

## APLICACIÓN DE TÉCNICAS ESTADÍSTICAS AL DISEÑO DE MATERIALES ABSORBENTES

PACS: 43.40.Jh

Carbajo, J.<sup>1</sup>, Ramis, J.<sup>1</sup>, Román, A.<sup>1</sup>, Alba, J.<sup>2</sup>

1 Dpto. Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal  
Universidad de Alicante

Apdo. Correos 99, 03080 Alicante

E-mail: [jramis@ua.es](mailto:jramis@ua.es)

2 Escuela Politécnica Superior de Gandia

Universidad Politécnica de Valencia

Carretera Nazaret-Oliva s/n

46730 Grao de Gandia. Valencia

Teléfono: 962 849 314, 962 849 300

E-mail: [jesalba@fis.upv.es](mailto:jesalba@fis.upv.es),

### ABSTRACT

In some instances, obtaining materials with absorbent properties would mean either the optimization of properties such as thickness or density, or several of them in appropriate proportions. This process of optimization can be performed by different techniques. This paper presents an application of statistical techniques related to the optimization of the proportions to obtain absorbing asphalts.

**Key-words:** Acoustic absorption, porous asphalts, statistical analysis,

### RESUMEN

En algunas ocasiones, la obtención de materiales con propiedades absorbentes implica bien la optimización de las propiedades tales como el espesor o la densidad, bien la mezcla de varios en unas proporciones adecuadas. Este proceso de mezcla u optimización puede realizarse por diferentes técnicas. En este trabajo se presenta una aplicación de técnicas estadísticas a la optimización de las proporciones para obtener asfaltos absorbentes.

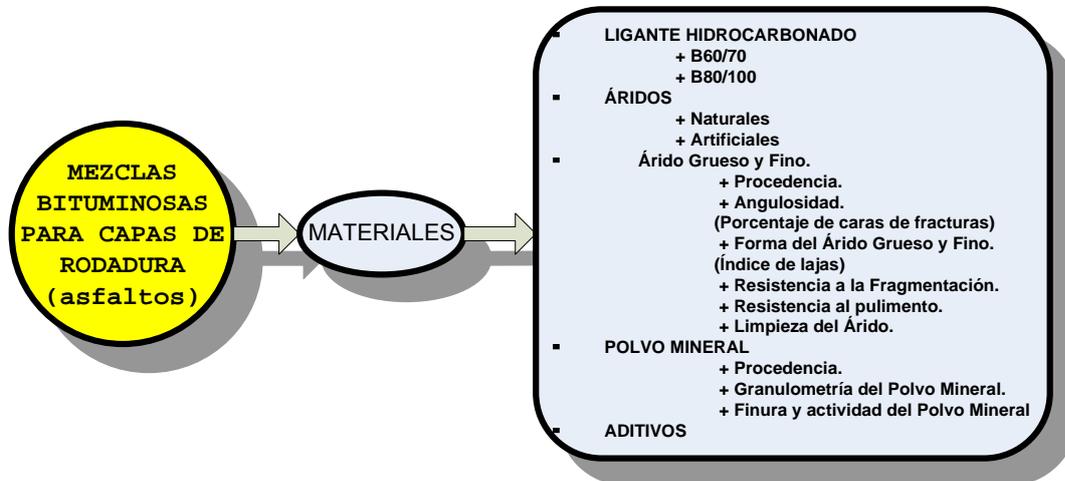
**Palabras clave:** Absorción acústica, Asfaltos porosos, análisis estadístico

### 1 INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO

Como se comentado más arriba, en algunas ocasiones, la obtención de materiales con propiedades absorbentes implica bien la optimización de las propiedades tales como el espesor o la densidad, bien la mezcla de varios en unas proporciones adecuadas. Este proceso de mezcla u optimización puede realizarse por diferentes técnicas. En este trabajo se presenta un ejemplo de

aplicación de técnicas estadísticas. En concreto a la optimización de las proporciones con el objeto de obtener asfaltos absorbentes.

Como sabemos estas capas de rodadura están formadas por una combinación de materiales ligantes hidrocarbonatos, áridos, polvo mineral y eventualmente aditivos, de manera que todas las partículas queden recubiertas por una película homogénea de ligante (figura 1).



**Figura 1.** Esquema de composición de los Asfaltos

Para estudiar los factores anteriores se utilizaron 24 muestras de asfaltos divididos en cuatro tipos de mezclas, FA, FC, MA y MC (ver tabla 1).

TIPO MEZCLA	% HUECOS
1MA	18
2MA	18,7
3MA	18,2
4MA	16,5
5MA	18,6
6MA	19,5
1MC	16,5
2MC	16,1
3MC	17,2
4MC	15,5
5MC	16,7
6MC	16,9

TIPO MEZCLA	% HUECOS
1FA	5,62
2FA	5,2
3FA	6,2
4FA	5,85
5FA	4,95
6FA	5,34
1FC	4,8
2FC	4,03
3FC	4,25
4FC	3,62
5FC	3,25
6FC	4,08

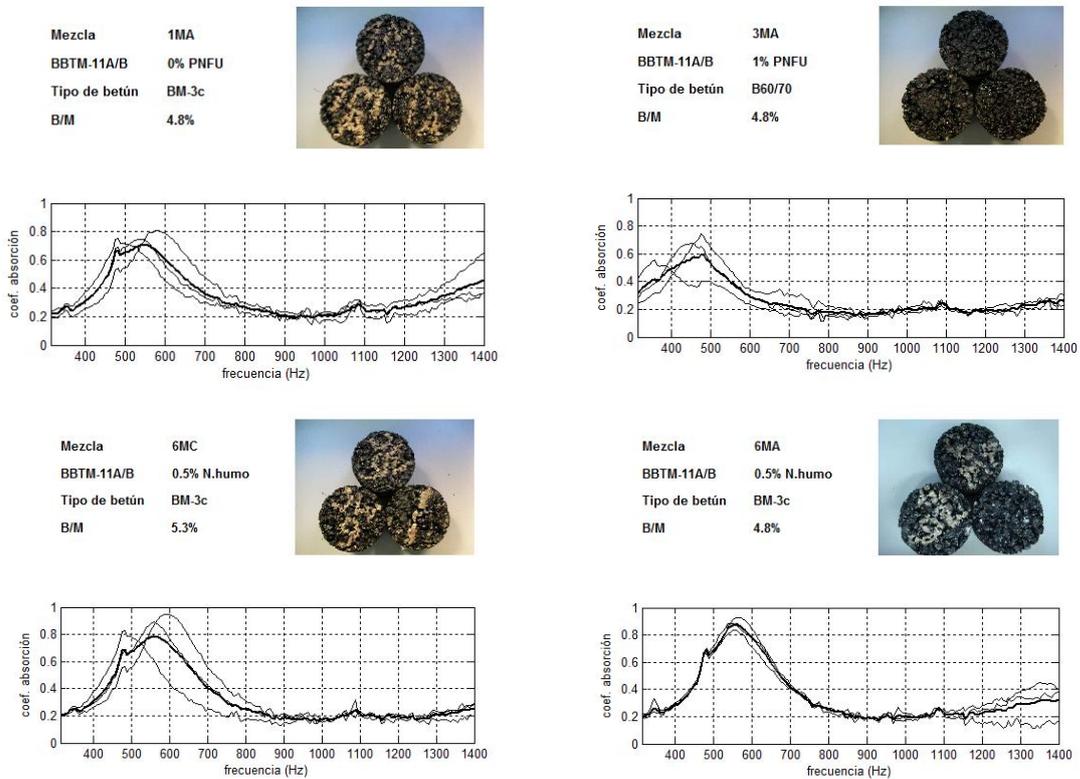
**Tabla 1.** % de huecos en mezcla para distintos tipos de mezclas asfálticas

Las 24 muestras fueron caracterizadas para obtener su coeficiente de absorción en un tubo de impedancia diseñado al efecto siguiendo el procedimiento señalado en la norma ISO 10534-2 . El rango de validez de las medidas es de 300 a 2000 Hz. Se muestran algunos detalles constructivos del tubo, fabricado en acero, en la figura 2



**Figura 2** Detalles del tubo de impedancia

En la figura 3 se presentan algunos resultados de las medidas. Por razones de espacio no se presentan todas



**Figura 3.** Coeficientes de absorción en función de la frecuencia para distintos tipos de muestras asfálticas.

## 2 CONCEPTOS

### Nivel de significación de un test

En estadística, un resultado se denomina estadísticamente significativo cuando no es probable que haya sido debido al azar [5]. Una "diferencia estadísticamente significativa" solamente significa que hay evidencias estadísticas de que haya una diferencia; no significa que la diferencia sea grande, importante, o significativa en el sentido estricto de la palabra. El nivel de significación de un test es un concepto estadístico asociado a la verificación de una hipótesis. [3].

En pocas palabras, se define como la probabilidad de tomar la decisión de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es verdadera (decisión conocida como error de tipo I, o "falso positivo"). La decisión se toma a menudo utilizando el valor P (o p-valor): si el valor P es inferior al nivel de significación, entonces la hipótesis nula es rechazada. Cuanto menor sea el valor P, más significativo será el resultado.

En otros términos, el nivel de significatividad de un contraste de hipótesis es una probabilidad P tal que la probabilidad de tomar la decisión de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es verdadera no es mayor que P.

El nivel de significatividad es comúnmente representado por el símbolo griego  $\alpha$  (alpha). Son comunes los niveles de significatividad del 0,05, 0,01 y 0,1 [6]. Si un contraste de hipótesis proporciona un valor P inferior a  $\alpha$ , la hipótesis nula es rechazada, siendo tal resultado denominado "estadísticamente significativo". Cuanto menor sea el nivel de significatividad, más fuerte será la evidencia de que un hecho no se debe a una mera coincidencia (al azar).

En algunas situaciones es conveniente expresar la significatividad estadística como  $1 - \alpha$ . En general, cuando se interpreta una significatividad dada, se debe tomar en cuenta que, precisamente, está siendo probada estadísticamente.

Diferentes niveles de  $\alpha$  tienen distintas ventajas y desventajas. Valores pequeños de  $\alpha$  otorgan mayor confianza en la determinación de la significatividad, pero hacen correr mayores riesgos de equivocarse al rechazar una hipótesis nula falsa (error de tipo II o "falso negativo"), con lo cual se pierde potencia de estudio. La elección de un nivel de  $\alpha$  inevitablemente envuelve un compromiso entre significatividad y potencia, y consecuentemente entre errores de tipo I y de tipo II.

En algunos campos, por ejemplo en el estudio de los materiales, es común expresar la significatividad estadística en unidades de " $\sigma$ " (sigma), el desvío estándar de una distribución de Gauss. La significatividad estadística de "no" puede ser convertida en un valor  $\alpha$  por medio de la función error:

$$\alpha = 1 - \text{erf}(n / \sqrt{2}) \quad (1)$$

El uso de  $\sigma$  está motivado por la importancia de la distribución gaussiana para medir incertezas. Por ejemplo, si una teoría predice un que parámetro tendrá un valor de, digamos, 100, y el parámetro medido resulta de  $109 \pm 3$ , luego se puede informar la medición como un "desvío de  $3\sigma$ " de la predicción teórica. En términos de  $\alpha$ , esta afirmación es equivalente a decir que "asumiendo que la teoría sea cierta, la posibilidad de obtener el resultado experimental por casualidad es 0,27% (dado que  $1 - \text{erf}(3/\sqrt{2}) = 0,0027$ ).

Los niveles fijos de significatividad tales como los mencionados pueden ser considerados como útiles en el análisis exploratorio de datos. Sin embargo, la recomendación de la estadística moderna es que, cuando el resultado de un test es esencialmente el resultado final de un experimento o de otro estudio, el valor P debería ser citado explícitamente. Y, sobre todo, debería ser citado si el valor P es juzgado o no como significativo. Esto es para permitir que el máximo de información sea transferido de un resumen de estudio.

### El Valor P o p-valor.

En la rama de la estadística, el p-valor está definido como la probabilidad de obtener un resultado al menos tan extremo como el que realmente se ha obtenido, suponiendo que la hipótesis nula es cierta. Es fundamental tener en cuenta que el p-valor está basado en la asunción de la hipótesis de partida (o hipótesis nula), ( $H_0$ ). (Para mejor comprensión consultar el Anexo B de estadística).

Se rechaza la hipótesis nula si el valor P asociado al resultado observado es igual o menor que el nivel de significación establecido, convencionalmente 0,05 ó 0,01, punto que se llama potencia del contraste. Es decir, el p-valor nos muestra la probabilidad de haber obtenido el resultado que hemos obtenido si suponemos que la hipótesis nula es cierta. Si el p-valor es inferior a la potencia del contraste nos indica que lo más probable es que la hipótesis de partida sea falsa. Sin embargo,

también es posible que estemos ante una observación atípica, por lo que estaríamos cometiendo el error estadístico de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es cierta basándonos en que hemos tenido la mala suerte de encontrar una observación atípica. Este tipo de errores se puede subsanar rebajando el p-valor, un p-valor de 0,05 es usado en investigaciones habituales sociológicas mientras que p-valores de 0,01 se utilizan en investigaciones médicas, en las que cometer un error puede acarrear consecuencias más graves. También se puede tratar de subsanar dicho error aumentando el tamaño de la muestra obtenida, esto reduce la posibilidad de que el dato obtenido sea casualmente raro.

Valor P es un valor de probabilidad por lo que oscila entre 0 y 1. Así, se suele decir que valores altos de valor P aceptan la H0 o, dicho de forma correcta, no permiten rechazar la H0. De igual manera, valores bajos de valor P rechazan la H0. Es importante recalcar que un contraste de hipótesis nula no permite aceptar una hipótesis, simplemente la rechaza o no la rechaza, es decir que la tacha de verosímil (lo que no significa obligatoriamente que sea cierta, simplemente es lo más probable que sea cierta que sea falsa) o inverosímil, por lo que se rechaza.

## 2 DESARROLLO

La aplicación técnicas estadísticas se lleva a efecto para dos cometidos: A) Un análisis de los datos. B) Un análisis de las mezclas realizadas. Por razones de extensión del trabajo, se dan sólo los primeros pasos. En la exposición del congreso se explicará detalladamente y el lector interesado puede solicitar información a los autores.

### 2.1 Análisis estadístico

A partir de los datos anteriores se llevaran a cabo cuatro tipos de análisis estadístico.

- a) Tabla **ANOVA** (ANÁLISIS DE VARIANZA). [1]
- b) Tests de **Rangos Múltiples y Contrastes**. [1]
- c) **Contraste de Varianza**. [3]
- d) Test **Kruskall-Wallis**. [3].

(Estos análisis aparecen comúnmente en software de estadísticas SPSS, S-PLUS, EXCEL etc) Se trata, en un primer paso de encontrar si hay alguna diferencia o similitud en los resultados de porcentajes de Huecos en las muestras mediante la significación estadística.

El primer paso es establecer los siguientes rangos de valores:

#### RESÚMENES Y RANGOS DE LAS MUESTRAS BITUMINOSAS ASFALTOS

Muestra 1:	MA	6 valores	16,5	hasta 19,5
Muestra 2:	MC	6 valores	15,5	hasta 17,2
Muestra 3:	FA	6 valores	4,95	hasta 6,2
Muestra 4:	FC	6 valores	3,25	hasta 4,8

**Tabla 2** Rangos de Valores para las muestras de MA, MC, FA y FC.

Y a partir de aquí construir:

- Gráficos de Dispersión.
- Gráficos de Distribución de Medias.
- Gráficos caja y Bigotes.
- Gráficos Residuos, valor predicho y observación.

### 2.2 Análisis del experimento de mezcla

Con los datos disponibles sobre el porcentaje de Huecos presentes en las Mezclas (24 muestras) se procede para determinar cuál de los componentes de las mezclas influyen en el porcentaje de

huecos ya que este es un factor determinante en la absorción. Los métodos y las herramientas que se utilizarán, además de una observación crítica de los datos, son:

- Cálculo de efectos estimados.
- Análisis de la Varianza.
- Cálculo de coeficiente de Regresión para el % de Huecos.
- Matriz de correlación para los efectos estimados.
- Optimización de las variables para aumentar la respuesta.

Y se construirán los siguientes gráficos:

- Gráfico de **Pareto**.
- Gráfico de efectos principales.
- Gráfico de Probabilidad Normal.
- Gráfico de superficies de Respuesta.
- Gráfico de Contornos.

Con estos análisis y gráficos es posible determinar la razón de estudio que optimice el % de huecos presentes en las mezclas Bituminosas (Asfaltos).

En el siguiente cuadro se detallan las variables presentes en las muestras, Al realizar los estudios estadísticos no se aprecia aleatorización de las variables, es decir, que fueron fabricadas de forma deliberada y estructurada. Es importante señalar que la sola aleatorización de las variables proporciona estimaciones válidas de la varianza y del error para los métodos de inferencia estadística.

Ejecución	CODIGO	COMPUESTO	TIPO DE BETÓN	B/M	POROSIDAD
1MA	BBTM-11 B	0% PNFU	BM-3c	4,8	18,0
2MA	BBTM-11 B	0,5%PNFU	B6 0/70	4,8	18,7
3MA	BBTM-11 B	1% PNFU	B6 0/70	4,8	18,2
4MA	BBTM-11 B	2% PNFU	B6 0/70	4,8	16,5
5MA	BBTM-11 B	-----	BM-3c	4,8	18,6
6MA	BBTM-11 B	0,5%N . HUMO	BM-3c	4,8	19,5
1MC	BBTM-11 B	0% PNFU	BM-3c	5,3	16,5
2MC	BBTM-11 B	0,5%PNFU	B6 0/70	5,3	16,1
3MC	BBTM-11 B	1% PNFU	B6 0/70	5,3	17,2
4MC	BBTM-11 B	2% PNFU	B6 0/70	5,3	15,5
5MC	BBTM-11 B	1% Fe 3O4	BM-3c	5,3	16,7
6MC	BBTM-11 B	0,5%N . HUMO	BM-3c	5,3	16,9
1FA	BBTM-11 A	0% PNFU	BM-3c	5,2	5,62
2FA	BBTM-11 A	0,5%PNFU	B6 0/70	5,2	5,2
3FA	BBTM-11 A	1% PNFU	B6 0/70	5,2	6,2
4FA	BBTM-11 A	2% PNFU	B6 0/70	5,2	5,85
5FA	BBTM-11 A	-----	BM-3c	5,2	4,95
6FA	BBTM-11 A	0,5%N . HUMO	BM-3c	5,2	5,34
1FC	BBTM-11 A	0% PNFU	BM-3c	5,7	4,8
2FC	BBTM-11 A	0,5%PNFU	B6 0/70	5,7	4,03
3FC	BBTM-11 A	1% PNFU	B6 0/70	5,7	4,25
4FC	BBTM-11 A	2% PNFU	B6 0/70	5,7	3,62
5FC	BBTM-11 A	1% Fe 3O4	BM-3c	5,7	3,25
6FC	BBTM-11 A	0,5%N . HUMO	BM-3c	5,7	4,08

**Tabla 3.** Variables presentes en las muestras

En la tabla nº4 claramente se observa que las unidades experimentales obedecen a un patrón de diseño, al constituir las mezclas bituminosas, los componentes no son mezclados al azar, para obtener las variables ocultas, es decir, no hay aleatorización de las variables.

Ejec.	PNFU1%	PNFU2%	PNFU3%	N_HUMO	Fe3o4	B_M1	B_M2	B_M3	B_M4	Porosidad
	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)
1	---	---	---	---	---	4,8	---	---	---	18,0
2	0,5	---	---	---	---	4,8	---	---	---	18,7
3	---	1,0	---	---	---	4,8	---	---	---	18,2
4	---	---	2,0	---	---	4,8	---	---	---	16,5
5	---	---	---	---	---	4,8	---	---	---	18,6
6	---	---	---	0,5	---	4,8	---	5,3	---	19,5
1	---	---	---	---	---	---	---	5,3	---	16,5
2	0,5	---	---	---	---	---	---	5,3	---	16,1
3	---	1,0	---	---	---	---	---	5,3	---	17,2
4	---	---	2,0	---	---	---	---	5,3	---	15,5
5	---	---	---	---	1,0	---	---	5,3	---	16,7
6	---	---	---	0,5	---	---	---	5,3	---	16,9
1	---	---	---	---	---	---	5,2	---	---	5,62
2	0,5	---	---	---	---	---	5,2	---	---	5,2
3	---	1,0	---	---	---	---	5,2	---	---	6,2
4	---	---	2,0	---	---	---	5,2	---	---	5,85
5	---	---	---	---	---	---	5,2	---	---	4,95
6	---	---	---	0,5	---	---	5,2	---	---	5,34
1	---	---	---	---	---	---	---	---	5,7	4,8
2	0,5	---	---	---	---	---	---	---	5,7	4,03
3	---	1,0	---	---	---	---	---	---	5,7	4,25
4	---	---	2,0	---	---	---	---	---	5,7	3,62
5	---	---	---	---	1,0	---	---	---	5,7	3,25
6	---	---	---	0,5	---	---	---	---	5,7	4,08

**Tabla 4** constitución de componentes en las mezclas bituminosas.  
De arriba a abajo, MA, MC, FA y FC.

### 3 CONCLUSIONES

Se resumen los resultados más significativos del análisis.

#### a) Análisis sobre el porcentaje de Huecos

En el análisis de Múltiples variables aplicado en las Muestras MA, MC, FA y FC para los asfaltos, se puede concluir que existe diferencia estadísticamente significativa, entre los porcentajes de Huecos en cada una de las Muestras.

Se obtuvieron resultados que demostraron que la distribución de los datos entre los asfaltos MA, MC, FA y FC tienen una correlación con respecto una de la otra, la distribución que presentan los datos de los porcentajes de Huecos nos entregan la información necesaria para confirmar lo siguiente:

- El cociente-F, que es la estimación entre grupos de las muestras MA, MC, FA y FC, y puesto que la estimación dentro de los grupos fue que el p-valor del test F es inferior a 0,05, hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias de las 4 muestras que hemos tomado como variables a un nivel de confianza del 95,0%.
- La variabilidad dentro de cada muestra de MA, MC, FA y FC es aproximadamente la misma.
- Los análisis de grupos Homogéneos indica que éstos muestran diferencias estadísticamente significativas a un nivel de confianza 95,0%, así un grupo de medias entre las cuales hay diferencias estadísticamente significativas en las muestras MA, MC, FA y FC.
- De interés están los tres p-valores, dado que el menor de los p-valores es superior o igual a 0,05, hay diferencia estadísticamente significativa entre las desviaciones típicas para un nivel de confianza del 95,0%.

En resumen las 24 muestras de Asfaltos analizadas por el porcentaje de Huecos, no poseen ninguna relación de fabricación con respecto a su constitución, todos los resultados de las respuestas a sus porcentajes de huecos obedecen y dependen exclusivamente de la naturaleza y

fabricación de cada muestra. Podría haber alguna relación debido a que algunas pruebas comparten datos de dos o más muestras, es decir por ejemplo el porcentaje de huecos de 4MA es el mismo de 1MC ambos tienen el valor de 16,5%

#### **b) Análisis sobre el diseño del experimento de partida**

Se ha podido corroborar en el análisis de optimización que una mezcla determinada y de sus componentes que lo constituyen se podría elevar considerablemente el porcentaje de huecos, si se diseña con las variables que se han maximizado y minimizado.

Si nuestro propósito es fabricar un material con una mayor cantidad de poros será un material con un coeficiente de absorción más alto, al aumentar dicho porcentaje aumentará su capacidad de absorción.

La combinación de niveles de factores que maximizar porcentaje de Huecos, fijando los límites inferior y superior en ese valor de la siguiente manera.

- Dejando el (PNFU1) en 0%
- Acercando el PNFU2 al 1,0%
- Minimizando el (PNFU3) en 0,006%
- Utilizando el compuesto (N. Humo) en un 0,4%
- No utilizando Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>.
- Usando el Tipo de Betún que este entre un 4,8 y un 5,3%.

Se obtiene el valor óptimo de 19,7789% Huecos.

Evidentemente esta no es la única variable a considerar y hay que combinar este resultado con otras exigencias del material.

#### **REFERENCIAS**

[1] ROBERT O. KUEHL. Diseño de Experimentos. "Principios estadísticos para el diseño y análisis de investigaciones". The University of Arizona. Editorial THOMSON & LEARNING

[2] ROBERT JOHNSON -PATRICIA KUBY. Estadística Elemental lo esencial. Tercera edición Monroe Community College Editorial THOMSON.

[3] DANIEL PEÑA SANCHEZ DE RIVERA Regresión y Diseño de experimentos. Alianza Editorial S.A. Madrid. 2002.

[4] [SIXTO JESÚS ÁLVAREZ CONTRERAS "Estadística Aplicada" "teoría y problemas" Departamento de matemática aplicada Universidad Complutense de Madrid. Madrid 28040, España.

[5] Sterne JAC, Smith GD (2001). «Sifting the evidence — what's wrong with significance tests?». *BMJ* 322 (7280): pp. 226–231. doi:10.1136/bmj.322.7280.226. PMID 11159626. <http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?tool=pubmed&pubmedid=11159626.01> consultada 07 marzo 2010 y (Traducida por [www.google.com](http://www.google.com)).

[6] Schervish MJ (1996). «P Values: What They Are and What They Are Not». *The American Statistician* 50 (3): pp. 203-206. [http://www.jstor.org/sici?sici=0003-1305\(199608\)50%3A3%3C203%3APVWTA%3E2.0.CO%3B2-0](http://www.jstor.org/sici?sici=0003-1305(199608)50%3A3%3C203%3APVWTA%3E2.0.CO%3B2-0) consultada 07 marzo 2010 y (Traducida por [www.google.com](http://www.google.com)).

[7] Carlos Mate Jiménez "Curso General sobre Statgraphics" Tomo I y Tomo II.

[8] Pedro Vergara Vera "Optimización de Procesos Industriales y Control de Calidad" Publicaciones Universidad Tecnológica Metropolitana del Estado de Chile. Santiago 2005DB-HR. Protección frente al ruido. Código Técnico de la Edificación. Real Decreto 1371/2007.