

## DISEÑO DE CAJAS ACÚSTICAS DEL TIPO BASS REFLEX MEDIANTE OPTIMIZACIÓN Y SIMULACIÓN NUMÉRICA

PACS: 43.38.Ja

Cordero Izquierdo, Roberto<sup>1</sup>; Hidalgo Otamendi, Antonio<sup>2</sup>; Cesteros Morante, Beatriz<sup>3</sup>

Fundación CIDAUT

Parque tecnológico de Boecillo, P.209.

47151 Boecillo. Valladolid. España

Tel. +34 983 548 035

Fax: +34 983 548 062

E-mail: [robcor@cidaut.es](mailto:robcor@cidaut.es)<sup>1</sup>; [anthid@cidaut.es](mailto:anthid@cidaut.es)<sup>2</sup>; [beaces@cidaut.es](mailto:beaces@cidaut.es)<sup>3</sup>

### ABSTRACT

In this paper, classical design techniques, related to mathematic optimization, which have been widely used in mechanical analysis problems, are applied in order to resolve the bass reflex loudspeaker enclosure design. Through optimization design, is able to define a methodology for designing and its verification. By means of optimization we can translate sound pressure acoustic requests, into physical box dimensions. The aim's design is to increase acoustic pressure, within a certain frequency rank. Last step is to verify our design, using acoustic simulation by means of Sysnoise software. We use cone velocity displacement as excitation signal, imposed as boundary condition.

### RESUMEN

En este artículo, técnicas clásicas de diseño, relacionadas con la optimización matemática, que han sido ampliamente utilizadas en problemas de análisis mecánico, son aplicadas en el diseño de una caja acústica del tipo bass-reflex. A través del diseño por optimización, es posible definir una metodología para el diseño y su comprobación. Mediante la optimización es posible relacionar los requerimientos acústicos de nivel de presión, con las dimensiones físicas de la caja. El fin de la optimización es aumentar el nivel de presión, dentro de un cierto rango de frecuencias. El último paso es comprobar la validez del diseño, utilizando simulación acústica con el software Sysnoise. La excitación utilizada es la velocidad de desplazamiento del diafragma, impuesta como condición de contorno.

### 1. INTRODUCCIÓN

El diseño de las cajas para altavoces de bajos, ha sido hecho hasta hoy día siguiendo unas reglas sencillas, basadas en la teoría desarrollada por Thiele y Small. A partir de tablas y gráficos empíricos, se pueden obtener unos valores adecuados para el volumen de la caja y el diseño del ducto. Pero este método, basado en analogías con circuitos eléctricos equivalentes, no tiene en cuenta la influencia de la geometría de la caja en el comportamiento del altavoz. En este documento se presenta el ejemplo de un diseño de una caja abierta, utilizando datos electroacústicos experimentales, simulación acústica con Sysnoise, y aplicación de técnicas numéricas de optimización, como herramientas para el diseño.

## 2. DETERMINACIÓN DE LA IMPEDANCIA ELÉCTRICA DE UN ALTAVOZ A BAJA FRECUENCIA

El primer paso en el diseño de una caja para altavoces de bajos, es identificar los parámetros que definen al altavoz. Estos parámetros caracterizan cada una de sus partes, que son: parte eléctrica, dada por su resistencia e inductancia, mecánica, definida por la rigidez, masa y amortiguamiento de la parte móvil, y al menos el volumen de aire que rodea al altavoz. Hemos utilizado un modelo de parámetros concentrados según definen Thiele y Small. El comportamiento en el rango de baja frecuencia de un altavoz está determinado por su propia resonancia mecánica. Para definir esta resonancia, hemos de determinar la frecuencia a la que se produce, la amplitud y el amortiguamiento. Estos tres valores pueden ser representados a partir de tres parámetros equivalentes, definidos por Thiele y Small como  $r_0$ , que es el cociente de la corriente que circula por la bobina del altavoz, por debajo y a la frecuencia de resonancia,  $f$  que es la frecuencia de resonancia, y factor de calidad de amortiguamiento, relacionado con la caída de -3 dB respecto de la amplitud de la resonancia. Estos datos pueden ser obtenidos directamente de la medición experimental de la impedancia eléctrica del altavoz, pero para mejorar el grado de ajuste del modelo respecto de los datos experimentales, utilizamos la técnica de minimización del error por el método de los mínimos cuadrados, como técnica de ajuste de gráficas, entre la curva experimental y la modelada.

### 2.1. Medición experimental

Empleamos un analizador de señal, para generar una señal de excitación de ruido blanco, desde 1 Hz hasta 5 kHz, como señal de entrada para el altavoz, después de haberla amplificado hasta un valor rms de 1V. El altavoz es suspendido mediante cuerdas elásticas en condición de campo libre. Introduciendo una resistencia eléctrica adicional en serie con el altavoz, medimos la corriente eléctrica en la bobina. Al mismo tiempo se mide la caída de voltaje entre los terminales del altavoz. De esta forma se mide directamente la impedancia eléctrica en el rango completo de frecuencia.

### 2.2. Mejora numérica de los resultados experimentales

En primer lugar necesitamos una expresión para la impedancia eléctrica del altavoz, en función de los tres parámetros antes comentados.

$$Z(r_0, f_s, f_2 - f_1, f) = R_e + j2\pi f L_e + \frac{R_e + R_s}{\frac{1}{r_0 - 1} + j \frac{1}{f_2 - f_1} \frac{\sqrt{r_0}}{r_0 - 1} \left( f - \frac{f_s^2}{f} \right)} [\Omega] \quad (1)$$

A partir de la expresión, obtendremos el valor absoluto, en función de la frecuencia también. Asumimos la hipótesis de no tener influencia por parte de la inductancia de la bobina en el rango de 1 Hz a 200 Hz. Entonces se aplica el método de los mínimos cuadrados para minimizar la diferencia entre las impedancias experimental y modelada.

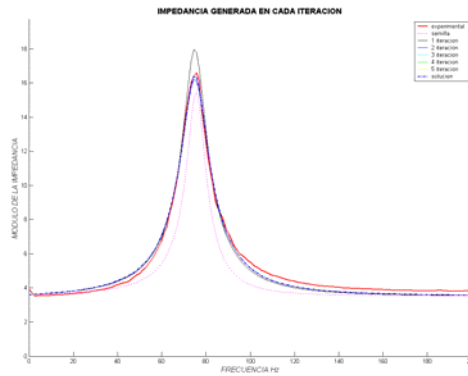


Figure 1 – Evolución de la curva de amplitud de la impedancia eléctrica, en cada paso de iteración

Resolviendo el sistema de ecuaciones diferenciales, obtenemos la combinación óptima de las tres variables.

### 3. IMPEDANCIA ELÉCTRICA DEL ALTAVOZ A MEDIAS-ALTAS FRECUENCIAS

Una vez caracterizado el comportamiento en bajas frecuencias del altavoz, dominado por la parte mecánica, prestamos atención al tramo de media y alta frecuencia. En este caso estará dominada por la inductancia eléctrica. Como cualquier hilo de cobre alimentado por una señal eléctrica sinusoidal, la bobina del altavoz tiene una inductancia, que resulta influyente según aumenta la frecuencia de la señal. Para obtener la mayor similitud respecto de la inductancia experimental, ha sido modelada una inductancia con dependencia no lineal respecto de la frecuencia.

#### 3.1. Inductancia en función de la frecuencia. Ajuste polinómico.

En este caso, se han tomado medidas de la impedancia eléctrica, desde 200 Hz hasta 5 kHz, sin la contribución de la resistencia. Después de probar varios tipos de ajustes polinómicos, se decidió emplear una inductancia basada en el ajuste por splines, al resultar el mejor ajuste.

### 4. INFLUENCIA DE LA GEOMETRÍA DE LA CAJA EN EL COMPORTAMIENTO DEL ALTAVOZ. VOLUMEN DE CAJA EQUIVALENTE

Siguiendo el clásico modelo de los circuitos equivalentes, podemos ver la carga acústica impuesta sobre el altavoz, cuando es montado en una caja, como una impedancia acústica, que puede ser reflejada al lado eléctrico. Se puede obtener la función de transferencia de la velocidad de desplazamiento del diafragma frente al voltaje de alimentación.

$$ft_{-v_{membrana}} / e_g = \frac{Bl}{S_d Z_c} \left( \frac{1 - \frac{Z_{ca} + R_a + j\omega M_a + \frac{1}{j\omega C_a} + R_{rm}}{Z_{total}}}{Z_{caja} + Z_{fgas}} \right) \frac{1}{S_d} \left[ \frac{m}{sV} \right] \quad (2)$$

#### 4.1. Medición de la velocidad de desplazamiento del diafragma. Función de transferencia.

Para comprobar la validez de la expresión, es necesario medir la velocidad de desplazamiento del diafragma, y el volumen de aire contenido en la caja. La velocidad del

diafragma es medida con un vibrómetro láser, recogiendo datos de cuatro puntos distribuidos, como un conjunto de valores representativos del comportamiento del diafragma. En las siguientes figuras se muestra el montaje experimental y los datos registrados.

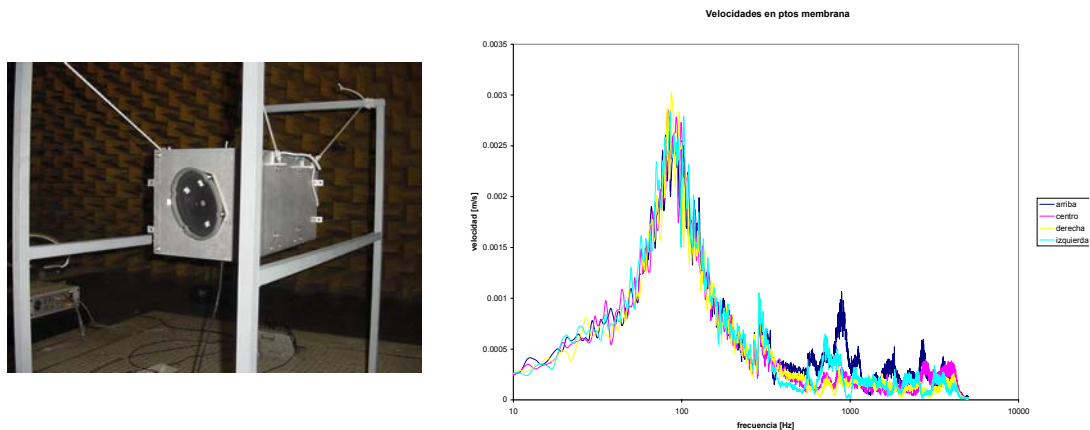


Figure 2 – Cuatro puntos sobre el diafragma donde la velocidad fue medida

Finalmente es posible comparar la función de transferencia experimental frente a la modelada.

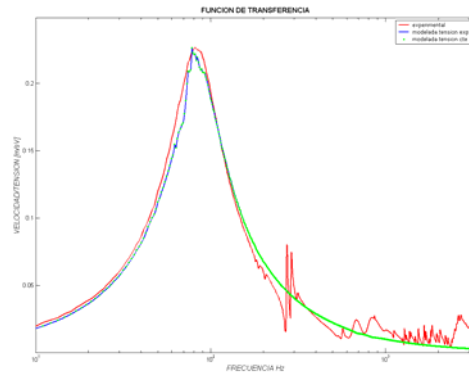


Figure 3 – Comparación entre las funciones de transferencia experimental y modelada

#### 4.2. Medición de la velocidad de desplazamiento del diafragma. Función de transferencia.

Una vez obtenido el modelo de parámetros concentrados, es completado incluyendo la influencia de la geometría de la caja en que es montado el altavoz, para el caso de una caja cerrada. Se utiliza la siguiente expresión para el volumen equivalente encerrado, en función de la presión y la frecuencia, en lugar del volumen físico real.

$$V_B = -\frac{x_d S_d \rho_0 c^2}{p} = j \cdot \frac{v_d S_d \rho_0 c^2}{\omega p} \quad [m^3] \quad (3)$$

Para obtener el valor de la presión en función de la frecuencia, se modela el altavoz montado en la caja cerrada para hacer la simulación acústica mediante elementos de contorno, utilizando como condición de contorno la velocidad de desplazamiento experimental del diafragma.

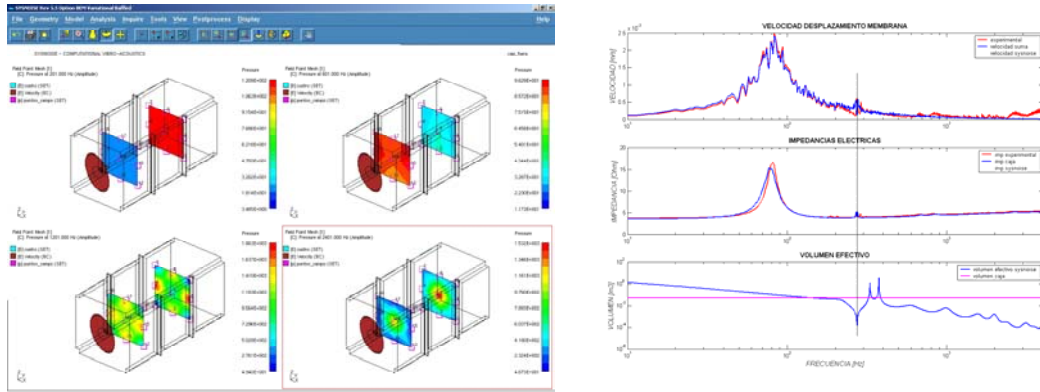


Figure 4 – (a) Campo de presión en el interior de la caja a 201 Hz, 601 Hz, 1201 Hz y 2401 Hz. (b) Influencia del volumen de aire contenido sobre la impedancia eléctrica y sobre la velocidad de desplazamiento de la membrana

La presión fue medida en un grupo uniformemente distribuido de puntos de campo a lo largo del volumen de la caja. Se asume la hipótesis de campo de presiones uniformemente distribuido en el volumen, y se calcula un valor medio de presión para cada frecuencia. Podemos ver la relación entre el volumen efectivo de la cavidad, y la impedancia eléctrica. Si sustituimos el volumen real por el volumen equivalente, se aprecia la influencia en el tramo de baja frecuencia de la impedancia, cambiando la resonancia del altavoz como si estuviera montado sobre una caja mayor. Se puede apreciar también la influencia de un modo acústico de la cavidad reflejada en la curva de impedancia eléctrica, y de la velocidad de desplazamiento modelada.

## 5. CÁLCULO DE UNA CAJA TIPO BASS-REFLEX MEDIANTE OPTIMIZACIÓN

Vista ya la influencia de la geometría de la caja en el comportamiento del altavoz, completamos la función de transferencia con una rama adicional al circuito equivalente para incluir el ducto bass-reflex. Utilizaremos después esta expresión completa de la función de transferencia para derivar una relación útil para el diseño de la caja bass-reflex. El modelo de parámetros concentrados para una caja bass-reflex se muestra a continuación:

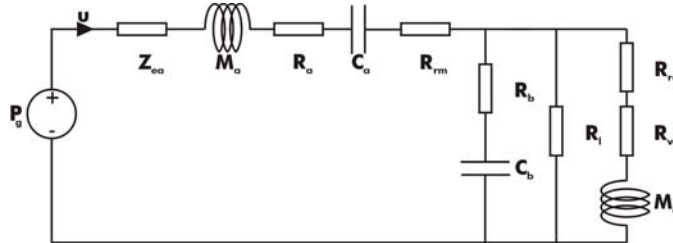


Figure 5 – Circuito equivalente de un altavoz montado en caja bass-reflex

A partir de este modelo equivalente, se puede obtener una expresión para la velocidad de desplazamiento de la columna de aire contenida en el ducto.

### 5.1. Criterio de optimización. Velocidad de desplazamiento de la columna de aire contenida en el ducto de la caja bass-reflex

El criterio de optimización adoptado es maximizar la velocidad de desplazamiento de la columna de aire contenida en el ducto, en función de sus dimensiones geométricas, sección y longitud, y su relación con el volumen total de la caja. Esta condición será aplicada en un rango

de frecuencias. Las expresiones utilizadas, obtenidas a partir del circuito eléctrico equivalente son las siguientes:

$$vel_{ducto}(f, V_b, L_{ducto}, r_{ducto}) = p_{equiv} \left( \frac{1 - \frac{\frac{Bl^2}{S_d^2 Z_{spline}} + R_a + j\omega L_a + \frac{1}{j\omega C_a} + R_{rd}}{Z_{total}}}{Z_d} \right) \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (4)$$

$$Z_d = R_{ad} + R_{vd} + j\omega M_{ad} \left[ \frac{kg}{m^4 s} \right] \quad (5)$$

$$R_{ad} = \frac{\rho_0 \omega^2}{2\pi c}, \quad R_{vd} = \rho_0 c \left[ 16kx^2 \left( 1 + \frac{1}{8x(1+4x^2)} \right) \frac{L_d'}{\pi r_d^2} \right]^{[1]} \left[ \frac{kg}{m^4 s} \right], \quad x = \sqrt{\frac{2\mu}{\rho_0 \omega}} \left[ m \right], \quad k = \frac{\omega}{c} \quad (6)$$

$$L_d' = L_d + \frac{16r_d^{[1]}}{3\pi} \left[ m \right], \quad M_{ad} = \rho_0 \left[ \left( \frac{4}{3} - \frac{10}{3(10+x)} \right) \frac{L_d'}{\pi r_d^2} \right]^{[1]} \left[ \frac{kg}{m^4} \right] \quad (7)$$

$$Z_{total} = \left( \frac{Bl^2}{S_d^2 Z_{spline}} + R_a + j\omega L_a + \frac{1}{j\omega C_a} + R_{rd} + \frac{1}{\frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_l} + \frac{1}{Z_d}} \right), \quad Z_b = R_b + \frac{1}{j\omega \frac{V_b}{\rho c^2}}, \quad Z_l = R_l \quad (8)$$

## 5.2. Función objetivo y restricciones

Se desea maximizar la velocidad de desplazamiento de la columna de aire del ducto, teniendo la longitud del ducto y la sección como variables. Matemáticamente queda expresado como:

$$\begin{aligned} \min & \left( - \int_{f_1}^{f_2} vel_{ducto}(f, V_b, L_{ducto}, r_{ducto}) df \right) \\ & V_b + \pi r_{ducto}^2 L_{ducto} - V_{max} \leq 0 \\ & Tr_{ducto} - L_{ducto} \leq 0 \\ & 0 \leq V_b \leq V_{max} \\ & 0 \leq L_{ducto} \leq L_{max} \\ & 0 \leq r_{ducto} \leq r_{max} \end{aligned} \quad (9)$$

Las restricciones impuestas hacen referencia al tamaño de la caja y a la relación de aspecto del ducto. Estos parámetros tienen un rango de variación definido. Para resolver el problema de optimización, se elige el método de Davidon-Fletcher-Powell. Se desarrolla una expresión que recoge las funciones de penalización, para tener en cuenta las restricciones comentadas. Con esta técnica, se puede empezar a partir de un vector solución inicial, que no tiene que estar necesariamente dentro del espacio factible. En resumen, para cada iteración, el método DFP busca la dirección del vector solución, desde el punto inicial, hasta una solución intermedia, y después determina el tamaño de paso a aplicar en esa dirección. Cuando se llega a un nuevo punto de solución, el método DFP comprueba si está dentro del espacio factible. Si no lo es, se introduce una modificación en la función de optimización a través de las funciones de penalización, y vuelve a iterar, hasta cumplir una condición de parada, bien por encontrar una solución, o por no poder mejorar la solución previa, o por alcanzar el número máximo de iteraciones. El vector solución en cada paso se muestra en la tabla siguiente, incluyendo el vector solución final.

iteración #	Volumen encerrado [m <sup>3</sup> ]	Longitud ducto [m]	Radio sección ducto [m]
Punto inicial	5.0000e-003	1.5000e-001	1.5000e-003
1	7.3355e-002	9.5302e-002	1.5597e-001
2	7.2891e-002	8.8380e-002	-4.0481e-002
3	1.7364e-002	5.3559e-002	5.7376e-002
4	1.4925e-002	4.9429e-002	4.9216e-002
5	1.4925e-002	4.9429e-002	4.9216e-002
<b>solution</b>	<b>2.8370e-002</b>	<b>7.9656e-002</b>	<b>7.9705e-002</b>

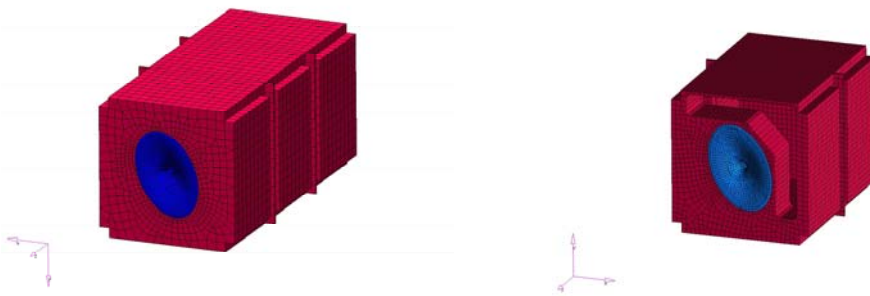


Figure 6 – (a) Modelo FE de caja cerrada antes de la optimización .(b) Modelo FE de la Caja bass-reflex después de la optimización

### 5.3. Simulación acústica de la caja bass-reflex con Sysnoise

Como referencia, se simula el comportamiento acústico del altavoz montado en la caja cerrada, a partir de los valores obtenidos para su velocidad de desplazamiento del modelo de circuito eléctrico equivalente. Se pueden comparar estos valores con los medidos experimentalmente en un punto a un metro de distancia en el eje del altavoz. Una vez se disponen de los datos geométricos de la caja bass-reflex, se construye su modelo de FE, a partir del modelo de caja cerrada previo. Al no disponer de suficiente superficie en la cara delantera de la caja para incluir el ducto con sección circular, se adoptó un ducto de sección no circular, prestando cuidado a no alterar el perfil parabólico del flujo de aire, tomado como hipótesis del modelo, con radios de acuerdo demasiado pequeños. En este nuevo modelo, se aplica la condición de contorno de velocidad en el diafragma. Este dato de velocidad se obtiene del circuito eléctrico equivalente, incluyendo los resultados de la optimización. Se puede observar una diferencia máxima de 20 dB dentro del rango de optimización elegido, pero al mismo tiempo existe una disminución de nivel a bajas frecuencias. A partir de estos resultados, se pueden tomar decisiones sobre el diseño de una caja para altavoz antes de su construcción.

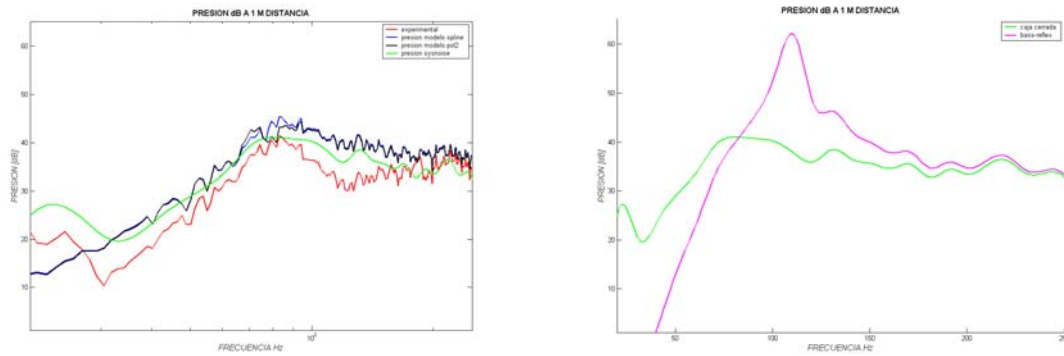


Figure 7 – (a) Presión acústica medida y simulada en un punto a 1 m para la caja cerrada (b) Nivel de presión acústica en el mismo punto, para la caja cerrada y la caja bass-reflex

## 6. CONCLUSIONES

Aplicando la simulación acústica con Sysnoise, a partir del dato de velocidad de desplazamiento del diafragma de un altavoz, predicho mediante el modelo de circuito eléctrico equivalente del altavoz, es una herramienta útil para predecir el comportamiento de un altavoz montado en cajas abiertas o cerradas. Puede ser utilizado para diseñar cajas del tipo bass-reflex, pudiendo tener en cuenta la influencia de la geometría de la caja. Los modelos de simulación acústica de elementos de contorno, BE, pueden ser utilizados para el diseño de nuevas cajas acústicas.

## 7. REFERENCIAS

- [1]. U. INGARD, On the Theory and Design of Acoustic Resonators, JASA, Volume 25, Number 6, 1953.