

DENSIDAD COMPLEJA Y MÓDULO DE COMPRESIBILIDAD COMPLEJO DE MATERIALES ABSORBENTES A PARTIR DE MODELOS EMPÍRICOS

PACS: 43.55.Ev, 43.28.Bj, 43.20.Bi

Ramis Soriano, Jaime¹; Alba Fernández, Jesús¹; Julià Sanchís, Ernesto²

¹Grupo de Dispositivos y Sistemas Acústicos y Ópticos, DISAO

Departamento de Física Aplicada; Escuela Politécnica Superior de Gandía; Universidad Politécnica de Valencia

Carretera Nazaret-Oliva s/n, 46730 Grao de Gandia. Valencia. España

Tel: 962 849 314 – 962 849 300. Fax: 962 849 309

E-mail: jesalba@fis.upv.es; jramis@fis.upv.es

²Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras.

Escuela Politécnica Superior de Alcoy, Universidad Politécnica de Valencia.

Plaza Ferrándiz y Carbonell s/n, 03801 Alcoy. Alicante. España.

Tel: 966 528 428

E-mail: erjusan@mes.upv.es

ABSTRACT

In frequencial models that are employed to describe the behaviour of sound absorbent materials, the characteristic impedance and the propagation constant are used like work variables. However, in models for the prediction of the acoustic isolation to aerial noise, the complex density and the complex compressibility modulus of these materials can also be used. In this work a revision of these models is carried out, equations based on empirical models from minimum quadratic adjustment are obtained and one of the materials with great tradition in the construction sector, rockwool, is studied. Finally, some improvements on these models are proposed.

RESUMEN

Los modelos que describen el comportamiento de los materiales absorbentes acústicos en el dominio de la frecuencia, utilizan normalmente la impedancia característica y la constante de propagación como variables de trabajo. Sin embargo, en modelos para la predicción del aislamiento acústico a ruido aéreo, pueden utilizarse también la densidad compleja y el módulo de compresibilidad complejo de estos materiales. En este trabajo se realiza una revisión de estos modelos, se obtienen ecuaciones basadas en modelos empíricos por medio de ajustes mínimo cuadráticos y se aplican los resultados a un material ampliamente utilizado en la construcción: la lana de roca. Proponemos, asimismo una serie de mejoras de estos modelos.

INTRODUCCIÓN

Los modelos frecuenciales para describir el funcionamiento de materiales absorbentes acústicos utilizan normalmente la impedancia característica y la constante de propagación como variables de trabajo. En esta línea se encuentran modelos conocidos como los de Delany & Bazley [1], Miki [2] o Allard & Champoux [3], todos ellos con variantes que estudian la lana de roca. Sin embargo, en modelos para la predicción del aislamiento acústico a ruido aéreo, pueden utilizarse también la densidad compleja y el módulo de compresibilidad complejo de estos materiales, tal y como se puede ver, por ejemplo, en Trochidis & Kalaroutis [4]. En este trabajo se realiza una revisión de estos modelos, se obtienen ecuaciones basadas en modelos empíricos de ajustes mínimo cuadráticos y se estudia uno de los materiales con tradición en la construcción, la lana de roca. Además, dado el grado de ajuste, se proponen al final, una serie

de mejoras sobre estos modelos, a partir de la creación de una función de error que minimice estas funciones [5].

MODELOS

En general, la propagación del sonido a través de un material homogéneo e isotrópico está determinada por dos valores complejos, la constante de propagación compleja (Γ) y la impedancia característica compleja (Z):

$$\Gamma = \alpha + j\beta \quad (1)$$

$$Z = R + jX \quad (2)$$

En la actualidad existen varios modelos que se basan en la resistencia específica al flujo (σ) para obtener estas variables.

Modelos empíricos basados en ajustes

La obtención de la constante de propagación y la impedancia característica puede realizarse a partir de diferentes modelos. Algunos de ellos son empíricos y sencillos para materiales absorbentes que se han obtenido por procedimientos de ajuste mínimo cuadrático a expresiones que siguen la siguiente forma:

$$R = \rho_0 c_0 (1 + A1 \cdot C^{-A2}) \quad (3)$$

$$X = -\rho_0 c_0 A3 \cdot C^{-A4} \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{2\pi f}{c_0} A5 \cdot C^{-A6} \quad (5)$$

$$\beta = \frac{2\pi f}{c_0} (1 + A7 \cdot C^{-A8}) \quad (6)$$

Donde ρ_0 y c_0 son la densidad del aire y la velocidad de propagación del sonido en el aire, los coeficientes desde A1 a A8 son los que se obtienen por un proceso de ajuste y C se conoce como frecuencia normalizada, de valor:

$$C = \frac{\rho_0 f}{\sigma} \quad (7)$$

Siendo σ , la resistencia al flujo del material. Probablemente, el modelo empírico más conocido es el de Delany and Bazley [1]. Miki [2] revisa este modelo simplificando los coeficientes de forma que se cumple que A2 = A4 y A6 = A8. Además, para lanas de roca, existen modelos específicos de fabricantes de materiales como Rockwool®. Los coeficientes dados por estos autores se muestran en la tabla 1.

Modelo	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Delany & Bazley	0,057	0,754	0,087	0,732	0,189	0,595	0,098	0,7
Miki	0,079	0,632	0,120	0,632	0,179	0,618	0,122	0,618
Rockwool®	0,064	0,703	0,085	0,695	0,114	0,683	0,213	0,577

Tabla 1: Coeficientes de los modelos

Modelos empíricos basados en propiedades físicas

En otros modelos empíricos, como el de Allard & Champoux [3], la constante de propagación compleja Γ y la impedancia característica compleja Z, pueden obtenerse de forma teórica a partir de fórmulas basadas en diferentes propiedades físicas del material fibroso:

$$Z = \sqrt{\rho K} \quad (8)$$

$$\Gamma = j2\pi f \sqrt{\frac{\rho}{K}} \quad (9)$$

donde ρ es lo que se denomina densidad dinámica y K el módulo de compresibilidad efectivo, que se obtienen a partir de las relaciones:

$$\rho = 1.2 + \sqrt{-0.0364 \left(\frac{\rho_0 f}{\sigma}\right)^{-2} - j0.1144 \left(\frac{\rho_0 f}{\sigma}\right)^{-1}} \quad (10)$$

$$K = 101320 \frac{j29.64 + \sqrt{2.82 \left(\frac{\rho_0 f}{\sigma}\right)^{-2} + j24.9 \left(\frac{\rho_0 f}{\sigma}\right)^{-1}}}{j21.17 + \sqrt{2.82 \left(\frac{\rho_0 f}{\sigma}\right)^{-2} + j24.9 \left(\frac{\rho_0 f}{\sigma}\right)^{-1}}} \quad (11)$$

Las ecuaciones (8) y (9) se pueden usar en fibras de vidrio y lana de roca de diámetros de fibras medios siempre que se cumpla la relación [3]:

$$\frac{f}{\sigma} \leq 1 \quad (12)$$

DENSIDAD COMPLEJA Y MODULO DE COMPRESIBILIDAD DINAMICO PARA MODELOS BASADOS EN AJUSTES

A partir de las ecuaciones (8) y (9), aplicadas a (3), (4), (5) y (6), se pueden obtener nuevas expresiones del módulo de compresibilidad complejo y de la densidad Compleja, y al mismo tiempo, comprobar su validez. La densidad a partir de los modelos basados en ajustes:

$$\rho = \frac{1}{j\omega} Z_0 K_0 \left[(1 + A_1 C^{-A_2}) - jA_3 C^{-A_4} \left[A_5 C^{-A_6} + j(1 + A_7 C^{-A_8}) \right] \right] = \text{Re}(\rho) + j \text{Im}(\rho) \quad (13)$$

$$\text{Re}(\rho) = \rho_0 \left[1 - A_3 A_5 C^{-(A_4+A_6)} + A_1 C^{-A_2} + A_7 C^{-A_8} + A_1 A_7 C^{-(A_2+A_8)} \right] \quad (14)$$

$$\text{Im}(\rho) = -\rho_0 \left[A_3 C^{-A_4} + A_5 C^{-A_6} - A_1 A_5 C^{-(A_2+A_6)} + A_3 A_7 C^{-(A_4+A_8)} \right]$$

Y la compresibilidad compleja:

$$K = j\omega \frac{Z}{\Gamma} = j\omega \frac{Z_0 \left[(1 + A_1 C^{-A_2}) - jA_3 C^{-A_4} \right]}{K_0 \left[A_5 C^{-A_6} + j(1 + A_7 C^{-A_8}) \right]} = \text{Re}(K) + j \text{Im}(K) \quad (15)$$

$$\text{Re}(K) = \rho_0 \frac{c_0^2}{\|M\|^2} \left[1 + A_1 C^{-A_2} + A_7 C^{-A_8} + A_3 A_5 C^{-(A_4+A_6)} + A_1 A_7 C^{-(A_2+A_8)} \right] \quad (16)$$

$$\text{Im}(K) = \rho_0 \frac{c_0^2}{\|M\|^2} \left[A_5 C^{-A_6} + A_1 A_5 C^{-(A_2+A_6)} + A_3 C^{-A_4} + A_3 A_7 C^{-(A_4+A_8)} \right]$$

$$\|M\|^2 = (A_5 C^{-A_6})^2 + (1 + A_7 C^{-A_8})^2 = A_5^2 C^{-2A_6} + 1 + A_7^2 C^{-2A_8} + 2A_7 C^{-A_8} \quad (17)$$

VALORACION PARA LANA DE ROCA

En este apartado se realiza una comparación de los tres modelos de la tabla 1, comparados con el modelo de Allard & Champoux [3] que, según los autores son válidos para lana de roca. En las figuras 1 y 2 se han recalculado las comparativas que se muestran en Allard & Champoux. En la figura 3, se muestra la comparativa de la densidad compleja y el módulo de compresibilidad complejo con el modelo de Miki, y en la figura 4, con el modelo de lana de roca de Rockwool®. Todas las figuras se han normalizado y en el eje de abcisas se representa el cociente f/σ .

NUEVO MODELO

Dada la dispersión que se produce en los modelos presentados, se diseña una función de error [5] cuyo fin es el de ajustar de nuevo los coeficientes A1 a A8, buscando la mayor aproximación posible en la densidad compleja y el módulo de compresibilidad complejo.

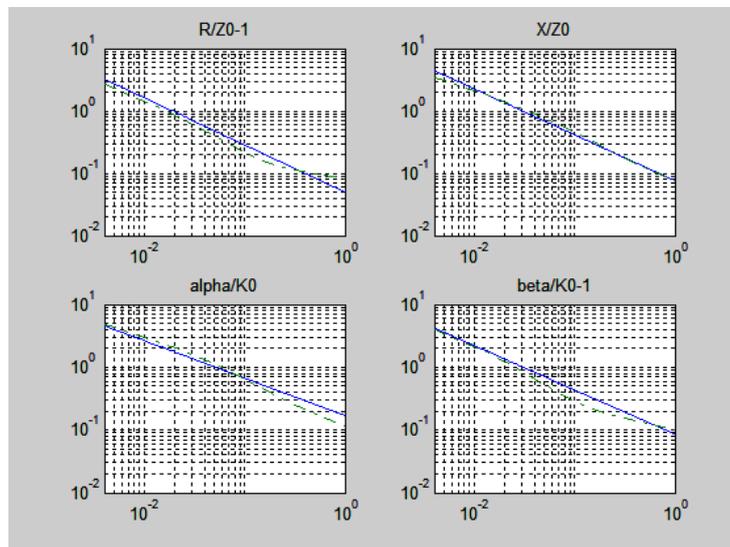


Figura 1. Impedancia característica y constante de propagación. Comparativa Delany & Bazley (línea continua) con Allard & Champoux (línea discontinua).

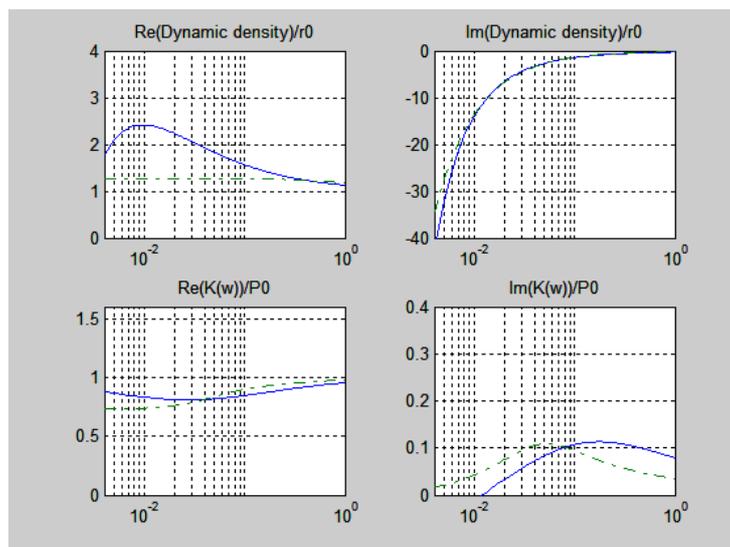


Figura 2. Densidad compleja y módulo de compresibilidad complejo. Comparativa Delany & Bazley (línea continua) con Allard & Champoux (línea discontinua).

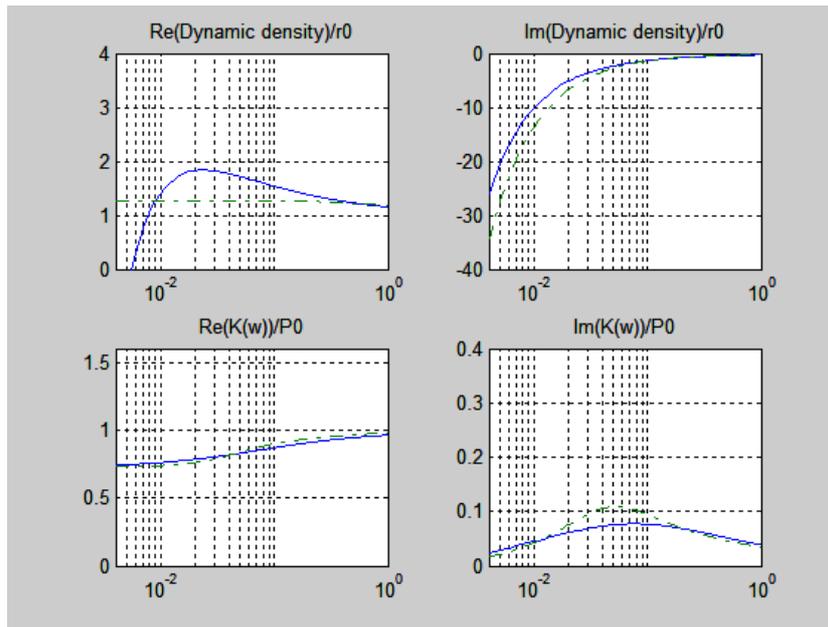


Figura 3. Densidad compleja y módulo de compresibilidad complejo. Miki (línea continua) con Allard & Champoux (línea discontinua).

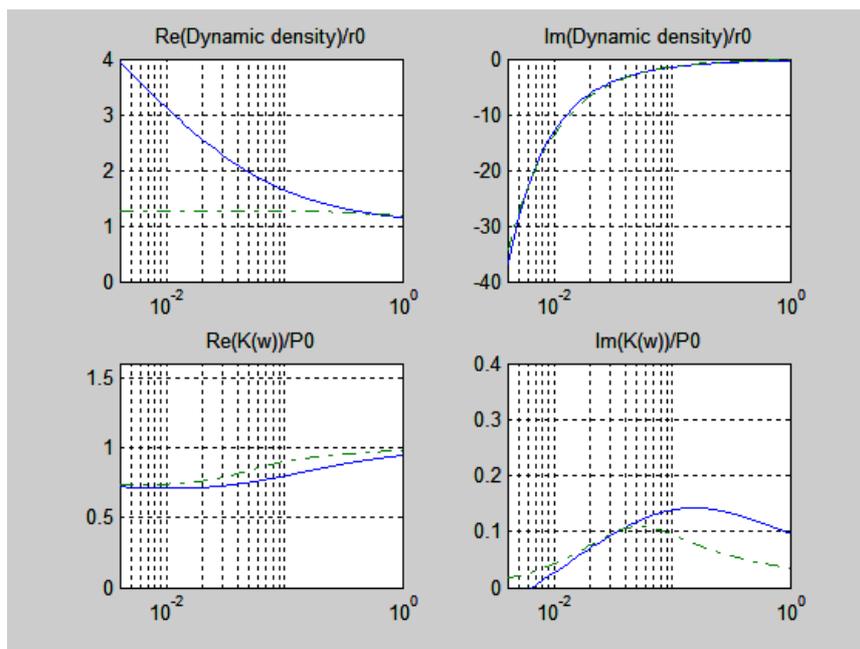


Figura 4. Densidad compleja y módulo de compresibilidad complejo. Comparativa modelo lana de roca Rockwool® (línea continua) con Allard & Champoux (línea discontinua).

Para realizar el ajuste se ha diseñado una función en Matlab basada en la función `fminsearch.m`. Se introducen como iteración inicial, los coeficientes de los modelos de la tabla 1. Son varios los resultados, de los cuales, en las figuras 5 y 6 se muestra en grado de ajuste y en la tabla 2 los nuevos coeficientes obtenidos. Todos los estados iniciales introducidos tienden aproximadamente a las soluciones mostradas en las figuras 5 y 6.

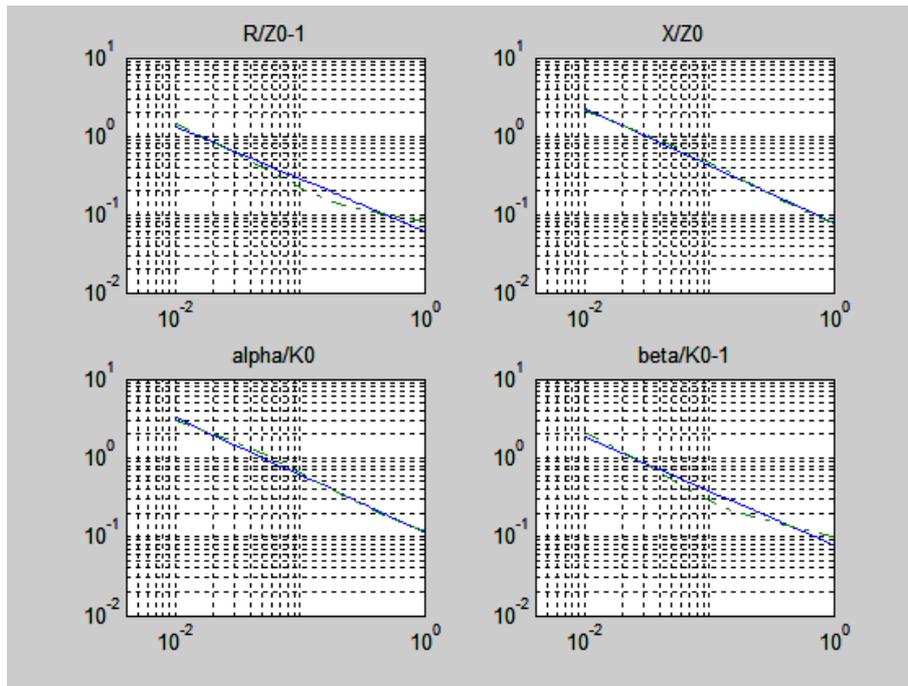


Figura 5. Impedancia característica y constante de propagación con el modelo reajustado. Comparativa nuevo modelo (línea continua) con Allard & Champoux (línea discontinua).

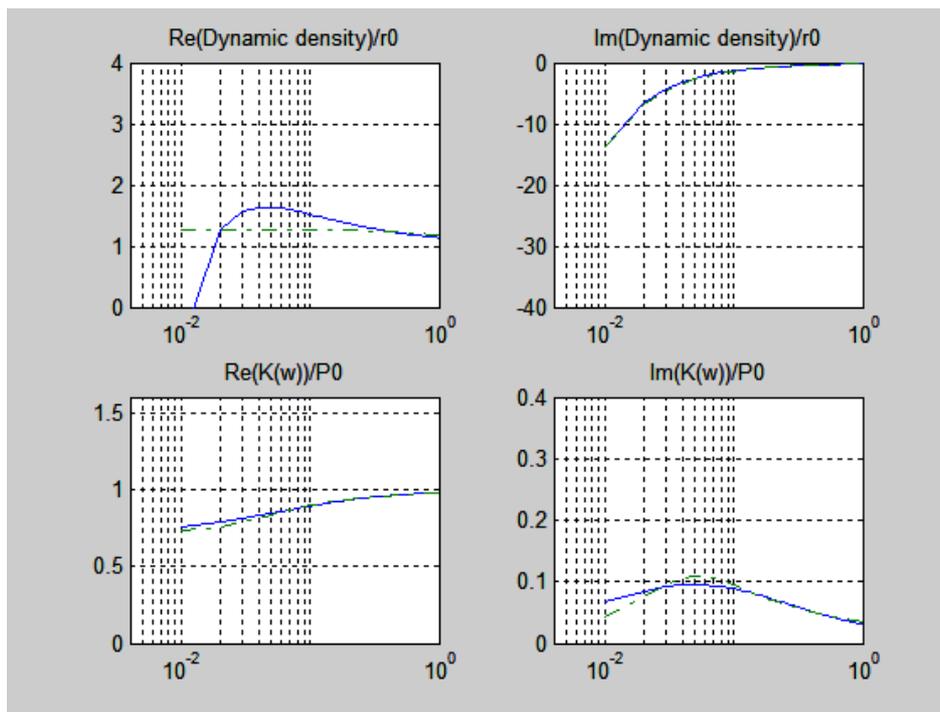


Figura 6. Densidad compleja y módulo de compresibilidad complejo con el modelo reajustado. Comparativa nuevo modelo (línea continua) con Allard & Champoux (línea discontinua).

Modelo	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Delany & Bazley	0,057	0,754	0,087	0,732	0,189	0,595	0,098	0,7
Miki	0,079	0,632	0,120	0,632	0,179	0,618	0,122	0,618
Rockwool®	0,064	0,703	0,085	0,695	0,114	0,683	0,213	0,577
Nuevo modelo a de roca	0,068	0,668	0,089	0,726	0,129	0,724	0,089	0,678

Tabla 2: Coeficientes de los modelos, más el nuevo ajuste

CONCLUSIONES

Tal y como se ha mostrado en las figuras 1 a 4, existen varios modelos para lana de roca. Sin embargo, analizando la densidad compleja y el módulo de compresibilidad complejo, existen diferencias notables, que hacen cuestionar su uso en otros modelos para aislamiento acústico. Se han recalculado los coeficientes del modelo empírico basado en ajustes, diseñando una función de error que tenga información de todas las funciones. Como se muestra en las figuras 5 y 6, se ha conseguido que los resultados mejoren la aproximación de estas variables, dentro del rango en el que Allard & Champoux es válido. En esta línea, se podrían mejorar las ecuaciones (13) a (17) para conseguir que el ajuste mejore.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Fomento (REF 80026/A04) y por el Ministerio de Ciencia y Tecnología. (MAT2003-04068).

REFERENCIAS

- [1] Delany M. E., Bazley E. N., "Acoustical Properties Of Fibrous Absorbent Materials", Applied Acoustics 3, (1970), 105 -116
- [2] Miki Y., "Acoustical Properties Of Porous Materials – Modifications Of Delany-Bazley Models-", J. Acoust. Soc. Jpn (E) 11, 1 (1990) 19-24
- [3] Allard J. F., Champoux Y., "New Empirical Equations For Sound Propagation In Rigid Frame Fibrous Materials", J. Acoust. Soc. Am. 91 (6), (1992) 3346 –3353
- [4] Trochidis A., Kalaroutis A., "Sound Transmission Through Double Partitions With Cavity Absorption", Journal Of Sound And Vibration 107 (2), (1986) 321-327
- [5] J. Alba, M^a. T. Lorenzana y J. Ramis "Modelado de materiales absorbentes acústicos a partir de mediciones en tubo de Kundt", Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería 2005 (Granada).