-402 (1987)

[9] J.R.Banavar, D.L.JohnSofl, “Characteristic pore size and transport in porous media”, Phys.Rev. B, 35, 7283-7286 (1987)
[10] Y.Champoux, J.-F.Allard,”DynamiC tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media”, J.Appl.Phys. 70, 1975-1979 (1991)
[11] D.Lafarge, P.Lemariner, J.-F.Allard, V.Tarnow, “Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies”, J. Acoust. Soc. Am. 102, 1995-2006 (1997)
[12] O.Umnova, K.Attenborough, K.M.Li, “Cell model calculations of the dynamic drag parameters in packings of spheres”, J. Acoust. Soc. Am. 107, 3113-3119 (2000)
[13] O.Umnova, K.Attenborough, K.M.Li, “Cell mode for the acoustical properties of packings of spheres”, Acta Acust. 87, 226-235 (2001)
[14] D.K. Wilson, y. E. Ostashev, 5. L. Collier, “Time domain equations for sound propagation in rigid-frame porous media”. J. Acoust. Soc. Am., Vol. 116, 1889-1892, (2004)
[15] K.S. Yee, Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media; IEEE Transactions on Antennas Propag., Vol 14, 302- 307, (1966)
[16] Taflove A.; Hagness S. C.; Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method; 3th edition; Art Tech House; (2005)
[17] Zwikker, C.; Konsten, C. W; Sound absorbing materials. Elsevier, New York, (1949)
[18] Picó, R. Roig, B. Redondo, J. Stability analysis of the FDTD scheme in porous media
[19] Wilson, D. K., Ostashev, V. E., Collier, S. L. Time-domain equations for sound propagation in rigid-frame porous media. J. Acoust. Soc. Am. Vol. 116,4:1889-1892 (2004)
[20] Redondo, J.; Picó, R.; Alba, J., Ramis, J. FDTD methods in staggered grids for porous materials. 20th International Congress on sound and Vibration, (2005)
[21] Camarena, F.; et al; Non-destructive ultrasonic test of orange dehydration. 19th international congress on acoustics. Madrid (2007)
[22] Sendo, Y.; Kudo, H, Kashiwa, T. Ohtani, T; The FDTD (2, 4) Method for Highly Accurate Acoustic Analysis in Three-Dimensional Space. Electronics and Communications in Japan, Part 3, Vol. 86, No. 11, (2003)
[23] Simpson, J. J.; Taflove, A. Efficient Modeling of Impulsive ELF Antipodal Propagation About the Earth Sphere Using an Optimized Two-Dimensional Geodesic FDTD Grid. IEEE Antennas And Wireless Propagation Letters, Vol. 3, (2004)