

METODOLOGÍA PARA LA CARACTERIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO NO LINEAL DE UNA FAMILIA DE TRANSDUCTORES DE ULTRASONIDOS DE POTENCIA

PACS: 43.35 Yd

David Arroyo¹; Alfonso Blanco²; Enrique Riera¹; Andrea Cardoni³

¹ Grupo de Ultrasonidos de Potencia, CSIC

Serrano, 144, 28006 Madrid, España

² Instituto de Física Aplicada, CSIC

Serrano, 144, 28006 Madrid, España

³ Pusonics, S.L.,

Pico Almanzor, 33, 28500 Arganda del Rey (Madrid), España

E-mail: david.arroyo@caend.upm-csic.es; alfonso@iec.csic.es; eriera@ia.cetef.csic.es;

a.cardoni@pusonic.es

ABSTRACT

The design and control of any system requires a thorough understanding of its dynamics. In the case of the systems developed within the Group of Power Ultrasound, CSIC, this dynamic is non-linear. Experiments have proven the existence of harmonic and subharmonic components, the displacement of the resonance frequency and routes to chaos. Reporting evidence of conduct that, if not properly studied and controlled, can lead to degradation of the system. Our future work will be to develop a methodology to identify the source of various nonlinearities, which requires a comprehensive study of the dynamic and interaction between the subsystems involved.

RESUMEN

El diseño y control de cualquier sistema requiere un perfecto conocimiento de su dinámica. En el caso de los sistemas desarrollados en el seno del Grupo de Ultrasonidos de Potencia del CSIC, tal dinámica es de carácter no lineal. Experimentalmente se ha comprobado la existencia de componentes armónicas y subarmónicas, el desplazamiento de la frecuencia de resonancia, así como de *rutras hacia al caos*. Evidencias que informan de un comportamiento que, en caso de no ser debidamente estudiado y controlado, puede comportar una degradación del sistema. Nuestro trabajo futuro consistirá en desarrollar una metodología para identificar el origen de las diversas no linealidades, lo que exige un estudio exhaustivo de la dinámica e interacción entre los subsistemas implicados.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de generación de ultrasonidos de potencia desarrollados por el Grupo de Ultrasonidos de Potencia (GUP) del CSIC [1-3] tienen un comportamiento no lineal, lo que imposibilita su caracterización y posterior control en base al paradigma LTI (*Linear Time-Invariant*). Si tomamos como referencia el paradigma conceptual de la teoría de sistemas, podemos pensar que cada uno de los transductores diseñados en el GUP es un sistema constituido fundamentalmente por **tres subsistemas (excitador piezoeléctrico, amplificador mecánico y placa radiante)**. Estos tres subsistemas se encuentran conectados en cascada, de modo que cada uno de ellos realiza la oportuna conversión energética (eléctrico-mecánica, mecánico-acústica) o adapta eficazmente la transformación energética al medio oportuno. Cada uno de

esos tres subsistemas presenta **desviaciones respecto** a la respuesta típica de un **sistema lineal** [4-5], lo que se constata por la aparición de frecuencias en el espectro de salida que no estaban en el espectro de la señal de entrada. Esta circunstancia imposibilita establecer una relación biunívoca entre frecuencias de entrada y frecuencias de salida, esto es, **no se puede deducir una función de transferencia para cada subsistema**. Es por ello que debemos buscar procedimientos que permitan establecer la correlación existente entre cada frecuencia de salida y el conjunto de frecuencias de entrada para cada uno de los tres subsistemas [6-7]. Por otro lado, tal proceso de identificación ha de contemplar la **dependencia temporal de la dinámica del sistema**. A este respecto, hemos de identificar tres fuentes principales de tal varianza temporal:

- A. La interacción entre los tres subsistemas que integran nuestros sistemas transductores no es unidireccional, sino que existe una realimentación del subsistema excitador procedente de las subsiguientes etapas o subsistemas. Lo que es más, la **interacción** entre dos subsistemas consecutivos es **variable con el tiempo**, pues existe bien deformación mecánica, bien fricción entre componentes que puede llevar a una modificación del estado de acoplamiento entre los mismos, así como a un incremento de temperatura.
- B. Transferencia de energía a través de la interacción entre los soportes y fijaciones de cada subsistema y el sistema global. Este fenómeno se traduce en un *acoplamiento energético* entre las diversas etapas del sistema transductor, es decir, en una transferencia mutua de energía entre los diversos componentes del sistema a través de los soportes y fijaciones de los subsistemas. En este sentido, cada componente influencia y es influenciado por el resto de componentes. Por otro lado, la vibración de los soportes y fijaciones de cada subsistema hace que esa transferencia de energía se lleve mediante modulación de la misma, llegando a aparecer fenómenos de intermodulación en caso de que el conjunto soportes/fijaciones-subsistema tenga un comportamiento no lineal.
- C. Las características físicas del medio acústico final, esto es, del receptor final de la excitación, puede evolucionar o modificarse de acuerdo a ciertas situaciones, bien por condiciones exteriores (aumento de la presión, vertido y/o añadido de sustancias con distintos estados de agregación, etc.), bien por la evolución de propio medio al recibir la energía acústica (modificación de sustancias biológicas, entre otros factores). Como consecuencia la impedancia del medio cambia con mayor o menor rapidez, conforme a cierto tipo de patrones que conviene identificar y modelar, pues dicho cambio tiene una influencia ostensible en la dinámica de todas las etapas o subsistemas.

A tenor del tipo de interacciones recién reseñado, se ha de generar una metodología de trabajo que dé cuenta del carácter no lineal y variable con el tiempo tanto de los subsistemas que integran el sistema global, como de los acoplamientos energéticos entre componentes. En lo que sigue se presenta un resumen del conjunto básico de herramientas que va a constituir el soporte de nuestro trabajo futuro, en lo relativo a la caracterización y control del comportamiento no lineal de sistemas de generación de ultrasonidos de potencia.

2. ANÁLISIS EN TIEMPO-FRECUENCIA DE SERIES TEMPORALES

Uno de los principales objetivos de la metodología a implantar consiste en **identificar eventos responsables de cambios en la dinámica del sistema**. En este sentido, no basta con estudiar desde el dominio de la frecuencia (mediante la transformada de Fourier) las secuencias temporales (medidas de tensión/corriente, de vibración, de temperatura) a la salida de cada subsistema, sino que es preciso establecer mecanismos de identificación de cambios en el análisis espectral. Dicho de otra forma, el carácter no estacionario de ciertos fenómenos existentes en nuestros sistemas requiere efectuar un análisis en el dominio conjunto de tiempo y frecuencia, y no restringirnos a un estudio en frecuencia. La transformada Wavelet proporciona el *paradigma adecuado* para tal propósito y, en consecuencia, va a ser utilizada como fundamento de una serie de medidas de gran utilidad a la hora de identificar desviaciones respecto al comportamiento deseado, así como para cuantificar el grado de incidencia de un cierto elemento del sistema sobre su dinámica. A continuación se define la transformada Wavelet desde un punto de vista general, con objeto de dilucidar de modo sucinto las ventajas y limitaciones de su uso como base de

procedimientos de identificación de cambios en la dinámica de un sistema. Asimismo se introducen una serie de figuras de análisis derivadas de la transformada Wavelet.

La transformada wavelet de una cierta función $f(t)$ se determina como:

$$Wf(u, s) = \langle f, \psi_{u,s} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (1)$$

donde $\psi_{u,s}(t) = \psi\left(\frac{t-u}{s}\right)$. Suponiendo que $\psi(t)$ está centrada en 0, si $\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\psi(t)|^2 dt$, se tiene que la *dispersión temporal* de $\psi_{u,s}$ es

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (t-u)^2 |\psi_{u,s}(t)|^2 dt = s^2 \sigma_t^2 \quad (2)$$

Si $\psi(t)$ es una función analítica (es decir, su espectro es nulo para frecuencias negativas), la frecuencia central de su espectro se puede calcular como

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \omega |\Psi(\omega)|^2 d\omega \quad (3)$$

La transformada de Fourier de $\psi_{u,s}$ es

$$\Psi_{u,s}(\omega) = \sqrt{s} \Psi(s\omega) e^{-j\omega u} \quad (4)$$

y, por tanto, su frecuencia central será η/s . Por otro lado, se tiene

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} (\omega - \eta)^2 |\Psi_{u,s}(\omega)|^2 d\omega, \quad (5)$$

de modo que la dispersión de potencia en el caso de $\psi_{u,s}$ es

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \left(\omega - \frac{\eta}{s}\right)^2 |\Psi_{u,s}(\omega)|^2 d\omega = \frac{\sigma_\omega^2}{s^2} \quad (6)$$

En definitiva, la transformada Wavelet corresponde a una caja de Heisenberg centrada en $(u, \eta/s)$, con amplitud en el eje del tiempo $s^2 \sigma_t^2$, mientras que la amplitud en el eje de las frecuencias σ_ω/s . De este modo, el área de la caja será constante e igual a $\sigma_t \sigma_\omega$, aunque la resolución en tiempo y frecuencia depende del valor de escala s :

- A frecuencias mayores, menor valor de escala, *mayor resolución temporal*
- A frecuencias menores, mayor valor de escala, *mayor resolución en frecuencia*

Se define el **escalograma** como la densidad de energía encerrada en una caja de Heisenberg ligada a una transformada Wavelet. Matemáticamente vendrá dada como

$$R_W f(u, \xi) = |Wf(u, s)|^2 = \left| Wf\left(u, \frac{\eta}{\xi}\right) \right|^2 \quad (7)$$

Las *Wavelets* con las que se trabajara se obtienen como resultado de la modulación de una ventana real y simétrica g . En este sentido la función resultante de tal modulación es:

$$\psi(t) = g(t) e^{i\eta t} \quad (8)$$

Al ser $g(t)$ real, su espectro es simétrico y tiene valor máximo en $\omega = 0$. Por tanto, $\Psi(\omega)$ alcanza su valor máximo en $\omega = \eta$ y estará centrada en $\omega = \eta$. Para que la función obtenida mediante Eq. (8) sea analítica, es preciso que

$$G(\omega) = 0, \forall |\omega| > \eta \quad (9)$$

Hasta ahora se ha asumido implícitamente que las escalas y la dimensión temporal de la transformada Wavelet constituyen dominios continuos, esto es, se ha introducido la **transformada Wavelet continua (CWT)**. Ahora bien, se puede realizar una discretización del espacio de escalas y de tiempo. Para ello, en Eq. (2) se hace $s = 2^{-j}$ y $u = k \cdot 2^{-j}$ con $j \in \mathbb{N}$, con lo que se tendrá

una **transformada Wavelet diádica (DWT)**. Fruto de la discretización de escalas y del tiempo, las funciones Wavelet quedan expresadas como

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t-2^j k}{2^j}\right) \quad (10)$$

Para todas las escalas $\{\psi_{j,k}\}_{(j,k) \in \mathbb{Z}^2}$ es una base ortonormal de $L^2(\mathbb{R})$, lo que permite hacer uso de la teoría de Fourier y determinar la energía asociada a cada escala. En efecto, si se tiene una cierta secuencia $S = [s(0), s(T_s), \dots, s((M-1) \cdot T_s)]$, y se calculan los coeficientes de la transformada Wavelet como $C_j(k) = \langle S, \psi_{j,k} \rangle$, la energía asociada a cada nivel de resolución $j = 1, 2, \dots, N$, con $N = \log_2(M)$ será

$$E_j = \frac{1}{N_j} \sum_k |C_j(k)|^2 \quad (11)$$

siendo N_j el número de coeficientes en la escala j . En consecuencia, la energía total se obtendrá como

$$E_{\text{tot}} = \|S\|^2 = \sum_j \sum_k |C_j(k)|^2 = \sum_j E_j \quad (12)$$

Finalmente, la **energía wavelet relativa (RWE)** es el cociente entre la energía asociada a cada escala de resolución y la energía total:

$$p_j = \frac{E_j}{E_{\text{tot}}} \quad (13)$$

para $j = 1, 2, \dots, N$. De esta forma, y tal y como se muestra en [8], la RWE permite definir una medida de entropía (denominada **entropía Wavelet** o **WE** –Wavelet Entropy–) que, en último término, ayuda a identificar eventos y a caracterizar la dinámica de un sistema. Del mismo modo, la aproximación de la función de distribución de los coeficientes $C_j(k)$ también lleva a concretar una medida de entropía, que es conocida como **entropía multiresolución** o **MRE** (MultiResolution Entropy) [9-10].

Además de las transformadas Wavelets, la caracterización en tiempo-frecuencia de series temporales puede efectuarse mediante aproximaciones sucesivas basadas en la transformada de Hilbert. La idea fundamental de esta técnica consiste en expresar una serie temporal como una secuencia modulada en frecuencia por una cierta secuencia moduladora. Si esta secuencia moduladora es de banda estrecha (esto es, si se impone la misma condición que aparece en Eq. (9)), entonces la secuencia moduladora se puede obtener como el módulo de la **secuencia analítica** [11, p. 149] correspondiente a la secuencia de partida [12]. En el caso de que exista más de una secuencia moduladora, el análisis ha de repetirse para cada secuencia moduladora obtenida mediante la aproximación sobre la secuencia analítica correspondiente [13]. A diferencia de la transformada Wavelet, al trabajar con la transformada de Hilbert y la secuencia analítica equivalente no es necesario determinar un tipo específico de función (el tipo de función Wavelet en base a la cual se calculan las sucesivas proyecciones de la secuencia de partida). No obstante, la aproximación mediante secuencias analíticas es de carácter recursivo, y exige aplicar sucesivas técnicas numéricas para aproximar la frecuencia instantánea de la secuencia analítica [14], así como métodos de filtrado (a través de *filtros paso-baja*) con objeto de estimar la envolvente en cada fase [15]. En este sentido Huang ha propuesto un procedimiento alternativo basado en la búsqueda de máximos y mínimos locales en una serie temporal, y la posterior aplicación de técnicas de interpolación polinomial (mediante *funciones splines* [16], pero también haciendo uso de otros procedimientos de interpolación [17]). El método propuesto por Huang se conoce como **EMD (Empirical Mode Decomposition)**, y permite estudiar la secuencia de partida a partir del análisis de la transformada de Hilbert de cada uno de los modos (**Intrinsic Mode Functions** o IMF) en que es descompuesta. De nuevo, tal examen hace viable la identificación de secuencias moduladoras y secuencias moduladas para cada uno de los modos resultantes tras aplicar EMD, lo que posibilita identificar características de un sistema que cambian con el tiempo, así como la aparición de comportamientos erráticos que pueden llevar a una degradación y fatiga de un sistema [18-19].

3. MARCO TEÓRICO Y ANALÍTICO PARA LA DETECCIÓN DE EVENTOS EN TIEMPO REAL

Un paso ulterior en nuestra metodología implica la codificación de eventos y la subsiguiente asociación de niveles de significación, es decir, la generación de una **gramática de eventos**. Este objetivo se efectuará (en primera instancia) a través del *análisis simbólico* de las series temporales [20-21], del estudio de las mismas desde el punto de vista de los *patrones de orden* [22-23], así como de la determinación de *gráficas de recurrencia* [24]. La caracterización del sistema mediante la metodología de la dinámica simbólica es de gran ayuda a la hora de definir medidas de complejidad, así como para establecer criterios de evaluación de los modelos de identificación y control. En la medida que la determinación de la partición generadora de un sistema dinámico es compleja, el estudio de la dinámica simbólica utilizará como apoyo técnicas de agrupamiento (*clustering*) de información [25]. En efecto, los procedimientos de *clustering* permiten llevar a cabo una *cuantización* de información, algo de gran utilidad de cara a construir una *gramática* de eventos en tiempo real.

El conjunto de herramientas recién explicitado permite concretar un **marco teórico y analítico para la detección de eventos en tiempo real**. Los eventos en tiempo real serán caracterizados como secuencias de *microeventos* en base a *gramáticas* y funciones de distribución de probabilidad inferidas a partir de la colección de datos. Esta **fase de concreción de gramáticas y caracterización estadística de eventos** se llevará a cabo *offline* partiendo de las series temporales obtenidas y almacenadas *online*. La generación de una *gramática* de eventos es crítica, y por ello hemos de examinar y verificar la bondad del proceso de clasificación de eventos construido sobre la gramática creada. A este respecto, hemos de hacer uso de medidas de entropía y de causalidad [26] entre secuencias simultáneas, pero también emplearemos métodos auxiliares basados en PCA (Principal Component Analysis), MDA (Multiple Discriminant Analysis) [25], y en el examen de medidas estadísticas de verosimilitud [27].

Todo el conjunto de herramientas y procedimientos reseñados son de gran utilidad y eficiencia para dictaminar el modo adecuado de *muestreo* y *cuantización* de series temporales. Ahora bien, no podemos olvidar que dichos procesos están inscritos en un *contexto de cómputo en tiempo real*. Por ello, una vez que ha sido seleccionado un procedimiento de generación de *gramáticas* y de clasificación de eventos, es necesario evaluar tanto su precisión como su eficiencia computacional mediante sucesivos experimentos llevados a cabo en tiempo real (*online*) y en análisis *offline*.

4. DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE CONTROL DE LOS DIVERSOS SUBSISTEMAS

La *discretización* del espacio de frecuencias asociado a la *transformación Wavelet* hace factible definir medidas de entropía [28], las cuales son de gran ayuda a la hora de identificar parámetros de control del sistema. La obtención y evaluación de medidas de entropía permite un análisis cualitativo de nuestro sistema, a través del grado de incidencia de cada uno de los parámetros de configuración (posición y diámetro de la brida del excitador piezoeléctrico, tipo de excitación y amplitud de la misma, conexión entre los subsistemas, etc.). En este sentido se ha de estudiar la **sensibilidad del sistema**, esto es, cómo cambia el comportamiento del mismo desde la perspectiva de las transformadas de Fourier, de Hilbert y Wavelet. **Esta sensibilidad también será estudiada mediante métodos de elementos finitos (FEM)**, de modo que el cómputo de medidas de entropía y complejidad ha de efectuarse simultáneamente al desarrollo de modelos en ANSYS, verificando el grado de incidencia de los parámetros previamente identificados como críticos (desde el punto de vista de la dinámica de sistemas). La utilización de medidas analíticas de sensibilidad, complementadas con los resultados obtenidos mediante ANSYS, puede ayudar a encontrar valores más precisos de los constantes y parámetros de los materiales y componentes empleados, lo que redundará en la generación de modelos de simulación más precisos. Asimismo, el estudio de la sensibilidad respecto a componentes permite coleccionar el tiempo de respuesta del sistema frente a cambios en los parámetros de control. Esos **tiempos de respuesta son críticos** a la hora de diseñar los bucles de control y, sobre todo, de cara a su **implementación vía hardware**. En efecto, **si el tiempo de respuesta es pequeño** es necesario identificar el evento asociado a un cierto componente y responder de modo adecuado (mediante una estrategia de

control) en **tiempo real**. Dicho de otra forma, el *estudio de sensibilidades* ha de realizarse de acuerdo con la caracterización de eventos y la concreción de respuestas a los mismos, pues sólo de esta forma se podrá dictaminar qué tipos de eventos requieren una implementación en tiempo real y cuáles no requieren un alto grado de determinismo en su gestión.

5. IDENTIFICACIÓN Y CONTROL DEL SISTEMA

La dependencia de la dinámica del sistema con respecto al tiempo hace recomendable establecer mecanismos de control que permitan adecuarse a los cambios deparados por la interacción (bidireccional) entre los subsistemas y el calentamiento, acoplamiento o desacoplamiento entre componentes. Además, en determinados contextos se producen cambios en la impedancia del medio sobre el cual actúa la placa radiante, circunstancia que provoca una modificación *dramática* de la dinámica del sistema. En consecuencia las estrategias de control a implantar han de apoyarse en una identificación adaptativa del sistema y en la correspondiente actualización de la ley de control, tal y como aparece reflejado en la Figura 1.

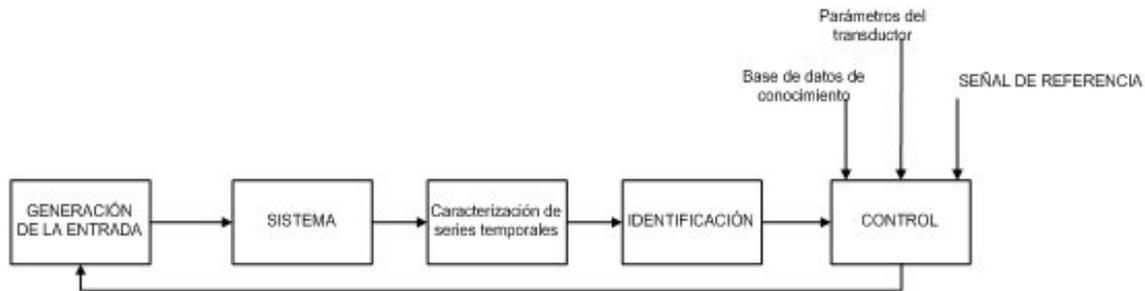


Figura 1: Representación esquemática de la metodología de identificación y de control del sistema.

La caracterización de las series temporales del sistema mediante los estadísticos y figuras matemáticas definidas previamente, permite construir de modo aproximado un espacio de fases en el cual es plausible identificar órbitas periódicas estables e inestables. En base a esta reconstrucción del espacio de fases, y siendo conscientes de la naturaleza caótica de la dinámica de nuestro sistema [29], se han de establecer estrategias de control para trabajar en régimen periódico (en concreto en el régimen periódico asociado a la frecuencia de resonancia del sistema). En este sentido se diseñarán estrategias de control basadas en el **paradigma OGY** y variantes del mismo [30]. Por otro lado, la información con la que contamos a la hora de diseñar nuestro sistema (señal de entrada, señal de salida y señal de deseada) es adecuada para llevar a cabo de modo adaptativo la identificación de los diversos subsistemas, así como su control. La base de los mecanismos de identificación serán los **filtros óptimos de Wiener** [31], técnicas de filtrado no lineal basadas en la **metodología de Kalman** [32], caracterización del sistema mediante **series de Volterra** [6] y estrategias mediante la modificación de las componentes armónicas de la señal de excitación [33-34]. En caso de que la eficiencia de los procedimientos no sea satisfactoria, el conjunto de técnicas a examinar se aumentará de acuerdo con lo reseñado en [35].

Una vez el sistema ha sido identificado, y tras modificar convenientemente la ley de control elegida, se procede a comparar la señal de salida con la referencia, que no es sino una señal con una única componente en frecuencia (la frecuencia principal de resonancia). Esta comparación ha de realizarse mediante medidas de correlación y de similitud, siendo de gran interés aquellas que hacen uso de la transformada Wavelet [28, 36], la dinámica simbólica [28] y los patrones de orden [37]. Es necesario resaltar que los resultados de esta parte pueden requerir volver a las fases previas con el objeto de proceder con una mejor identificación del sistema. También es necesario no olvidar que la identificación del sistema es dependiente del tipo de excitación con el que estemos trabajando. Esto es algo de suma relevancia, pues el carácter no lineal de nuestro sistema hace que pequeños cambios en cualquiera de los subsistemas integrantes (ya sea por

motivos mecánicos o bien como consecuencia de las perturbaciones que introducimos a modo de secuencias de control) den origen a cambios significativos de la dinámica global, obligando a nueva identificación y subsiguiente actualización de los parámetros de control.

6. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se han recogido las líneas fundamentales del trabajo a desarrollar en el campo de los transductores de ultrasonidos de potencia. Estos dispositivos son de naturaleza no lineal, lo que puede provocar una respuesta no adecuada al contexto específico de operación. Por este motivo se ha esbozado un conjunto básico de herramientas y métodos auxiliares para la identificación precisa de eventos, así como para el desarrollo de procedimientos orientados a una mejor comprensión y control de la dinámica de los diversos subsistemas. La resolución de los diversos problemas inversos involucrados en cada una de las fases reseñadas en este trabajo, constituye el grueso de parte de las líneas de investigación del Grupo de Ultrasonidos de Potencia del CSIC.

7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación por parte de MICNN de España a través del proyecto DPI2009-14549-C04-01 PUSO.

REFERENCIAS

- [1] Gallego-Juárez, J., Rodríguez-Corral, G., Riera-Franco-de-Sarabia, E., Vázquez-Martínez, F., Acosta-Aparicio, V. and Campos-Pozuelo, C. *Development of industrial models of high-power stepped-plate sonic and ultrasonic transducers for use in fluids*. City, 2001.
- [2] Gallego, J. A., Rodríguez, G., Riera, E., Vázquez, F., Campos, C. and Acosta, V. M. Recent development in vibrating-plate macrosonic transducers. *Ultrasonics*, 40(2002), 889-893.
- [3] Gallego, J. A., Rodríguez, G., Montoya, F., Blanco, A., Riera, E. and Acosta, V. M., City, 2005.
- [4] Cardoni, A., Sarabia, E. R. F. d., Blanco-Blanco, A., Gallego-Juarez, J. and Acosta-Aparicio, V. *On the Nonlinear Dynamics of Plate-Transducers*. City, 2009.
- [5] Riera, E., Cardoni, A., Blanco, A., Acosta, V. and Gallego-Juárez, J. *Characterising the nonlinear dynamics of power ultrasonic systems*. City, 2010.
- [6] Adams, D. E. Frequency domain ARX model and mult-harmonics FRF estimators for non-linear dynamic systems. *Journal of Sound and Vibration*, 250, 5 (2002), 935-950.
- [7] Zhang, H. and Billings, S. A. Analysing non-linear systems in the frequency domain-I. The transfer function. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 7, 6 (1993), 531-550.
- [8] Rosso, O. A., Blanco, S., Yordanova, J., Kolev, V., Figliola, A., Schürmann, M. and Basar, E. Wavelet Entropy: a new tool for an analysis of short duration brain electrical signals. *Journal of Neuroscience Methods*, 105(2001), 65-75.
- [9] Añino, M. M., Torres, M. E. and Schlotthauer, G. Slight parameter changes detection in biological models: A multiresolution approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 324, 3-4 (2003), 645-664.
- [10] Gamero, L. G., Plastino, A. and Torres, M. E. Wavelet analysis and nonlinear dynamics in a nonextensive setting. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 246, 3-4 (1997), 487-509.
- [11] Worden, K. and Tomlinson, G. R. *Nonlinearity in structural dynamics: detection, identification and modelling*. Institute of Physics Publishing, Bristol (UK) 2001.
- [12] Feldman, M. *Decomposition and analysis of non-stationary dynamic signals using the hilbert transform*. City, 2009.
- [13] Feldman, M. Analytical basics of the EMD: Two harmonics decomposition. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23, 7 (2009), 2059-2071.
- [14] Barnes, A. E. The calculation of instantaneous frequency and instantaneous bandwidth. *Geophysics*, 57, 11 (1976), 1520-1524.

- [15] Feldman, M. Time-varying vibration decomposition and analysis based on the Hilbert transform. *Journal of Sound and Vibration*, 295, 3-5 2006), 518-530.
- [16] Huang, N. E. and Shen, S. S. P. *HILBERT-HUANG TRANSFORM AND ITS APPLICATIONS*. World Scientific, 2005.
- [17] Rato, R. T., Ortigueira, M. D. and Batista, A. G. On the HHT, its problems, and some solutions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(2008), 1374-1394.
- [18] Bao, C., Hao, H., Li, Z.-X. and Zhu, X. Time-varying system identification using a newly improved HHT algorithm. *Computers and structures*, 87(2009), 1611-1623.
- [19] Peng, Z. K., Tse, P. W. and Chu, F. L. An improved Hilbert-Huang transform and its application in vibration signal analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 286, 1-2 2005), 187-205.
- [20] Piccardi, C. On the control of chaotic systems via symbolic time series analysis. *Chaos*, 14, 4 2004), 1026-1034.
- [21] Daw, C. S., Finney, C. E. A. and Tracy, E. R. A review of symbolic analysis of experimental data. *Review of Scientific Instruments*, 74, 2 2003), 915-930.
- [22] Amigó, J. M., Kocarev, L. and Szczepanski, J. Order patterns and chaos. *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*, 355, 1 2006), 27-31.
- [23] Bandt, C. and Shiha, F. Order Patterns in Time Series. *Journal of Time Series Analysis*, 28, 5 2007), 646-665.
- [24] Marwan, N., Romano, M. C., Thiel, M. and Kurths, J. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physcs Reports*, 438(2007), 237-329.
- [25] Duda, R. O., Hart, P. E. and Stork, D. G. Wiley-Interscience, 2000.
- [26] Marinazzo, D., Pellicoro, M. and Stramaglia, S. Kernel method for nonlinear Granger causality. *Physical Review Letters*, 100(2008), 144103.
- [27] Kay, S. M. *Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory*. Prentice Hall, 1993.
- [28] Martin, M. T., Plastino, A. and Rosso, O. A. Generalized statistical complexity measures: Geometrical and analytical properties. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 369, 2 2006), 439-462.
- [29] Alippi, A., Betucci, A., Biagoni, A., Gallego-Juárez, J. A., Passeri, D. and Riera, E. *Non linear down-frequency conversion effects in high intensity vibration of plante transducers and piezoelectric structures*. City, 2007.
- [30] S.Boccaletti, Grebogi, C., Lai, Y.-C. and Mancini, H. The control of chaos: theory and applications. *Physics Reports*, 329(2000), 103-197.
- [31] Ogunfunmi, T. *Adaptive nonlinear system identification: the Volterra and Wiener model approaches*. Springer Verlag, 2007.
- [32] Khalil, M., Sarkar, A. and Adhikari, S. Nonlinear filters for chaotic oscillatory systems. *Nonlinear dynamics*, 55(2009), 113-137.
- [33] Narayanan, M. D., Narayanan, S. and Padmanabhan, C. Parametric identification of a nonlinear system using multi-harmonic excitation. *Advances in vibration engineering*, 7, 1 2008).
- [34] Worden, K. Data processing and experiment design for the restoring force surface method, part II: choice of excitation signal. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 4, 4 1990).
- [35] Kerschen, G., Worden, K., Vakakis, A. F. and Golinval, J. C. Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20, 3 2006), 505-592.
- [36] Jiang, X. and Mahadevan, S. Wavelet spectrum analysis approach to model validation of dynamical systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, In Press(2010).
- [37] Amigó, J. M. *Permutation complexity in dynamical systems: Ordinal Patterns, Permutation Entropy, and All That*. Springer Verlag, 2010.