

DESPLAZAMIENTO NO LINEAL DEL PUNTO AXIAL DE MÁXIMA PRESIÓN EN HACES FOCALIZADOS DE BAJO NÚMERO DE FRESNEL

PACS: 43.25.Cb

Espinosa, Víctor; Makov, Yuri N.; Sánchez-Morcillo, Víctor; Ramis, Jaime; Cruanyes, Joan;
Camarena, Francisco.
Escuela Politécnica Superior de Gandía
Ctra. Natzaret-Oliva s/n
46730 Grau de Gandia. Spain
Tlf: 962 849 368
Fax: 962 849 309
E-mail: vespinos@fis.upv.es

ABSTRACT

We present an experimental and numerical examination of the on-axis pressure distribution for low- Fresnel-number focused ultrasound beams and the corresponding temporal wave profiles under increasing transducer input voltaje. We report, within the condition of a focusing transducer with sufficiently small Fresnel number, the linear shift towards the emitting surface of the main on-axis pressure maximum from geometrical focus point, followed by its displacement towards focal point and backward motion as the driving transducer voltaje increases until highly nonlinear regimes. The simultaneous monitoring of the temporal waveform evolution determines the real roles and interplay between different nonlinear effects (refraction and attenuation) in the observed dynamics of on-axis pressure maximum.

RESUMEN

Presentamos el estudio numérico-experimental de la distribución axial de presión y de la forma de onda correspondiente para el caso de haces focalizados de número de Fresnel en función del voltaje aplicado al transductor. Bajo la condición de número de Fresnel suficientemente pequeño, se produce inicialmente en régimen lineal un desplazamiento del punto de máxima presión sobre el eje, que se sitúa entre la superficie del transductor y el foco geométrico. A medida que se incrementa la tensión de alimentación, el punto axial de máxima presión realiza una excursión inicial hacia el foco geométrico y posteriormente de vuelta hacia el transductor al alcanzar los más altos regímenes no lineales. La observación simultánea de la evolución de la forma de onda permite determinar el papel y la relación entre los diferentes efectos no lineales (refracción y atenuación) en la dinámica observada del máximo axial de presión.

INTRODUCCIÓN

El estudio de los haces ultrasónicos ha recibido una gran atención, tanto por su interés a nivel fundamental [1], teórico y experimental, como por su aplicación tecnológica en diversos campos [2]: medicina, análisis no destructivo, etc. En todos ellos el interés se centra en la posibilidad de obtener un pequeño y controlado volumen, insonificado con una gran intensidad. En la investigación de estos problemas se han realizado numerosos estudios caracterizando los haces ultrasónicos emitido por diferentes tipos de transductores, teniendo un especial papel en los mismos el efecto de la difracción la focalización y la no linealidad. En la teoría lineal de haces de sonido se ha estudiado el problema a partir de la razón entre las distancias de

difracción y focalización, conocida como el parámetro de ganancia del haz. Al pasar al régimen no lineal la atención se centra en la competición de los fenómenos de la difracción y la no linealidad [3-5]. En muchos estudios se identifica la manifestación de los efectos no lineales con la aparición de las ondas de choque, atribuyéndoles sin embargo efectos contrarios: en [3,5] se les atribuye el alejamiento del foco del transductor, mientras que en [4] se justifica así la aproximación al mismo. El propósito de el presente trabajo es clarificar el fenómeno del desplazamiento del punto axial de máxima presión en haces focalizados, su dependencia de la geometría del transductor y su voltaje de operación.

EL NÚMERO DE FRESNEL Y EL REGIMEN DE OPERACIÓN LINEAL

Las características difraccionales y de focalización de un transductor vienen dadas por la distancia de Rayleigh, $L_d = ka^2/2$ (a es el radio del transductor y k es el número de onda), y el radio de curvatura del transductor R (en el caso de un casquete esférico, es su distancia focal nominal). El cociente $G = L_d/R$ es el parámetro adimensional más simple que caracteriza la relativa influencia de uno y otro fenómeno sobre las propiedades de irradiación del transductor.

Por otro lado, la teoría de la difracción fija los conceptos de zonas y número de Fresnel. Las primeras son las zonas anulares en el frente de ondas que se interpretan en términos de interferencias debidas a diferencias de camino de la onda desde las diferentes zonas del transductor. El número de Fresnel, N_F , se define como el número de zonas limitadas por la apertura difractante desde el punto de observación, que en caso de una onda plana de longitud de onda λ y una apertura circular de radio a observada desde un punto del eje a distancia z se expresa como:

$$N_F = a^2/\lambda z \quad (1)$$

Para la distancia $z=z_0$ en que $N_F(z_0) = 1$, se determina la frontera entre la región de difracción de Fresnel ($z < z_0$, $N_F(z) > 1$), en la que se mantiene el tamaño de la sección transversal del haz pero su amplitud en el eje sufre grandes oscilaciones, y la de Fraunhofer ($z > z_0$, $N_F(z) < 1$), en la que el haz se expande transversalmente y su amplitud decrece de manera monótona.

En el caso de haces focalizados, tenemos que para $z=R$:

$$N_F(z=R) = \frac{a^2}{\lambda R} = \frac{L_d}{\pi R} = \frac{G}{\pi} \quad (2)$$

y el valor del número de Fresnel caracteriza también por tanto la influencia relativa entre los efectos difractivos y de focalización. Formalmente N_F da cuenta del número de zonas que encajan en la apertura AB (Figura 1), pero veamos otra interpretación.

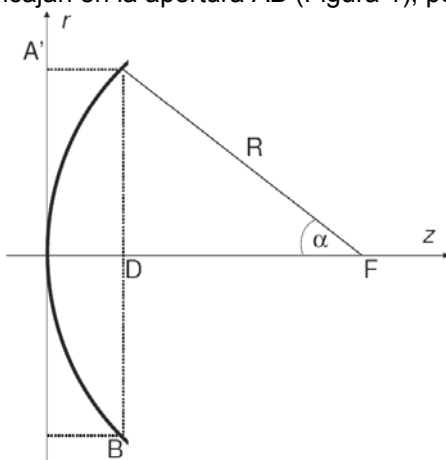


Figura 1. Esquema geométrico de un transductor focalizado y sus parámetros básicos

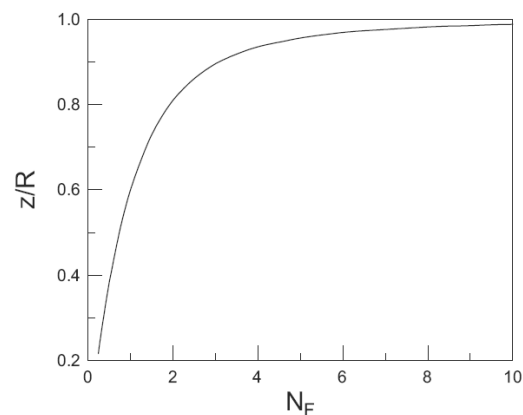


Figura 2. Posición del máximo axial de presión en función del número de Fresnel del transductor en régimen lineal.

En el marco de la aproximación de Fresnel, se tiene que:

$$AA' = R - \sqrt{R^2 - a^2} \approx \frac{a^2}{2R} \quad (3)$$

y por tanto

$$\frac{AA'}{\lambda/2} = N_F \quad (4)$$

En esta interpretación $N_F \gg 1$ muestra el fuerte efecto de la curvatura inicial del frente de ondas (de su focalización) y se justifica la representación geométrica del máximo de presión en el centro de curvatura F, donde convergen todos los rayos. Para el caso opuesto, $N_F \ll 1$, el efecto de curvatura del frente es insignificante y se aproxima al caso del emitido por un pistón plano. Se justifica así el desplazamiento hacia el transductor del máximo del campo ya que para un transductor plano la posición z_0 del máximo sobre el eje viene dada por:

$$N_F(z_0) \equiv \frac{a^2}{\lambda z_0} = 1 \quad (5)$$

y si tenemos que:

$$N_F = \frac{a^2}{\lambda R} \ll 1, \text{ entonces } z_0 \ll R. \quad (6)$$

Este desplazamiento del foco ha sido ya descrito en el campo de la óptica [6], y muestra en nuestro caso que para transductores con un valor pequeño de N_F el foco se sitúa, en regímenes lineales, más cercano al transductor que la distancia focal geométrica. Además, para transductores focalizados con una media-apertura angular α suficientemente pequeña la amplitud de la presión compleja $A(r, z)$ viene dada por la ecuación de onda ordinaria en la aproximación parabólica cuya solución exacta es:

$$A(r, z) = -\frac{ik}{z} \exp\left(\frac{ik}{2z} r^2\right) \int_0^a \exp\left(\frac{ik}{2z} r'^2\right) J_0\left(\frac{k}{z} r r'\right) A(r', 0) r' dr' \quad (7)$$

siendo la presión acústica:

$$p(r, z, t) = A(r, z) e^{ikz - i\omega t}. \quad (8)$$

Tomando como condición inicial en la apertura de una presión uniforme p_0 y campo focalizado:

$$A(r', 0) = p_0 \cdot \exp\left(-\frac{ikr'^2}{2R}\right) \quad (9)$$

obtenemos la distribución de presión sobre el eje:

$$\frac{p(0, \tilde{z})}{p_0} = \left| \frac{1}{1 - \tilde{z}} \left(1 - e^{iG \frac{1 - \tilde{z}}{\tilde{z}}} \right) \right| = \left| \frac{2}{1 - \tilde{z}} \sin\left(\frac{G}{2} \frac{1 - \tilde{z}}{\tilde{z}}\right) \right| \quad (10)$$

donde $\tilde{z} = z/R$ es una distancia adimensional sobre el eje. El análisis de los extremos de esta expresión permite encontrar el valor de la posición del máximo de presión (“foco”) en función de N_F , resultado que muestra la Figura 2.

Si reescribimos la ecuación (10) en términos de $u = \tilde{z}^{-1}$, obtenemos

$$f(u) = 2 \frac{G}{2} \cdot u \cdot \frac{\sin\left(\frac{G}{2} u - \frac{G}{2}\right)}{\frac{G}{2} u - \frac{G}{2}} \quad (11)$$

que podemos analizar representando los dos factores de $f(u)$, (11); en la Figura 3 en función de $Gu/2$. Consideramos solamente el rango $u > 1$ notese que la tendencia $u \rightarrow 0$ corresponde a $\tilde{z} \rightarrow \infty$. El principal máximo del producto de ambos factores se da en el vecindario del máximo del segundo de ellos. Por lo tanto no encontraremos extremos locales a la izquierda del máximo principal (a la derecha de la variable original \tilde{z}) y decrecerá de manera monótona en ese rango si se cumple:

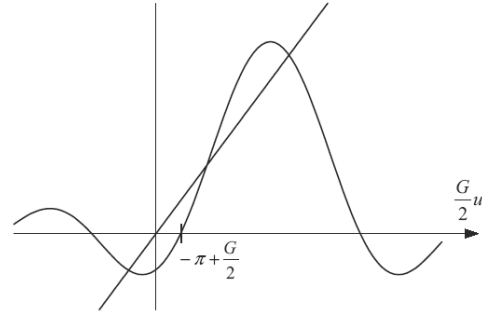


Figura 3. Representación de los factores de (11).

$$-\pi + \frac{G}{2} \leq 0, \left(-\pi + \frac{\pi \cdot N_F}{2} \leq 0 \right), \text{ ó } N_F \leq 2. \quad (12)$$

Pero el decrecimiento monótono de la presión a la derecha (para \tilde{z}) del último máximo es el caso del transductor plano (o uno muy poco focalizado). Así, de acuerdo con lo expuesto, el valor de $N_F = 2$ puede determinarse como la frontera para hablar de transductores focalizados con alto o bajo número de Fresnel.

Vamos a proceder a investigar el comportamiento de un transductor en el que se produzca un gran desplazamiento del máximo de presión respecto del lugar geométrico, y que se dará por lo tanto para bajos números de Fresnel. Combinando la condición habitual de $a/\lambda \gg 1$ y

$$N_F = \frac{a}{\lambda} \frac{a}{R} = \frac{a}{\lambda} \sin \alpha < 3, \quad (13)$$

obtenemos una condición sobre la media-apertura del transductor. Bajo esa exigencia hemos elegido para nuestra investigación experimental un transductor focalizado de serie trabajando a la frecuencia $f = 1$ MHz ($\lambda = 0.15$ cm.) con $a = 1.5$ cm y $R = 11.7$ cm, que implica $N_F = 1.28$, de manera que el máximo de presión en régimen lineal debe estar localizado a una distancia $0.67 \cdot R = 7.8$ cm del transductor.

MEDIDAS EXPERIMENTALES

El sistema experimental sigue el clásico esquema de un proyector y un hidrófono para caracterizar su campo acústico. El emisor cuyas parámetros se han mencionado, fabricado por Valpey-Fisher a partir de una cerámica esférica, se excita con un generador de funciones Agilent 33220 y un amplificador de potencia de amplio espectro, bien un ENI 240L (40W, +50dB) o un ENI 500A (500W, +60 dB), según el nivel deseado. La señal emitida se captura con un hidrófono de membrana NTR/Onda Corp. MH2000B, de 0,2 mm de apertura activa y respuesta plana entre 1 y 20 MHz. Todo el proceso de generación y adquisición de la señal se basa en un sistema de tecnología PXI National Instruments NI8176, que gobierna el generador de funciones a través de una conexión GPIB, la tarjeta de adquisición NI5620 (56 MHz de frecuencia de muestreo), y una tarjeta de control de posicionamiento NI-PXI7334, que gobierna un sistema OWIS GMBH de dos ejes con motores paso a paso. El tanque de medida está fabricado en metacrilato, y sus dimensiones son $25 \times 25 \times 50$ cm³. El llenado del mismo se realiza directamente desde un destilador en régimen laminar para evitar la formación de burbujas de aire que pudiesen interactuar con el campo acústico. En el controlador PXI se ha programado una aplicación en LabView que permite generar y capturar sincronizadamente pulsos de 20 ciclos de duración con una frecuencia repetición muy baja para evitar problemas de superposición de reflexiones, y protege al emisor y al hidrófono de sobrecalentamiento. El alineamiento del emisor y el receptor se ha realizado cuidadosamente, muestreando repetitivamente dos planos transversales a diferentes distancias, registrando la presión máxima a intervalos de 0,5 mm. La medida a lo largo de la línea de máxima presión se ha realizado promediando cada punto de medida 10 veces para minimizar las posibles fluctuaciones debidas al ruido.

Los resultados experimentales se resumen en las figuras de la 4 a la 6. En La figura 4 se muestra la presión máxima medida en el eje para valores crecientes del voltaje de 200 a 450 V_{pp} e ilustra claramente el cambio del punto de máxima presión en el eje. Este se mueve inicialmente desde el transductor hasta la vecindad del foco geométrico, para volver después hacia el transductor para altos valores del voltaje. Las Figuras 5(a-d) muestran la evolución de la forma de onda. Puede advertirse que el cambio en el sentido del movimiento se produce cuando la distorsión en el hidrófono indica indirectamente la aparición de altas frecuencias en el máximo de la forma de onda, asociada típicamente con el inicio de formación de ondas de choque.

Con el fin de comprobar la diferencia de comportamiento entre transductores de bajo y alto número de Fresnel, se realizó el mismo tipo de medidas para transductores de mayor apertura operando a la misma frecuencia. En concreto en la figura 6 se recogen las medidas de la máxima presión en el eje para un transductor de focal geométrica de 12,5 cm, y de 5 cm de radio de apertura, construido mediante una cerámica plana y una lente acústica. El número de Fresnel resultante es de $N_F=3,35$, por encima por tanto del umbral discutido, y para el cual la

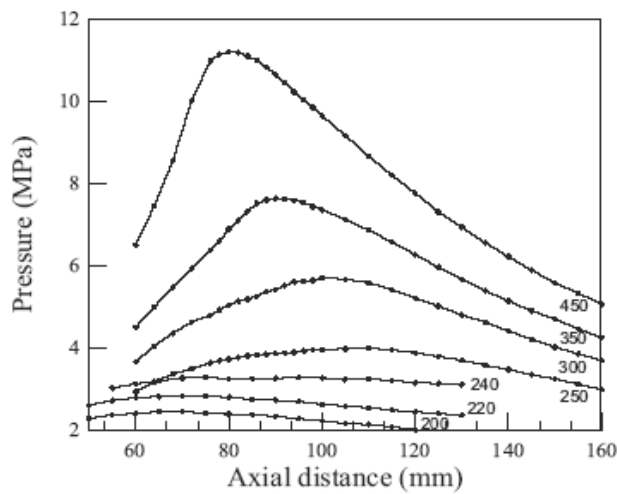


Figura 4. Curvas de presión máxima en eje para los valores indicados del voltaje en bornes del transductor de 1,5 cm de radio de apertura.

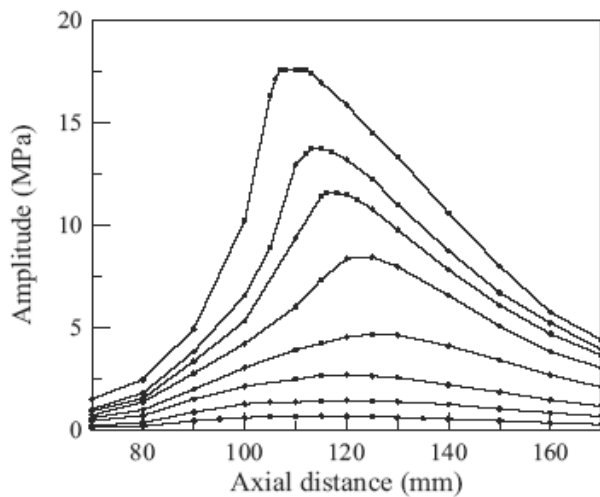


Figura 6. Curvas de presión máxima en eje para valores crecientes del voltaje en bornes del transductor de 2,5 cm de radio de apertura.

distancia focal debe situarse en $0.9 \cdot R = 11,25$ cm desde el transductor. Puede observarse que para un número de Fresnel mayor, en régimen lineal el resultado experimental confirma la menor influencia de la difracción y la excursión del máximo axial es menor a su vez.

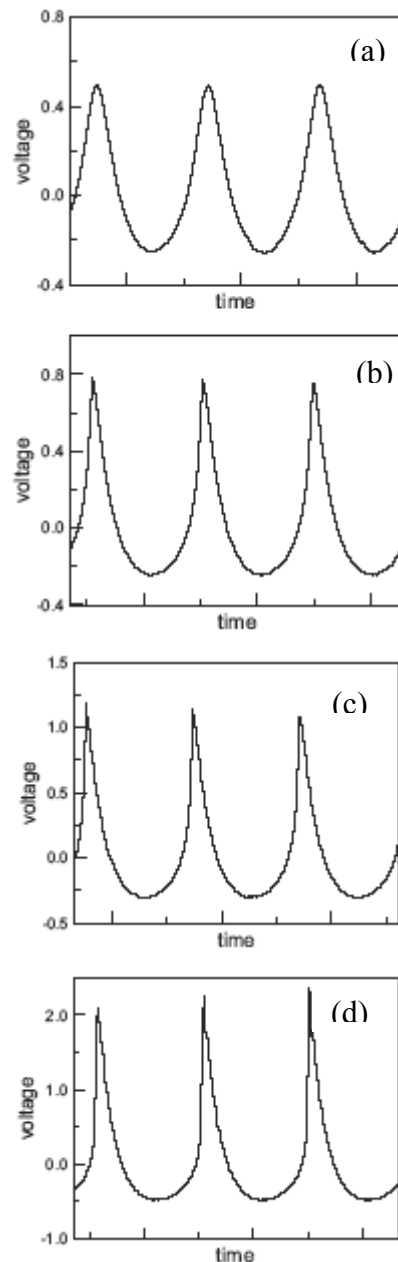


Figura 5: Formas de onda para una tensión en bornes del transductor de a) $V=200 V_{pp}$, b) $250 V_{pp}$, c) $300 V_{pp}$, y d) $450 V_{pp}$.

menor a su vez.

Así pues, inicialmente el punto de máxima presión se sitúa más cercano al transductor según la justificación dada en el punto anterior. A continuación, y a medida que crece el carácter no lineal de la onda, con la aparición de nuevas frecuencias, más altas, que resultan en un número de Fresnel virtual más alto (ver Ec. (2)) y por tanto aproximan al transductor a su comportamiento geométrico. Este comportamiento cambia al aparecer las ondas de choque, estas producen la aparición de una alta absorción (conocida como la absorción no-lineal de altas frecuencias, que afecta a cada componente espectral de manera exponencial, con los coeficientes de absorción aumentando con el orden de los armónicos [7]) que no está determinada por el coeficiente de absorción termoviscoso, y que notablemente excede su influencia. La absorción de los armónicos superiores provoca que el máximo de presión se produzca más cercano al transductor.

SIMULACIÓN NUMÉRICA

Con el ánimo de comprobar que nuestros resultados experimentales se debían únicamente a los efectos considerados de la focalización, difracción y no linealidad, y no a otros como por ejemplo la refracción térmica, realizamos la integración numérica del modelo que involucra solamente esos efectos: la ecuación de Khoklov-Zhabolotskaya-Kutnesov (KZK), que para haces asimétricos se escribe:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t' \partial z} = \frac{c_0}{2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial t'^3} + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t'^2} \quad (14)$$

donde $t' = t - z/c_0$ es un tiempo retardado, c_0 la velocidad de propagación, δ la difusividad del sonido, $\beta = 1 + B/2A$ el coeficiente de no linealidad y ρ_0 la densidad ambiente del medio. La Figura 7 ilustra el resultado de la integración, considerando valores crecientes de la presión en la superficie del transductor, constatándose que el fenómeno observado está contemplado por el modelo.

CONCLUSIONES

La primera causa de los efectos observados del notable desplazamiento del punto axial de máxima amplitud es el bajo número de Fresnel del transductor emisor.

Se considera por tanto procedente y útil clasificar los transductores según el criterio de bajo y alto número de Fresnel.

La observación experimental simultánea de la distribución axial de la presión y de las formas de onda asociadas, permite discriminar los diferentes papeles que la no linealidad juega en diferentes estados de la evolución del haz, y su influencia en el desplazamiento del máximo axial en uno u en otro sentido.

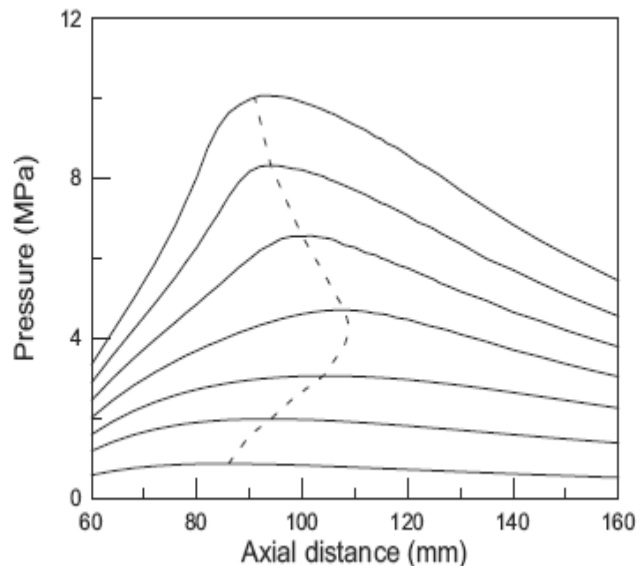


Figura 7. Resultado de la integración numérica para valores crecientes de la amplitud de la onda

AGRADECIMIENTOS

Yuri N. Makov agradece la financiación de la Russian Foundation for Basic Researches (grant # 04-02-17009). Este trabajo fue realizado en el marco del proyecto CICYT BFM2002-04369-C04-04. Víctor Espinosa agradece la hospitalidad y colaboración del Prof. Halvor Hobaek de la

Universidad de Bergen (Noruega), en cuyo laboratorio realizó una estancia de investigación de abril a septiembre de 2004 y donde se contrastaron algunas medidas experimentales

REFERENCIAS

- [1] M.F. Hamilton and D. Blackstock Eds., *Nonlinear Acoustics* (Academic Press, 1997)
- [2] C. M. Langton, *Principles and Applications of Ultrasound* (Institute of Physics Publishing, 2004)
- [3] O. V. Rudenko, O. A. Sapozhnikov, *Self-action effects for wave beams containing shock fronts*, Phys.-Uspekhi 174, 973{989 (2004)
- [4] K. Naugolnykh, and L. A. Ostrovsky, *Nonlinear Wave Processes in Acoustics* (Cambridge University press, Cambridge, 1998)
- [5] O. V. Rudenko, *Nonlinear sawtooth-shaped waves*, Phys.Uspekhi 38, 965{990 (1995)
- [6] Y. Li, and E. Wolf, "Focal shifts in diffracted converging spherical waves," Optics Comm. 39(4), 211-215 (1981)
- [7] Y-S. Lee and M. Hamilton, *Time-domain modeling of pulsed finite-amplitude sound beams*, J. Acoust. Soc. Am. 97, 906{917 (1995).