

ACÚSTICA APLICADA A LA DETECCIÓN DE HACES DE PARTÍCULAS PARA HADRONTERAPIA

PACS: 43.35.Zc

Jorge Enrique Otero Vega, Miguel Ardid Ramírez, Iván Felis Enguix, Juan Antonio Martínez Mora

Universidad Politécnica de Valencia
C/ Paranimf 1,
46730, Grao de Gandia, Valencia. España
Tel: (+34) 963 870 000 Ext. 43681
Fax: (+34) 962 849 309
E-Mail: jorotve@epsg.upv.es

Palabras Clave: optoacústica, hadronterapia, haz de partículas

ABSTRACT

The use of heavier particles, (charged with heavy protons and ions) in radiotherapy (Hadrontherapy) allows a completely different distribution in the dose of tissues, which constitutes its main advantage over radiotherapy with photons. When these particles penetrate the organism, the lost of energy per unit length is inversely proportional to the square of its speed. This dependence makes the maximum loss of energy and highest ionization density be produced at the end of the travel path of the particle, when its speed is near to zero. It is shown in this article a detailed study of the processes taking place from the interaction of protons with matter (for different kinds of energy and their number), through energy deposition in a three-dimensional volume, to the point of getting the acoustic pulse, resulting from the media local heating. A relationship between energy and the number of protons with the temporal profile of sound-level is observed. This allows us to predict the signal amplitude and establish criteria for its detection and location, just like those of design of acoustic sensors for monitoring in hadrontherapy.

RESUMEN

El empleo de partículas pesadas cargadas (protones e iones pesados) en radioterapia (Hadronterapia) permite una distribución de dosis en los tejidos completamente diferente, lo que constituye su principal ventaja frente a la radioterapia con fotones. Cuando estas partículas penetran el organismo, su pérdida de energía por unidad de longitud es inversamente proporcional al cuadrado de su velocidad. Esta dependencia hace que la máxima pérdida de energía y mayor densidad de ionización se produzca al final del recorrido de la partícula, cuando su velocidad es próxima a cero. En este artículo se muestra un estudio pormenorizado de los procesos que tienen lugar desde la interacción de los protones con la materia (para distintas energías y número de los mismos), pasando por la deposición de energía en un volumen tridimensional, hasta la obtención del pulso acústico resultante del calentamiento local del medio. Se observa una relación entre la energía y el número de protones con el perfil temporal de la señal. Esto nos permite predecir la amplitud de la señal y establecer criterios para su detección y localización, así como de diseño de sensores acústicos para monitorización en hadronterapia.

1. INTRODUCCIÓN

Las primeras observaciones sobre el efecto termoacústico, fueron realizadas por Graham Bell en 1880 cuando trabajaba en un experimento para intentar transmitir la voz a grandes distancias utilizando luz solar como portadora de la información reflejando esta sobre una celda de selenio [1]. Sin embargo, no fue hasta 1896 cuando Rayleigh dio una explicación a este fenómeno afirmando que, si el valor absoluto de la diferencia de fase entre el flujo de calor al fluido y la oscilación de presión es menos que $\lambda/2$, entonces la onda acústica será excitada, es decir habrá producción de potencial acústico [2]. Haciendo uso de la teoría desarrollada por Rott (1969) y Swift (1988) para modelar el efecto termoacústico, Hueslsz y Ramos calcularon el valor absoluto de la diferencia de fase entre el flujo de calor al fluido, la oscilación de presión y la producción de potencia acústica, demostrando que esta teoría satisface el criterio de Rayleigh.

En la actualidad, el desarrollo de nuevas tecnologías para tratamientos al cáncer, han demostrado su efectividad sobre zonas donde la radiación con fotones aumenta el riesgo de daño en órganos adyacentes. El empleo de haces de iones está en aumento en la radiación oncológica, ofreciendo mayores ventajas en la distribución de protones, dosis con características de entregar el total de su energía al final del alcance (pico de Bragg). Diferentes técnicas como la tomografía por emisión de positrones o imagen gamma instantánea, se encuentran en investigación clínica y experimental para medir la posición del pico de Bragg. Sin embargo, estos métodos se basan en una instrumentación compleja y una correlación no directa entre la radiación secundaria nuclear producida y la deposición de dosis inducida [3], de modo que no se puede esperar una exactitud de posicionamiento del pico de Bragg de más de unos pocos milímetros.

2. MODELO DE PICO DE BRAGG

Para evaluar las características acústicas del pico de Bragg en un fluido, se han desarrollado algoritmos que describen el comportamiento del pico de Bragg, así como simulaciones del modelo termoacústico, modelos que se describen a continuación.

2.1 Modelo

La ley de Bragg ha sido uno de los grandes descubrimientos del siglo XX, tanto así, que en 1915 sus descubridores Laurence Bragg y Henry Bragg padre e hijo, recibieron el premio nobel en física por sus estudios en el análisis de la estructura cristalina por medio de rayos X [5], trabajo que presentaba las curvas de ionización de las partículas gama en el aire, demostrando que la ionización disminuía exponencialmente con la distancia. Las propiedades de los iones de masa igual o mayor que el protón son completamente diferentes de los fotones. Los protones una vez acelerados pierden energía por interacciones electromagnéticas en su trayectoria al atravesar los tejidos, la transferencia energética por unidad de longitud es pequeña y constante, hasta que se alcanza el alcance donde pierde toda la energía restante en una distancia relativamente corta (depende de la energía inicial del haz), comportamiento que se puede describir con el pico de Bragg. En este artículo se describe una aproximación analítica presentada en 1996 [4], una representación numérica válida para protones con energías entre 10 y 200 MeV. Se considerarán dos partes, en la primera un modelo para haces mono energético y en segundo lugar el desarrollo de dicho modelado. Así pues, se considera un haz mono energético de protones a lo largo de un eje Z en un medio homogéneo. El flujo energético en el medio puede ser escrita como:

$$\varphi(z) = \phi(z)E(z) \quad (1)$$

Donde $\phi(z)$ es el flujo energético, es decir, el número de protones por cm^2 y $E(z)$ es la energía depositada en el eje Z . El total de la energía liberada en el medio por unidad de masa en el eje z será:

$$T(z) = -\frac{1}{\rho} \frac{d\phi}{dz} = -\frac{1}{\rho} \left(\phi(z) \frac{dE(z)}{dz} + \frac{d\phi(z)}{dz} E(z) \right) \quad (2)$$

Donde ρ es la densidad de masa del medio. La pérdida de energía mostrada en la ecuación 2, puede atribuirse a interacciones nucleares no elásticas. Existen diversos algoritmos para obtener la dosis resultante, asumiendo una deposición de energía local [6]. El método descrito en este artículo describe el punto medio donde una cierta fracción γ de la energía liberada en las interacciones nucleares es absorbida localmente mientras que el resto es ignorado. Algunas investigaciones muestran que el valor γ debería ser ligeramente mayor que la mitad de la mayoría de energías [7]. Entonces, la deposición total absorbida $\hat{D}(z)$, vendrá dada por:

$$\hat{D}(z) = -\frac{1}{\rho} \left(\phi(z) \frac{dE(z)}{dz} + \gamma \frac{d\phi(z)}{dz} E(z) \right) \quad (3)$$

Para determinar la curva profundidad-dosis, es necesario conocer la expresión para $E(z)$ y $\phi(z)$. Estas se obtienen a partir de la relación alcance-energía conocida y de la probabilidad de interacciones nucleares no elásticas respectivamente.

Cálculo para $E(z)$

Una relación entre la energía inicial $E(z=0) = E_0$ y el alcance $z = R_0$ en el medio es aproximadamente:

$$R_0 = \alpha E_0^p \quad (4)$$

Donde $p = 1.5$, Esta relación es válida para protones con energías cerca de los 10 MeV. Para energías superiores y hasta 250 MeV el exponente p incrementa a $p = 1.8$. El factor alfa α es proporcional a la raíz de la masa atómica efectiva del medio absorbente también conocido como la regla Bragg-Kleeman [8], que a su vez es inversamente proporcional a la densidad del medio. En esta investigación se realiza el mejor ajuste para las tablas publicadas por ICRU (Comisión Internacional de Medidas de Radiación) [4][9]. Haciendo uso de la inversa de la ecuación (4) para $R_0 \leq 0.5 \text{ cm}$, y asumiendo que E_0 está dado en unidades de MeV y R_0 en cm, los mejores valores de ajuste para $E_0(R_0)$ será $p = 1.77$, $\alpha = 2.2 \times 10^{-3}$ para protones en agua. Dado que el haz deposita energía a lo largo de su recorrido entre $z = 0$ y $z = R_0$ en el medio, la energía restante $E(z)$ en una arbitraria profundidad de penetración $z \leq R_0$, debería ser suficiente para recorrer la distancia $R_0 - z$ de acuerdo con la relación de alcance-energía:

$$E(z) = \frac{1}{\alpha^{1/p}} (R_0 - z)^{1/p} \quad (5)$$

Con esta expresión para la energía residual en función de la profundidad, la potencia de frenado lineal estará dada por:

$$-\frac{dE}{dz} = \frac{1}{p\alpha^{1/p}} (R_0 - z)^{1/p-1} \quad (6)$$

Cálculo para $\phi(z)$

Para energías cercanas a los 20 MeV hay una pequeña probabilidad que los protones se desvíen del haz debido a interacciones nucleares. La probabilidad P , para cada

interacción nuclear, así como la función de alcance residual ($R_0 - z$) ha sido descrita por Janni [10] como:

$$\phi(z) = \frac{1}{1 - P(R_0 - z)} \quad (7)$$

El parámetro β estará determinado como $\beta = 0.012 \text{ cm}^{-1}$, debido que por razones prácticas es más útil normalizar el flujo al flujo primario ϕ_0 , que produce:

$$\phi(z) = \phi_0 \frac{\beta}{1 + \beta R_0} \quad (8)$$

Cálculo para $\widehat{D}(z)$

La distribución profundidad-dosis puede ser calculada insertando las ecuaciones (5), (6), (8) dentro de la ecuación (3), dando lugar a:

$$\widehat{D}(z) = \begin{cases} \phi_0 \frac{(R_0 - z)^{\frac{1}{p}-1} + (\beta + \gamma\beta p)(R_0 - z)^{\frac{1}{p}}}{q p \alpha^{\frac{1}{p}} (1 + \beta R_0)} & \text{para } z < R_0 \\ 0 & \text{para } z > R_0 \end{cases} \quad (9)$$

El término $\widehat{D}(z)$ es la contribución de la dosis de aquellos protones que no tiene interacciones nucleares. Esta exhibe un cierto comportamiento en el pico de Bragg ya que aumenta monótonamente de $z = 0$ a $z = R_0$ y tiene un pico en R_0 . Sin embargo, debido a la dispersión de la distancia, el pico es demasiado estrecho y existe una singularidad en $z = R_0$. La distribución de la profundidad proyectada a la cual los protones han perdido toda su energía $E_0 - E$ es aproximadamente una distribución Gaussiana con una profundidad media $\bar{z}(E, E_0)$ y una desviación estándar $\sigma_z \bar{z}$. Por tanto, la distribución de la deposición de energía a lo largo del alcance de profundidad se puede expresar como:

$$D(z) = \phi_0 \frac{e^{\zeta^2/4} \sigma^{1/p} \Gamma(1/p)}{\sqrt{2\pi} p \alpha^{1/p} (1 + \beta R_0)} \times \left[\frac{1}{\sigma} L_{-1/p}(-\zeta) + \left(\frac{\beta}{p} + \gamma\beta + \frac{\epsilon}{R_0} \right) L_{-1/p-1}(-\zeta) \right] \quad (10)$$

La función gamma de la ecuación (10) ha sido computada con programas comerciales de cálculo en ordenadores [11], por lo tanto, $\Gamma(1/p) = 1.575$. Debido a que la cola del espectro de energía es más difícil de generar dado que puede depender de muchos factores diferentes y su forma exacta no es generalmente conocida, se puede utilizar el hecho de que el flujo total correspondiente a la cola es sólo una fracción ϵ relativamente pequeña [4]. En la ecuación 10, es fundamental la función de cilindro parabólico que se muestra en la ecuación (11).

$$L_p = 2^{\frac{p}{2}} e^{-\frac{x^2}{4}} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{1-p}{2})} \Phi\left(-\frac{p}{2}, \frac{1}{2}, \frac{x^2}{2}\right) - \frac{\sqrt{2\pi} z}{\Gamma(\frac{1-p}{2})} \Phi\left(\frac{1-p}{2}, \frac{3}{2}, \frac{x^2}{2}\right) \right\} \quad (11)$$

Los valores Φ se determinan a través del desarrollo en serie de potencias de z :

$$\Phi(\alpha, \gamma, z) = 1 + \frac{\alpha z}{\gamma 1!} + \frac{\alpha(\alpha+1) z^2}{\gamma(\gamma+1) 2!} + \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2) z^3}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2) 3!} + \dots \quad (12)$$

Los valores evaluados para este modelo analítico (Eq.9) se muestran en la tabla 1. Este modelo se ha comprobado para valores de $\zeta > 10$ y $\zeta > -5$, evaluados como $\zeta = \frac{R_0 - z}{\sigma}$.

	Valor	Unidad
p	1.77	-
α	0.0022	$cmMeV^{-p}$
β	0.012	cm^{-1}
γ	0.6	-
ρ	1000	Kg/m^3
ϵ	$\approx 0.0 - 0.2$	-

Tabla 1. Parámetros utilizados en el modelo analítico

2.2 Aplicación

En la figura 1 se muestran el comportamiento del pico de Bragg para cargas desde 20 a 150 MeV. Dicho comportamiento se ha verificado con diversos estudios [14][15][16] sobre haces de protones para aplicaciones médicas y el comportamiento del pico de Bragg.

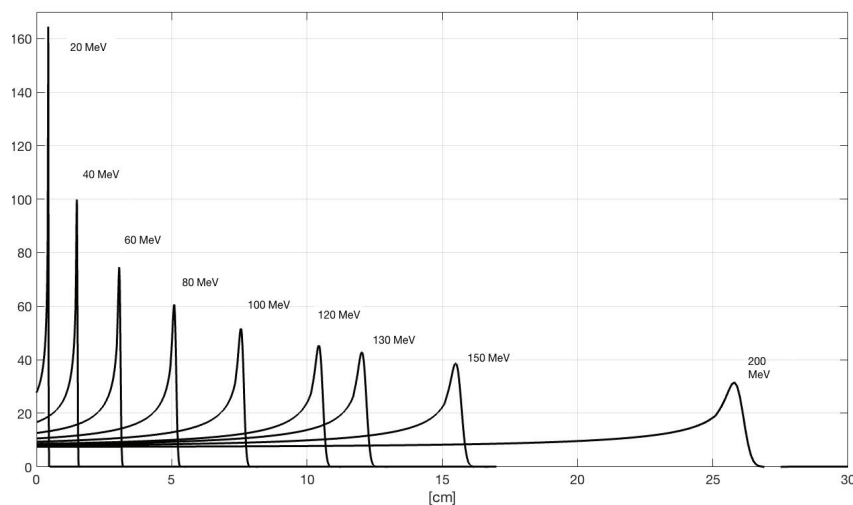


Figura 1. Posición del pico de Bragg para haces de protones de diferentes energías. Eq.9, 10

Se ha asumido un ancho transversal tipo gaussiano para la deposición con un ancho de 3 mm sobre el eje Z.

3. MODELO TERMOACÚSTICO

El modelo termoacústico fue desarrollado en 1970 [12]. Este modelo fue desarrollado para describir el mecanismo de producción de señales acústicas bipolares medidas en un experimento con un impulso de protones en un fluido [13]. De acuerdo al modelo, la deposición de energía de partículas que atraviesan un líquido, produce un calentamiento local en el medio que puede considerarse instantáneo con respecto a la escala de tiempo hidrodinámica. Debido al cambio de temperatura, el medio se expande o se contrae según su coeficiente de expansión volumétrica α . El movimiento acelerado del medio calentado forma un pulso de presión que se propaga a través del fluido. En la ecuación

(13) se describe dicho modelo y sus soluciones particulares se muestran la ecuación (14).

$$\bar{\nabla}^2 p(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c_s^2} \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -\frac{\alpha}{c_p} \cdot \frac{\partial^2 \epsilon(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (13)$$

$$p(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\alpha}{c_p} \int_V \frac{dV'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t'^2} \epsilon\left(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c_s}\right) \quad (14)$$

donde $p(\vec{r}, t)$ es la presión en cualquier instante temporal t y posición espacial \vec{r} , c_s representa la velocidad del sonido en el medio, c_p es el calor específico, $\epsilon(\vec{r}, t)$ la densidad de energía depositada en el medio (la de los protones) y α el coeficiente de expansión térmica. En la figura 2 se muestra el sistema de coordenadas de la deposición de energía en un plano XZ, en ella se puede observar que la medida de presión de la posición del sensor situado en \vec{r} esta retardada con respecto al tiempo \vec{r}', t' por $\frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c_s}$ tal como se muestra en la figura 2.

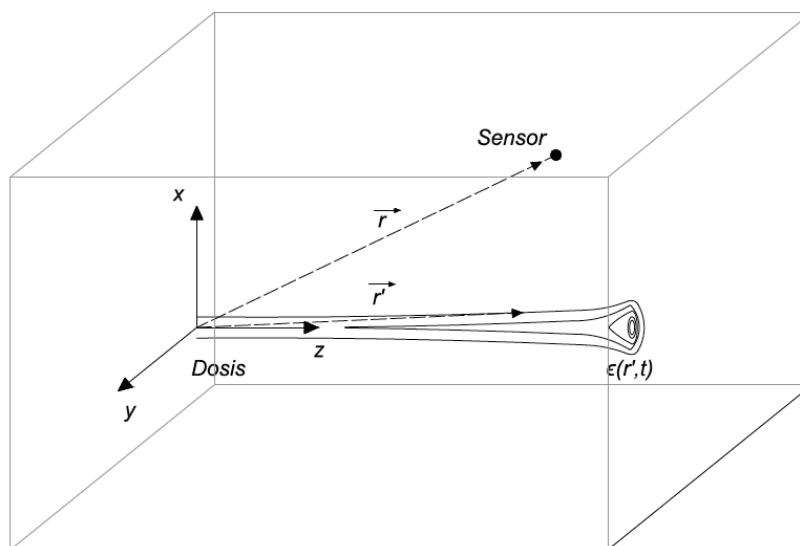


Figura 2. Deposición de energía $\epsilon(\vec{r}, t)$ en el plano XZ. La presión p y posición \vec{r} del sensor están relacionadas con la integral sobre todo el volumen de la dosis [17].

Cuando un pulso de protones irradia en un volumen homogéneo, crea una fuente de presión proporcional a la deposición de energía $\epsilon(\vec{r}, t)$. Cada elemento diferencial de volumen de la presión de la fuente irradiada, emite una onda de presión micro bipolar. La presión medida en el sensor es la suma de las ondas de micro presión emitidas por cada elemento diferencial del volumen. Debido a la velocidad constante del sonido en todo el medio, desde la perspectiva del sensor, la presión que llega al cabo de cierto tiempo t está relacionada con las ondas de presión emitidas en un radio común r . Debido a la derivada de dicha señal recibida en el sensor los picos de presión se traducen en ondas de presión bipolar.

4. Resultados

El cálculo de la presión para diferentes impulsos de protones, se lleva a cabo haciendo uso de ecuación 14 para determinar numéricamente la presión p para un volumen de dimensiones $x = 3 \text{ mm}$, $y = 3 \text{ mm}$, $z = 40 \text{ mm}$, un paso espacial $dx = 7.5 \text{ um}$ y un paso temporal $dt = 10 \text{ ns}$ respectivamente, con una velocidad del sonido 1507 m/s para el

agua a 20°. Debido a la simetría cilíndrica de la deposición de la dosis, una rejilla de simulación en 2D es equivalente a una matriz 3D para un sensor ubicado sobre el eje de simetría Z a una distancia de 40 mm de la fuente. Para $\epsilon(t)$ se utiliza un impulso de protones gaussiano con un ancho máximo de 2 mm, un tiempo de duración del pulso de $t = 100\text{ns}$ con $2 \cdot 10^6$ protones por pulso. Dicho procedimiento se realizó en Matlab con tiempos de cálculo para el modelo de 3D de entre 5 y 120 minutos, dependiendo de la energía que se desee simular. En la figura 3 se muestra la disposición del sensor sobre el eje de simetría a lo largo del volumen simulado y el resultado del modelo analítico presentado en la ecuación 14.

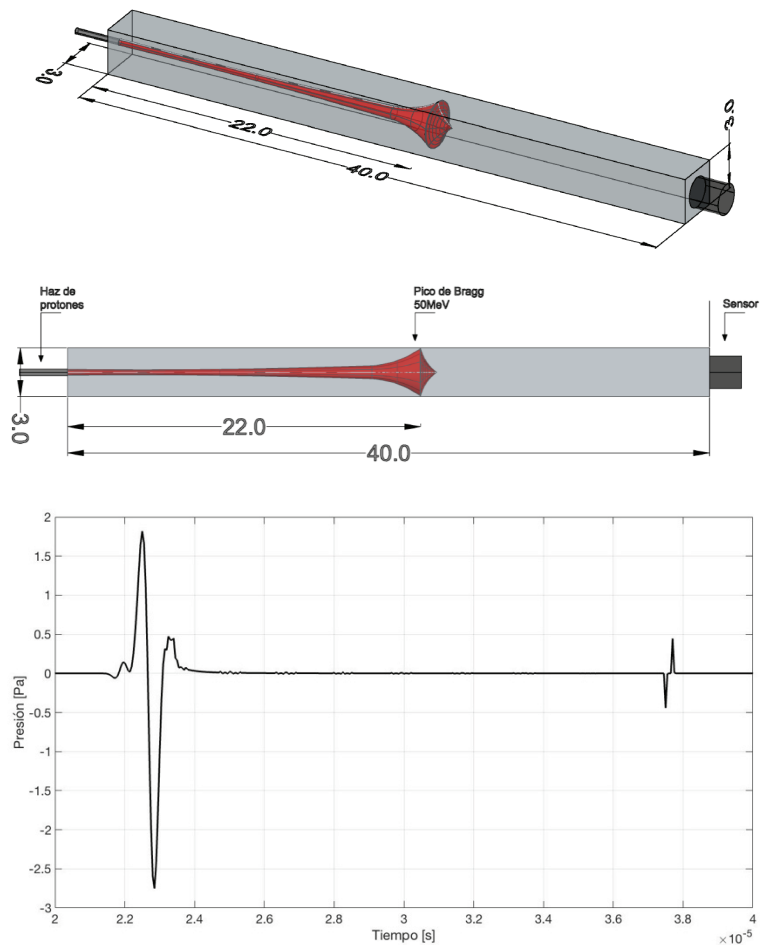


Figura 3. Presión obtenida $p(\vec{r}, t)$ para energía de 50MeV y un sensor sobre el eje de simetría a 40 mm

Para validar el modelo con diferentes estudios [3] [17], se han simulado valores de energía de 20, 50, 80, 100, 130 y 150 MeV. En la figura 4 se muestran los resultados de presión y el espectro en frecuencia para un sensor a 200 mm de la fuente de protones.

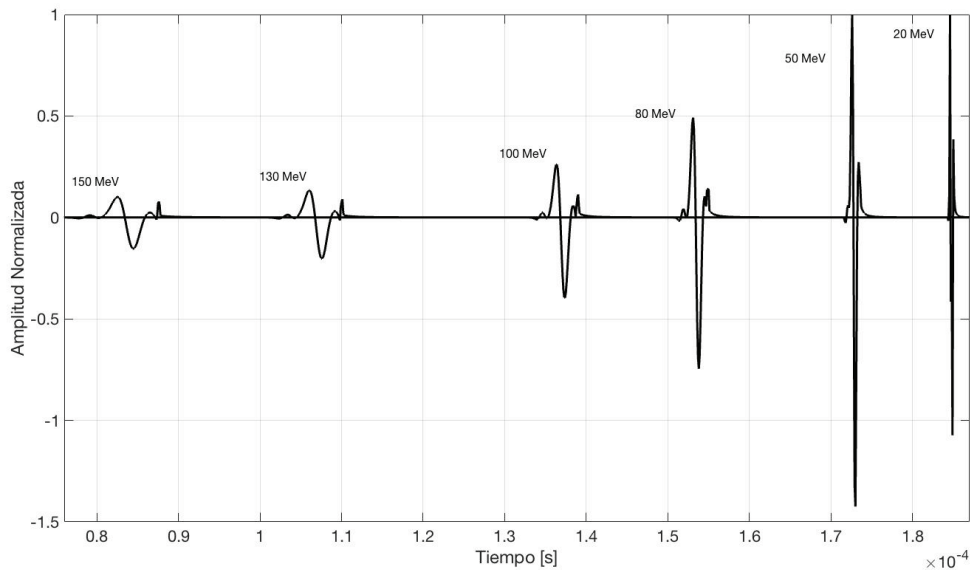


Figura 4. Resultados para simulación con diferentes energías con un sensor sobre eje de simetría a 200 mm de la fuente.

5. Conclusiones

Las simulaciones para un haz de protones con el modelo termoacústico, demuestra ser una gran herramienta para verificar y caracterizar el pico de Bragg para energías entre 20 y 200 MeV. El bajo coste computacional, el gran contenido de información que se puede obtener y la facilidad de uso, hacen que el método propuesto sea de gran utilidad en aplicaciones clínicas, una técnica prometedora que se puede llevar a la práctica como herramienta de tiempo de real de localización de la distribución de la dosis mediante la medida de ondas generadas en diferentes fluidos y capturadas por diferentes sensores.

Haciendo uso de varios transductores piezoeléctricos, se podrá detectar de manera simultánea la señal acústica producida por el pico de bragg para obtener información sobre su localización real además de implementar los resultados para aplicaciones prácticas en tomografía. Las contribuciones de este trabajo, estarán encaminadas en mejorar el comportamiento del modelo termoacústico a partir de la deposición de protones en fluido modelado a través del pico de bragg, del tratamiento de las señales, y de la disposición de los sensores.

6. Referencias

- [1] Bell, A. G., Am. J. of Sci. 20 , 305 (1880).
- [2] G. Huelsz. Efecto termoacústico y sus aplicaciones. Centro de investigación de Energía, UNAM. 2004
- [3] W. Assmann, S. Kellnberger, S.Reinhardt, S. Lehrack, A. Edlich, P. G. Thirolf, M. Moser, G. Dollinger, M. Omar, V. Ntziachristos, and H. Parodi. Ionoacoustic characterization of the proton Bragg peak with submillimeter accuracy. Medical Physics, (2015).
- [4] Thomas, Bortfeld. An Analytical approximation of the Bragg curve for therapeutic proton beams. American Association of Physicists in Medicine. 1997.

- [5] W. H. Bragg, W. L. Bragg. The reflection of X-rays by Crystals. The Royal Society, 1 July 1913. DOI: 10.1098
- [6] M. Lee, A. Nahum, S. Webb. An empirical method to build up model of proton dose distribution for a radiotherapy treatment-planning package.
- [7] M. J. Berger. Penetration of proton beams through water I. Depth-dose distribution, spectra and LET distribution. Report NISTIR 5226, National institute of standards and technology, physics laboratory, Gaithersburg, MD 20899, July 1993.
- [8] R. D. Evans. The atomic nucleus. Robert E. Krieger, Malabar, FL, 1982.
- [9] ICRU Report 49: Stopping powers and ranges for protons and alpha particles. International Commission on Radiation Units and Measurements, Bethesda, MD, 1993.
- [10] J. F. Janni, Proton range-energy tables, 1 keV–10 GeV. At. Data Nucl. Data Tables 27, 147–339. 1982.
- [11] M. Abramowitz, I. A. Stegun. Handbook of mathematical functions. Dover, New York. 1992.
- [12] G. A. Askaryan. Hydrodynamic Radiation from the tracks of ionizing particles in stable liquids (1957).
- [13]. L. Sulak, T. Armstrong et al. Experimental studies of acoustic signature of proton beams traversing fluid media, Nucl. Instrum. Methods 161. 1979.
- [14] L. Hong y et al. A pencil beam algorithm for proton dose calculations. Physics in medicine & biology, 2011.
- [15] N. C. Koch, W. D. Newhauser. Development and verification of an analytical algorithm to predict absorbed dose distributions in ocular proton therapy using Monte Carlos Simulations. Physics in medicine & biology, Volume 56, N°3, 2010
- [16] K. R. Russell and et al. Implementation of pencil kernel and depth penetration algorithms for treatment planning of proton beams. Physics in medicine & biology, 45 (2000) 9-27
- [17] K.C. Jones, C.M. Seghla, S. Avery. How proton pulse characteristics influence protoacoustic determination of proton beam range: simulation studies. Physics in medicine & biology, 61 (2016) 2213-2242