

APPLICATION OF THE FUZZY SETS THEORY TO THE CHARACTERIZATION OF STIFF ABSORBER MATERIALS

PACS REFERENCE: 43.55.Rg

J. Alba, J. Ramis, M. Ferri, J. Redondo

Escuela Politécnica Superior de Gandía.

Universidad Politécnica de Valencia.

Carretera Nazaret-Oliva (S/N)

46730 Gandia

España

Tel: 96-2849314

Fax: 96-2849309

E-Mail: jesalba@fis.upv.es, jramis@fis.upv.es, mferri@fis.upv.es, fredondo@fis.upv.es

ABSTRACT

In the scope of the room acoustic, the different used materials are usually modelled and are characterized taking care of the mechanisms of transformation of the energy to which they give rise. In fact, usually two unique types of materials are considered. In the one hand the impermeable layers, that allow isolating due to a process of transformation of the acoustic energy in mechanic energy, and on the other hand the absorbent materials, in which the isolation is possible thanks to a transformation of the acoustic energy in calorific energy. Nevertheless, these last ones sometimes have a so high density that the mechanical phenomena must be considered for their correct characterization. It is for these materials for which a model based on the Fuzzy sets theory by means of which its insulating behavior can perfectly be characterized.

INTRODUCCION

En el ámbito de la acústica arquitectónica, los diferentes materiales utilizados se suelen modelizar y caracterizar atendiendo a los mecanismos de transformación de la energía a los que dan lugar. De hecho se suelen considerar dos únicos tipos de materiales: por un lado las capas impermeables, que permiten aislar debido a un proceso de transformación de la energía acústica en mecánica; y por otro lado los materiales absorbentes, en los cuales el aislamiento es posible gracias a una transformación de la energía acústica en energía calorífica. Sin embargo, estos últimos a veces tienen una densidad tan alta que los fenómenos mecánicos han de ser tenidos en cuenta para su correcta caracterización. Es para estos materiales para los que se propone un modelo basado en la teoría de conjuntos Fuzzy (borrosos) mediante el cual su comportamiento aislante pueda ser perfectamente caracterizado.

MEDIDA DEL COEFICIENTE DE ABSORCIÓN EN TUBO DE KUNDT

Sea un tubo de una longitud L y un diámetro D de forma que las ondas que se propagan en él sean planas [1][2]. Para ello debe cumplirse la condición $\lambda \gg 1,7D$ siendo λ la longitud de onda en el tubo. Dicha condición marca el límite superior de medida. El tubo propuesto debe ser rígido y su terminación también debe serlo. Se introduce en el extremo rígido una muestra de material fibroso o poroso de espesor l . Al principio del tubo se coloca un altavoz capaz de generar tonos de frecuencias bajas. El esquema se muestra en la figura 1.

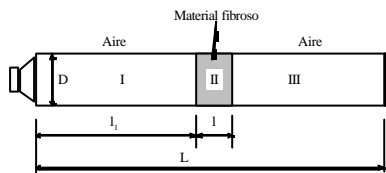


Figura 1: Montaje experimental

Una vez descrito el montaje, el proceso de medida es el que se describe a continuación. Se alimenta el altavoz con un tono de una frecuencia determinada y se mide mediante una sonda que recorre el tubo la presión máxima y mínima, p_{\max} y p_{\min} . A partir de estos valores se obtiene la relación de onda estacionaria, ROE, para esa frecuencia:

$$ROE = \frac{|p_{\max}|}{|p_{\min}|} \quad (1)$$

A partir de la expresión anterior se puede obtener el valor del coeficiente de absorción en incidencia normal de la configuración:

$$\alpha = \frac{4ROE}{(1 + ROE)^2} \quad (2)$$

MODELADO CLÁSICO DEL MONTAJE

A continuación se describen los modelos clásicos a partir de los cuales se puede predecir el coeficiente de absorción sonora del material en el tubo. En primer lugar se muestra el comportamiento suponiendo el material absorbente y en segundo lugar como capa impermeable.

Modelo de material absorbente

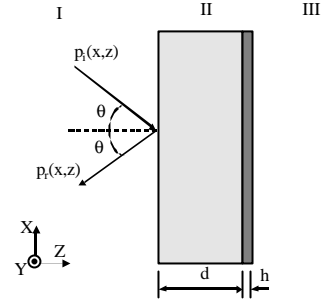
La configuración típica se muestra en la figura 2. La zona I es aire, la zona II material absorbente de grosor d , y la zona III, aire. Entre la zona II y la zona III se encuentra una capa impermeable de grosor h . Se supone que las impedancias entre los elementos adyacentes son lo suficientemente diferentes para asegurar la continuidad de presiones y de la componente normal de la velocidad [3][4]. Además se considera que la placa es delgada en comparación con la longitud de onda.

La estructura se excita con una onda de presión acústica plana, $p(x,z)$, que incide con un ángulo θ respecto a la dirección normal. Se asume que la dependencia con el tiempo es de la forma $e^{-j\omega t}$, donde ω es la frecuencia angular. Las ecuaciones que describen el modelo son las siguientes:

- *Zona I*: Propagación del sonido en el aire, descrita por la ecuación escalar de Helmholtz:

$$\left[\nabla^2 + k_0^2 \right] p_1(x,z) = 0 \quad z < 0 \quad (3)$$

Figura 2: Modelo estudiado



donde $k_o = \omega/c_o$, es el número de onda acústico. La presión total en la zona I es suma de la onda incidente más la reflejada:

$$p_I(x,z) = p_{in}(x,z) + p_r(x,z) \quad (4)$$

- **Zona II:** Material absorbente con un número de onda complejo, k_b , y una densidad compleja ρ_b . El número de onda complejo viene dado por:

$$jk_b = \Gamma = \alpha + j\beta \quad (5)$$

siendo Γ la constante de propagación del material, que se puede obtener, si se conoce la resistencia al flujo, σ , del material con diferentes modelos, como los propuestos por Delany & Bazley [5], Miki [6][7] o Allard & Champoux [8]. La densidad compleja está relacionada con la constante de propagación por [9]:

$$\frac{k_b^2}{k_o^2} = \frac{\gamma H \rho_b}{\rho_o} \quad (6)$$

donde γ es la relación de los calores específicos, H es la porosidad y ρ_o la densidad del aire. La ecuación de onda en el material absorbente es:

$$\left[\nabla^2 + k_b^2 \right] p_{II}(x,z) = 0 \quad 0 < z < d \quad (7)$$

- **Ecuación de movimiento de la placa:**

$$\left[D \nabla^4 - \rho h \omega^2 \right] w(x) = -p_{III}(x, d+h) + p_{II}(x, d) \quad (8)$$

donde $w(x)$ es el desplazamiento en la dirección normal de la placa, ρ es la densidad del material de la placa, h es el espesor de la placa, D es la rigidez a flexión de la placa, $p_I(x,z)$ es la presión dentro del material absorbente acústico y $p_{III}(x,z)$ es la presión en la zona III.

- **Zona III:** Propagación del sonido en el aire:

$$\left[\nabla^2 + k_o^2 \right] p_{III}(x,z) = 0 \quad z > d+h \quad (9)$$

Una vez aplicadas las condiciones de contorno [3][4], y suponiendo incidencia normal, se obtienen las soluciones resolviendo el sistema $MX=B$ donde:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ jk_o & 0 & \frac{\rho_o}{\rho_b} k_b & 0 & 0 \\ 0 & -k_b \sin(k_b d) & k_b \cos(k_b d) & -\rho_b \omega^2 & 0 \\ 0 & -\cos(k_b d) & -\sin(k_b d) & -\rho h \omega^2 & e^{jk_o(h+d)} \\ 0 & 0 & 0 & \rho_o \omega^2 & -jk_o e^{jk_o(h+d)} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$X = (p_r \quad A \quad B \quad w \quad p_t)^T \quad (11)$$

$$B = (p_{in} \quad jk_o p_{in} \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \quad (12)$$

Donde p_r es la presión reflejada por la estructura, A y B los coeficientes de la posible onda confinada en el absorbente, w el desplazamiento de la capa impermeable y p_t la presión transmitida. A partir de p_t , se puede obtener la relación de onda estacionaria y el coeficiente de absorción para este modelo. En la figura 3 se muestran resultados utilizando este modelo con diferentes masas por unidad de área y un absorbente de resistencia al flujo de 40000 Rayls/m. El grosor de la muestra es 3 cm.

Modelo de capa impermeable

El esquema de materiales es el mismo que en el caso anterior, pero suponiendo que el material de la zona II es una capa impermeable. Se puede suponer, en primera aproximación, que el efecto en incidencia normal del conjunto sería igual que si se tratara de un único material de

masa por unidad de área, m. En [10] se puede encontrar las fórmulas que modelan un caso similar. Las soluciones de esta configuración, en incidencia normal, son las siguientes:

$$p_r = p_{in} \frac{-jk_0 m}{-jk_0 m + 2\rho_o} \quad (13)$$

$$w_1 = p_{in} \frac{2jk_0}{-jk_0 m \omega^2 + 2\rho_o \omega^2} \quad (14)$$

$$p_t = p_{in} \frac{2\rho_o e^{jk_0 h_1}}{-jk_0 m + 2\rho_o} \quad (15)$$

donde m representa la masa por unidad de área de la unión del material más el final del tubo. A partir de (13) se puede obtener la relación de onda estacionaria y el coeficiente de absorción con estas hipótesis de trabajo. En la figura 4 se muestran algunos resultados para materiales con diferentes densidades superficiales.

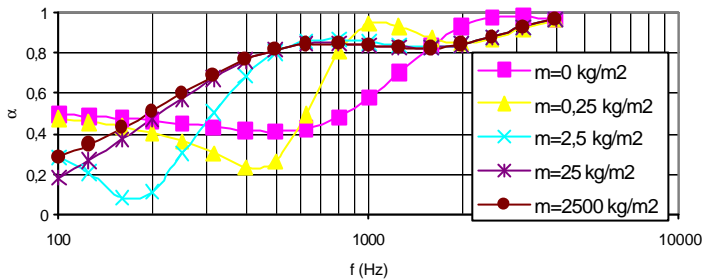
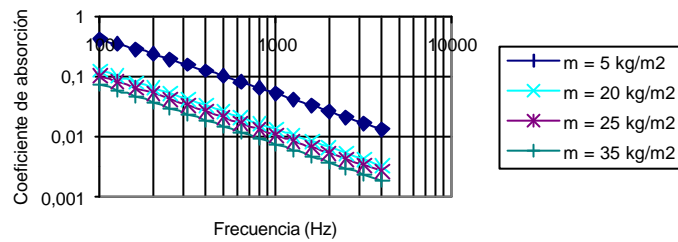


Figura 3: Modelado como absorbente

Figura 4: Modelado como capa impermeable



ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO “BORROSO” DEL MATERIAL ABSORBENTE

En el estudio anterior se puede comprobar como, en función del comportamiento que se considere, el coeficiente de absorción puede ser diferente, además, con una clara dependencia con la frecuencia. En este sentido, la teoría de conjuntos borrosos puede permitir englobar ambos comportamientos, con el fin de obtener un coeficiente de absorción “borroso” que se adecue más a las medidas experimentales. Para la obtención de este coeficiente calculado con algoritmos de álgebra borrosa, podríamos definir los siguientes tipos de material, en función del comportamiento asociado [11][12]:

- Capa impermeable
- Absorbente

Dicho coeficiente, al que llamaremos α_{fuzz} , tomará valores entre 0 y 1. A continuación se destacan los elementos fundamentales del algoritmo.

Variables de entrada :

$\alpha_M [0, 1]$: Coeficiente de absorción, suponiendo capa impermeable

$\alpha_A [0, 1]$: Coeficiente de absorción, suponiendo material absorbente

Ambas variables se suponen independientes en este modelo.

Conjuntos borrosos asociados a cada variable: Un conjunto borroso ‘A’ está formado por una serie de valores de una variable ‘x’ que comparten una determinada característica (ej ser “pequeños”), se caracterizan por una función de pertenencia $\mu_A(x)$ que asocia a cada elemento ‘x_o’ de ‘x’ un número real en el intervalo [0,1] que representa el grado de pertenencia de ‘x_o’ en ‘A’. En general, cuanto mayor es el valor de la función de pertenencia, mayor es la evidencia de que x_o pertenece a ‘A’. Un ejemplo de funciones de pertenencia se muestra en la figura 5.

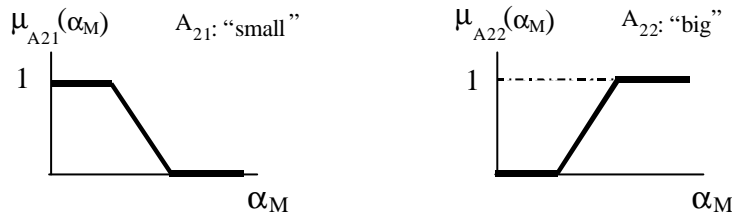


Figura 5: Conjuntos borrosos relativos a la variable α_M

Condiciones, inferencias o antecedentes: Se definen aquí las funciones elementales, - 'y' (\cap), 'o' (\cup)- entre conjuntos borrosos:

$$O : \mu_{A_1 \cup A_2}(x) = \max(\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x))$$

$$Y : \mu_{A_1 \cap A_2}(x) = \min(\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x))$$

Para describir el fenómeno real, se subdivide el espacio n-dimensional (donde n es el número de variables consideradas) en una serie de hiperconjuntos borrosos que surgen de la intersección de los conjuntos definidos para cada una de las variables. En cada uno de ellos, el fenómeno se expresa con una determinada función. Estos conjuntos intersección son definidos con las premisas Fuzzy de tipo 'y'. Veamos un ejemplo:

Si a_M es A_{11} y a_A es A_{21} (k -ésima premisa) entonces $\alpha_{fuz, k} = f_k(\alpha_M, \alpha_A)$ (consecuencia)

La consecuencia de una premisa Fuzzy es tan cierta como su antecedente, de este modo la k -ésima inferencia tiene un grado de certeza ' tr_k ' que será la pertenencia del par α_M, α_A , al hiperconjunto intersección de A_{11} y A_{21}

$$tr_k = \min(\mu_{A_{11}}(\alpha_M), \mu_{A_{21}}(\alpha_A)) \quad (16)$$

El resultado final del algoritmo es una media ponderada de los coeficientes de absorción $\alpha_{fuz, k}$ afectados de su grado de certeza

$$\alpha_{fuz} = \frac{\sum tr_k \cdot \alpha_{fuz, k}}{\sum tr_k} \quad (17)$$

Funciones asociadas a cada premisa (consecuencias): Se ha decidido que estas, en una primera etapa, sean funciones lineales homogéneas. Los coeficientes de éstas ' a_k ' se obtienen de un proceso de optimización. En este caso se han elegido funciones de la forma:

$$\alpha_{fuz, k} = a_{1k} |\alpha_M| + a_{2k} |\alpha_A| \quad (18)$$

Campo de Aplicación: El modelo propuesto se ha optimizado para el caso de diferentes muestras de lana de roca, con distintos grosores y densidades. De este modo, solo podemos garantizar la validez del algoritmo, cuando se trate de este material y con los márgenes de densidad (40- 120 kg/m³) o de grosor (2- 6 cm) utilizados.

RESULTADOS

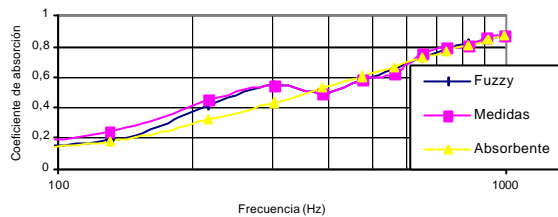
En las figuras 6a, 6b y 6c se muestran los resultados del ajuste para 3 lanas de roca de densidades 40, 70 y 120 kg/m³. El modelo utilizado para el absorbente es el de Delany & Bazley [5]. En las figuras 6d, 6e y 6f se realiza la misma comparación, pero se ha utilizado el modelo de Allard & Champoux [8] en el ajuste. Se comparan las medidas, con el ajuste realizado mediante Fuzzy y suponiendo sólo el modelo de absorbente.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

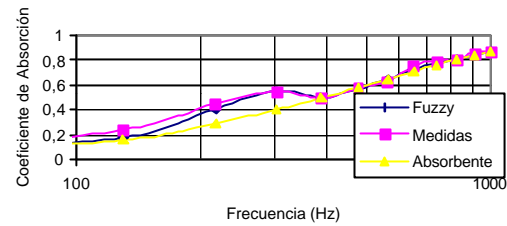
El coeficiente de absorción obtenido siguiendo el método propuesto basado en esta metodología de conjuntos borrosos, se ajusta mejor que usando únicamente un modelo de absorbente. Es importante señalar que, de todas maneras, la mejora conseguida con los materiales de poca densidad (40-70 kg/m³) no necesita del uso de este modelo más complejo. Sin embargo, si que se justifica en lanas más densas, donde a baja frecuencia se puede ver como la influencia de la masa es más notable. Es por tanto, en este tipo de lanas más densas donde el modelo basado en la teoría de conjuntos borrosos presenta buenos resultados que justificaría el uso de este tipo de modelos.

Se puede observar que la elección del modelo de absorbente es importante. Los resultados muestran discrepancias a baja frecuencia, donde el modelo de Delany & Bazley está fuera de su rango de validez.

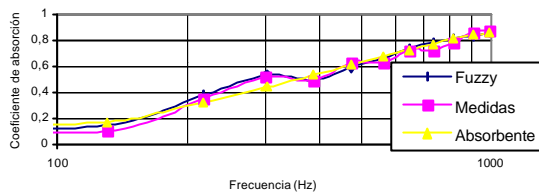
Hay que destacar que los resultados son válidos para el material ensayado, lana de roca de diferentes grosores y densidades. Se pretende extender este resultado en futuros trabajos a otros materiales tales como la fibra de vidrio.



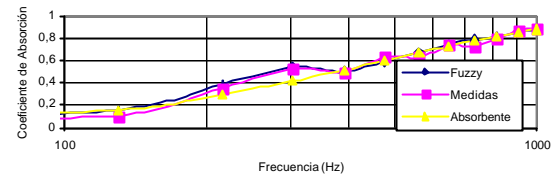
a) Lana de 40 kg/m³



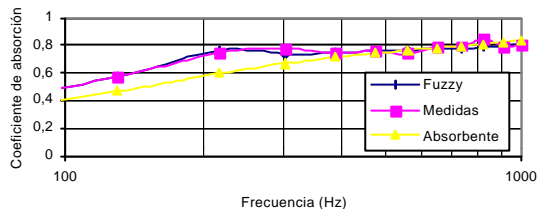
d) Lana de 40 kg/m³



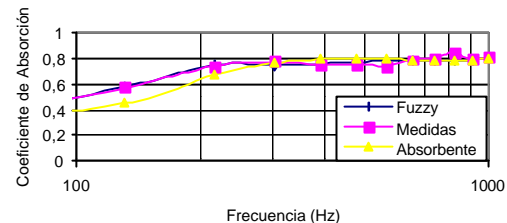
b) Lana de 70 kg/m³



e) Lana de 70 kg/m³



c) Lana de 120 kg/m³



f) Lana de 120 kg/m³

Figura 6: Resultados con diferentes lanas de roca

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte de un proyecto financiado por la Consellería de Educación y Ciencia de la Generalitat Valenciana (GV00-122-1).

REFERENCIAS

- [1] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, J. V. Sanders, "Fundamentals of acoustics" John Wiley & Sons, Third Edition, 1982
- [2] P. M. Morse, "Vibration and Sound" Acoustical Society of America, 4th printing, 1991
- [3] M. Bruneau, "Manuel d'acoustique fondamentale" Editions Hermès (1998)
- [4] J. ALBA, "Algorithms based on theoretical models for design multilayer structures for acoustic isolation to air noise prediction", Ph. D. Thesis, UMI Proquest Digital Dissertations, AAT 3002923, (2001).
- [5] M. E. Delany, E. N. Bazley, "Acoustical properties of fibrous absorbent materials" Applied Acoustics (3), 105 –116 (1970)
- [6] Y. Miki, "Acoustical properties of porous materials – modifications of delany-bazley models- " J. Acoust. Soc. Jpn (E) 11, 1, 19-24, (1990)
- [7] Y. Miki, "Acoustical properties of porous materials – generalizations of empirical models –" J. Acoust. Soc. Jpn (E) 11, 1, 25-28. (1990)
- [8] J. F. Allard, Y. Champoux, "New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials" J. Acoust. Soc. Am. 91 (6) 3346 –3353. (1992)
- [9] A. Trochidis, A. Kalaroutis, "Sound transmission through double partitions with cavity absorption", Journal of Sound and Vibration 107 (2), 321-327 (1986)
- [10] J. Alba , J. Ramis , J. Llinares "Caracterización de capas impermeables a partir de medidas de aislamiento", Revista de Acústica Vol. XXXII, nº 1 y 2 (2001)
- [11] G. Cammarata, A. Fichera, S.Graziani, L.Marletta, "Fuzzy logic for urban traffic noise prediction", Journal of Acoustical Society of America, 98 (1995) 2607-2612
- [12] Ferri García, Marcelino; Redondo Pastor, F. Javier; Ramis Soriano, Jaime, "Aplicación del Algebra Borrosa a evaluación de la difusión del campo acústico" Tecnicústica (2001)