

## APLICACIÓN DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS AL ESTUDIO Y DISEÑO DE TRANSDUCTORES ULTRASONICOS DE PLACA VIBRANTE

PACS: 43.35.Yd

V.M. Acosta Aparicio, G. Rodriguez Corral, E. Riera Franco de Sarabia, A. Pinto del Corral, I. Martinez Gonzalez, J.A. Gallego-Juarez  
Grupo de Ultrasonidos de Potencia, CSIC  
Serrano 144  
28006 Madrid

### ABSTRACT

In recent years, the application of numerical methods in engineering and in particular in the design of piezoelectric transducers, has supplied a tool with great potential for optimization and development of new high intensity ultrasonic transmitters for industrial applications. These issuers have a complex structure combining extensional to flexural vibrations. Basically radiators consist of extensive surface and phased-ribbed profile, excited at its center by a piezoelectric vibrator compound.

These systems are designed for radiation transduction in fluids with high efficiency ( $\eta$ ) and high quality factor ( $Q$ ), which implies a very precise tuning of its components. This high tuning can be achieved with finite element modeling where such modeling was carried out with a precise and proven methodology.

This paper describes the methodology to be applied in the power transducer design specially developed for applications in fluids and multiphase (mainly gas), as in breaking and removing foam, acoustic agglomeration of aerosol spray of fluid, dehydrated vegetables, washing and other textiles that are being tested.

### RESUMEN

En los últimos años, la aplicación de los métodos numéricos en la ingeniería y en concreto en el diseño de transductores piezoeléctricos ha permitido contar con una herramienta de gran potencial para la optimización y desarrollo de nuevos emisores ultrasónicos de alta intensidad para aplicaciones industriales. Estos emisores tienen una estructura compleja y combinan vibraciones extensionales con flexionales. Básicamente están constituidos por radiadores de superficie extensa y perfil escalonado-acanalado, excitados en su centro por un vibrador piezoeléctrico compuesto.

Estos sistemas de transducción están concebidos para radiación en medios fluidos con alto rendimiento ( $\eta$ ) y elevado factor de calidad ( $Q$ ), lo que implica una muy precisa sintonización de todos sus componentes. Esta alta sintonización se puede conseguir con modelización por

elementos finitos siempre que esta modelización se lleve a cabo con una precisa y contrastada metodología.

En este trabajo se describe la metodología que se ha aplicado en el diseño de transductores de potencia especialmente desarrollados para aplicaciones en medios fluidos y multifásicos (principalmente en gases), como por ejemplo en rotura y eliminación de espumas, aglomeración acústica de aerosoles, atomización de líquidos, deshidratado de vegetales, lavado de textiles y otras que están en estudio.

## 1.- INTRODUCCION

Una de las tareas fundamentales de la ingeniería consiste en el análisis cualitativo y cuantitativo de sistemas y procesos tecnológicos. Dicho estudio permite concretar modelos predicción del comportamiento de tales procesos y sistemas, lo que a su vez hace factible un diseño más eficiente y concordante con los criterios, requerimientos y limitaciones de la aplicación concreta. Para ello debe hacerse uso de conceptos de física, química y matemática, base del modelo matemático del sistema o proceso. Dicho modelo no es sino un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas representan magnitudes de interés tecnológico y que permiten describir el comportamiento del sistema. Consecuentemente, para llevar a cabo la predicción, el ingeniero debe resolver cuantitativamente las mencionadas ecuaciones para, a continuación, dedicarse al análisis e interpretación técnica de los resultados. En muchas situaciones, los modelos pertinentes involucran problemas de contorno gobernados por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales cuya resolución analítica es de gran dificultad. Como consecuencia de tal dificultad, la ingeniería ha recurrido históricamente al uso de modelos simplificados de sesgo heurístico, es decir, basados en reglas empíricas y, en el mejor de los casos, en unas pocas soluciones matemáticas particulares relativas a un modelo más preciso. Esta metodología general de la ingeniería ha dado muy buenos resultados y aún los sigue dando. No obstante, es importante notar que se trata de una metodología que presenta fuertes limitaciones en cuanto a las posibilidades de análisis, hecho que se hace más grave si se consideran las crecientes necesidades de la tecnología moderna. Actualmente los avances en la computación de alto rendimiento (HPC), así como el desarrollo de métodos computacionales, han dado lugar a importantes técnicas numéricas, entre las cuales destacan los métodos de diferencias finitas, elementos de contorno y elementos finitos, siendo éste último el método descrito en el presente trabajo para el diseño y desarrollo de transductores ultrasónicos de potencia.

El diseño de emisores de alta intensidad requiere el estudio del contexto de aplicación y de los procesos industriales involucrados [1-2-3]. Tal estudio permite dilucidar los criterios de diseño de los transductores, que vendrán dados en función del efecto requerido. En este trabajo se describe la metodología para el diseño y desarrollo de transductores de potencia, así como los principales factores que afectan en los procesos industriales más importantes que se han desarrollado en el Grupo de Ultrasonidos de Potencia del CSIC.

## 2.- APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS AL ESTUDIO Y DISEÑO DE TRANSDUCTORES PIEZOELÉCTRICOS

El Método de Elementos Finitos (MEF en español y FEM en inglés) es un método general para la solución de problemas de contorno gobernados por ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales. En esencia se trata de una técnica que sustituye el problema diferencial por otro algebraico, aproximadamente equivalente, para el cual se conocen técnicas generales de resolución. Para ello se hace uso de la "discretización" o subdivisión de una región en pequeños elementos sobre la cual están definidas las ecuaciones en formas geométricas simples denominadas elementos finitos. Las propiedades materiales y relaciones gobernantes en estos elementos se expresan en función de los valores desconocidos en las esquinas de los elementos o nodos. Las ideas básicas de este método se originaron en avances en el análisis estructural de la industria aeronáutica en la década de los 50. Actualmente el método permite resolver

prácticamente cualquier situación física que pueda formularse mediante un sistema de ecuaciones diferenciales [4].

Los transductores piezoeléctricos se estudian como estructuras dinámicas compuestas esencialmente por un emisor, generalmente placa vibrante de perfil escalonado, excitado por un vibrador piezoeléctrico formado por un elemento de transducción tipo sándwich Langevin y un transformador mecánico que actúa como amplificador de la vibración.

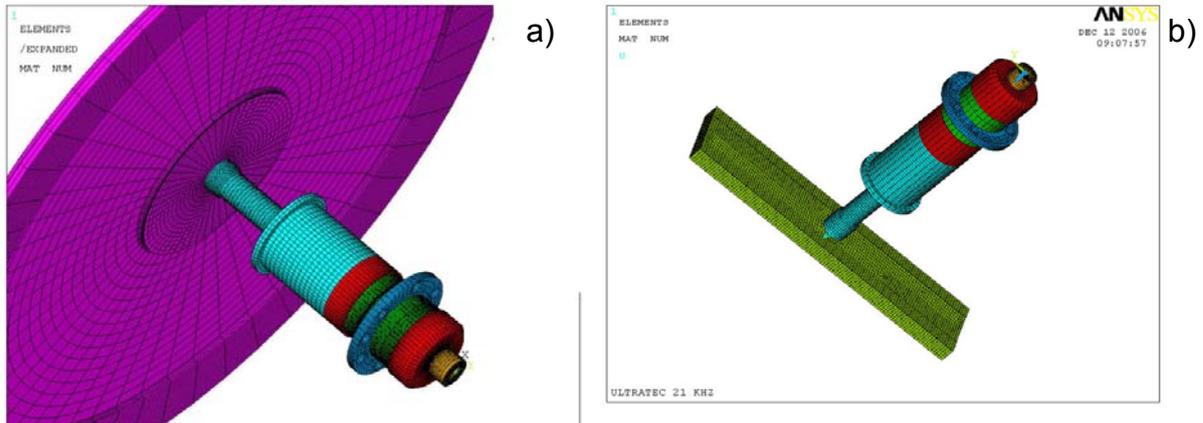


Figura 1.- Modelo de transductores piezoeléctricos con placa vibrante para aplicaciones industriales: a) de placa circular escalonada y b) de placa rectangular rebajada.

La metodología aplicada para el diseño, modelado y análisis dinámico de la estructura es la siguiente:

- Diseño analítico del transductor mediante las ecuaciones clásicas.
- Caracterización de los materiales que componen la estructura.
- Modelado y mallado en 3D de la geometría del transductor.
- Análisis estático para la aplicación del pretensado en las cerámicas piezoeléctricas.
- Análisis modal para determinar las frecuencias naturales del sistema y el modo de trabajo (Modal Analysis).
- Análisis dinámico con carga armónica (Harmonic Analysis).
- Modelo de campo acústico.

En las secciones siguientes se explican cada una de las etapas del diseño y análisis de transductores de potencia mediante FEM.

## 2.1.- DISEÑO ANALITICO DEL TRANSDUCTOR

En general el vibrador, que excita la placa vibrante, se diseña considerando que actúa como una barra axisimétrica, compuesta por diferentes materiales, vibrando libremente en un modo extensional con modos resonantes múltiples enteros de  $\lambda/2$ .

La frecuencia de resonancia de un sistema compuesto por un vibrador piezoeléctrico (sándwich + amplificador mecánico) y una placa radiante, viene fijada principalmente por la placa, debido a que posee la mayor concentración de energía cinética.

Generalmente se diseña la placa radiante en función de:

- Frecuencia requerida para el proceso
- Capacidad de potencia
- Campo acústico radiado.

La potencia radiada por la placa vibrante (P) se puede calcular analíticamente partiendo de la ecuación de la potencia radiada por un pistón [5]:

$$P = \rho_0 C_0 S (\omega \delta_{ef})^2 \quad (1)$$

El significado de las variables que forman parte de la anterior ecuación viene dado por la lista que figura a continuación:

- $P$ : Potencia radiada (W)
- $\rho_0$ : Densidad del medio ( $\text{kg/m}^3$ )
- $C_0$ : Velocidad del sonido en el medio (m/s)
- $S$ : Superficie radiante ( $\text{m}^2$ )
- $\omega$ : Frecuencia angular ( $\text{rad}^{-1}$ )
- $\delta_{ef}$ : Valor efectivo de los desplazamientos (m)

Si nuestro sistema transductor está inserto en un medio de baja densidad (y por tanto de baja impedancia), el aumento de la potencia radiada ha de llevarse a cabo mediante un incremento de superficie (S) y de los desplazamientos ( $\delta$ ), teniendo en cuenta que entre las zonas de desplazamientos altos en los nodos hay tensiones muy elevadas que pueden romper la placa. La frecuencia de una placa para una geometría circular es [6]:

$$F = \frac{\lambda^2 h}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\mu^2)}} \quad (2)$$

Siendo:

- $F$ : Frecuencia de resonancia
- $\lambda^2$ : Constante obtenida de tablas en función del número de círculos nodales y diámetros.
- $h$ : Espesor medio
- $a$ : Radio
- $\mu$ : Coeficiente de Poisson
- $E$ : Modulo de elasticidad longitudinal o modulo de Young

Para el cálculo de las dimensiones del sándwich piezoeléctrico se utilizan las ecuaciones clásicas [7], dadas por:

$$\tan\left(\frac{\omega c}{V_c}\right) \cdot \tan\left(\frac{\omega a}{V_i}\right) = \frac{Z_c}{Z_i} = \frac{\rho_c V_c A_c}{\rho_i V_i A_i} \quad (3)$$

Siendo:

- $c$ : Espesor de la cerámica (m)
- $a$ : Espesor de los cilindros metálicos (m)
- $\rho_c$ : Densidad de las cerámicas. ( $\text{kg/m}^3$ )
- $A_c$ : Superficie de las cerámicas ( $\text{m}^2$ )
- $\rho_i$ : Densidad de los cilindros metálicos. ( $\text{kg/m}^3$ )
- $A_i$ : Superficie de los cilindros metálicos ( $\text{m}^2$ )
- $v_c$ : Velocidad del sonido en las cerámicas. (m/s)
- $v_i$ : Velocidad del sonido en los cilindros metálicos. (m/s)
- $\omega$ : Frecuencia angular de resonancia del sandwich ( $\text{rad}^{-1}$ )

Una vez escogidos los materiales, la frecuencia de resonancia y dos de las tres magnitudes geométricas, la ecuación anterior fija la dimensión desconocida.

Tal y como se reseñó en la introducción, nuestros dispositivos transductores constan de una placa vibrante, de un transductor tipo sándwich y de un amplificador mecánico. El amplificador mecánico se diseña para resonar a  $\lambda/2$ , actuando como amplificador del movimiento vibratorio del extremo radiante del sándwich. Se diseña con una sección mayor, conectada al sándwich y una sección menor conectada a la placa vibrante. La forma de unión entre las dos secciones puede ser cónica, exponencial o con radio de curvatura para disminuir las tensiones en la transición [8]. La relación de amplificación de los desplazamientos en el amplificador mecánico es la siguiente:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \quad (4)$$

## 2.2.- CARACTERIZACION ELASTICA DE LOS MATERIALES

Dicho procedimiento se efectúa a través de la determinación experimental de las velocidades de propagación de la onda de ultrasonidos en el material. Para ello se hace uso de palpadores de contacto PANAMETRICS® de onda longitudinal y transversal ( $v_t$ ), y de técnicas de transmisión/recepción o pulso/eco mediante excitación de tipo "tone burst". Asimismo, la densidad ( $\rho$ ) de los materiales se mide utilizando probetas calibradas, y se miden las velocidades de propagación longitudinal y transversal de forma orto-trópica midiendo el material en el eje axial Z ( $V_t^z$  y  $V_t^z$ ) y de forma radial y ortogonal en X ( $V_t^x$  y  $V_t^x$ ) e Y ( $V_t^y$  y  $V_t^y$ ). Tales velocidades están correlacionadas con las constantes elásticas del material mediante las conocidas relaciones [9]:

$$\text{Coeficiente de Poisson } (\mu): \quad \mu = \frac{2\left(\frac{v_t}{v_L}\right)^2 - 1}{2\left(\frac{v_t}{v_L}\right)^2 - 1} \quad (6)$$

$$\text{Modulo de Elasticidad transversal (G):} \quad G = v_t^2 \rho \quad (7)$$

$$\text{Modulo de elasticidad longitudinal o modulo de Young (E):} \quad E = \frac{9 \cdot G \cdot k}{3k + G} \quad (8)$$

$$\text{Siendo } k: \quad k = v_L^2 \rho - \frac{4}{3} G \quad (9)$$

De esta manera se introducen en el programa de elementos finitos ANSYS® las propiedades mecánicas definidas por el módulo de elasticidad longitudinal (o módulo de Young), el módulo de elasticidad transversal (también conocido como módulo de cizalla), el coeficiente de Poisson y la densidad del material de forma ortotrópica de cada uno de los materiales que componen el sistema.

La parte activa del transductor piezoeléctrico en general está compuesta por cuatro anillos cerámicos tipo PZT-802 (Morgan Electro Ceramics) [10], y sus propiedades electro-mecánicas son obtenidas de los valores de catálogo, aunque la mayoría de los fabricantes de materiales piezoeléctricos no publican las propiedades del material en un formato que pueda ser directamente entendido por ANSYS [11, 12].

La relación constitutiva dada por los fabricantes o publicaciones es la siguiente:

$$\{S\} = [s^E]\{T\} + [d]\{E\} \quad (10)$$

$$\{D\} = [d]^T\{T\} + [\epsilon^T]\{E\} \quad (11)$$

Donde:

$\{T\}$  = Vector tensión. (x, y, z, yz, xz, xy)

$\{S\}$  = Vector deformación unitaria. (x, y, z, yz, xz, xy)

$\{D\}$  = Vector desplazamiento eléctrico. (x, y, z)

$\{E\}$  = Vector campo eléctrico. (x, y, z)

$[s^E]$  = Matriz de compilancia evaluada a campo eléctrico constante.

$[d]$  = Matriz piezoeléctrica deformaciones unitarias/campo eléctrico.

$[d]^T$  = Matriz traspuesta piezoeléctrica deformaciones unitarias/campo eléctrico.

$[\epsilon^T]$  = Matriz dieléctrica evaluada a tensión mecánica constante.

Quedando definidas las variables (vectores) y los superíndices de la siguiente forma:

T = Tensión mecánica.

S = Deformación unitaria

D = Desplazamiento eléctrico (Definido en ANSYS como densidad de flujo eléctrico).

E = Campo eléctrico.

ANSYS requiere los datos de la siguiente forma [7]:

$$\{T\} = [c^E]\{S\} - [e]\{E\} \quad (12)$$

$$\{D\} = [e]^T\{S\} + [\epsilon^S]\{E\} \quad (13)$$

Donde:

$\{T\}$  = Vector tensión. (x, y, z, yz, xz, xy)

$\{S\}$  = Vector deformación unitaria. (x, y, z, yz, xz, xy)

$\{D\}$  = Vector desplazamiento eléctrico. (x, y, z)

$\{E\}$  = Vector campo eléctrico. (x, y, z)

$[c^E]$  = Matriz de rigidez evaluada a campo eléctrico constante.

$[e]$  = Matriz piezoeléctrica tensión mecánica/campo eléctrico.

$[e]^T$  = Matriz traspuesta piezoeléctrica tensión mecánica/campo eléctrico.

$[\epsilon^S]$  = Matriz dieléctrica evaluada a deformación unitaria constante.

Ansys requiere principalmente la matriz piezoeléctrica relacionada con las tensiones mecánicas (mechanical stress) y el campo eléctrico, esto es, la matriz  $[e]$  que viene dada como:

$$[e] = [S^E]^{-1} \cdot [d] = [d]^t \cdot [S^E]^{-1} \quad (14)$$

En la mayoría de las publicaciones sobre materiales piezoeléctricos el orden utilizado para la matriz piezoeléctrica es x,y,z,yz,xz,xy, basado en ANSI/IEEE Standard on Piezoelectricity [13]. Sin embargo, ANSYS requiere x,y,z,xy,yz,xz. Considerando el eje de polarización Z, y la simetría en las direcciones no polarizadas X e Y ( $e_{31} = e_{32}$  y  $e_{24} = e_{15}$ ), tenemos:

$$[e] = \begin{matrix} & \begin{matrix} X & Y & Z \end{matrix} \\ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \\ XY \\ YZ \\ XZ \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{15} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (15)$$

Por otro lado, para la entrada en ANSYS de la matriz de rigidez/compliancia definida en la ANSI/IEEE Standard on Piezoelectricity es necesario transformar las filas y columnas de los términos de cizalladura. De este modo, la matriz de rigidez/compliancia para ANSYS queda como se muestra a continuación:

$$\text{ANSYS } [S^E] = [C^E]^{-1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} X & Y & Z & XY & YZ & XZ \end{matrix} \\ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \\ XY \\ YZ \\ XZ \end{matrix} & \begin{pmatrix} S_{11}^E & S_{12}^E & S_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ & S_{11}^E & S_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ & & & S_{66}^E & 0 & 0 \\ & & & & S_{44}^E & 0 \\ & & & & & S_{44}^E \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (16)$$

Por último, la permitividad es una constante física que describe cómo un campo eléctrico afecta y es afectado por un medio, y viene dada de modo relativo con respecto a la permitividad del vacío, denominándose permitividad relativa K o constante dieléctrica. En consecuencia, la permitividad absoluta se calcula multiplicando la permitividad relativa por la del vacío:

$$\epsilon = K \cdot \epsilon_0 \quad (17)$$

siendo la permitividad del vacío ( $\epsilon_0$ )  $8,8541878176 \times 10^{-12}$  F/m.

ANSYS requiere la matriz de permitividad medida a deformación constante (constant strain).

Normalmente los datos del fabricante son dados a esfuerzo constante (constant stress), por lo que es necesaria su conversión, introduciendo el valor de la permitividad en cada dirección x, y, z (PERX, PERY and PERZ) de la siguiente forma:

$$[\epsilon_p] = [\epsilon] - [d]t \cdot [s^E] - 1 \cdot [d] \quad (18)$$

$$[\epsilon^S] = \begin{pmatrix} \epsilon^{S_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon^{S_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon^{S_{33}} \end{pmatrix} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} K^{S_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & K^{S_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & K^{S_{33}} \end{pmatrix} \quad (19)$$

Siendo la permitividad relativa:  $K^{S_{11}} = \epsilon^{S_{11}} / \epsilon_0 \quad (20)$

### 2.3.- MODELADO

La definición de un modelo adecuado para el diseño de estructuras dinámicas complejas en 3D requiere un análisis estructural, piezoeléctrico y acústico, pues sólo de esta manera es factible obtener mediante simulación numérica un comportamiento real de la respuesta dinámica del transductor físico. Con el uso de las capacidades de Campo-Acoplado (Couple-Field) de ANSYS Mechanical y ANSYS Multiphysics se ha avanzado en la precisión del diseño de transductores piezoeléctricos. Un análisis piezoeléctrico requiere la solución simultánea de dos problemas físicos: estudio de la distribución de campo eléctrico (problema eléctrico) y el examen de las deformaciones o vibraciones (problema estructural). El hecho de que la acción de cada campo dependa del otro hace que resolver cada uno de forma separado no sea lo correcto.

Modelamos la estructura en 3D con el máximo nivel de detalle geométrico, introduciendo las propiedades de cada uno de los materiales que componen la estructura, procediendo posteriormente al mallado con los elementos más apropiados. En nuestro caso se han utilizado tres tipos de mallado:

- SOLID185 para componentes estructurales definidos por 20 nodos y 3 grados de libertad por nodo: traslación en los nodos en las direcciones X, Y, Z.
- SOLID226 para los elementos piezoeléctricos con 20 nodos y 5 grados de libertad por nodo: Ux, Uy, Uz y VOLT para piezoelectricidad, más TEMP para cálculos térmicos.
- PRETS179 con un solo grado de libertad Ux en la dirección del pretensado es empleado para definir el pretensado de una estructura mallada previamente con elementos estructurales.

### 2.4.- ANALISIS ESTÁTICO

Al sándwich piezoeléctrico se le aplica un pretensado en las cerámicas de 250 kg/cm<sup>2</sup> [14] a través del tornillo central con el fin de incrementar la resistencia a la fatiga, mejorar el acoplamiento en las interfases y, finalmente, disminuir las pérdidas mecánicas y la impedancia eléctrica [7]. Una vez modelada y mallada la estructura incluyendo el tornillo central del sándwich, se crean los elementos de pretensado mediante el comando PSMESS, transformando la geometría para la aplicación de la carga axial que proporciona el tornillo, sin tener en cuenta las cargas a torsión. PSMESS crea un pretensado en la sección normal a la carga axial, dividiendo el tornillo en dos partes y generando la sección de pretensado mallando con elementos PRETS179, donde se aplicará la carga sobre un nodo "k" preseleccionado de los elementos del pretensado. Se aplican las cargas eléctricas en condiciones de circuito abierto, con los terminales o superficies de los electrodos del negativo de la excitación puestos a potencial cero. El resto sin cargas aplicadas.

El análisis estático determina las deformaciones y las tensiones en la estructura que serán fijadas para los posteriores análisis dinámicos. El piezoeléctrico se carga potencialmente al realizar el análisis estático como consecuencia del pretensado, al igual que cuando se le aplica el par de apriete al sándwich de forma experimental.

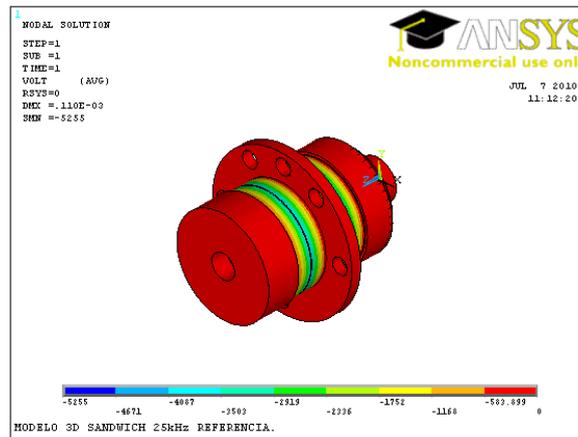


Figura 2.- Tensión eléctrica en las cerámicas después del pretensado.

## 2.5.- ANALISIS MODAL

El análisis modal determina las frecuencias naturales y los modos de vibración de la estructura. Este análisis permite estudiar la frecuencia de trabajo en función de la aplicación y la proximidad de modos cercanos al fundamental y sus armónicos, analizando también la posición de los nodos en el vibrador. Para aplicaciones como la atomización acústica, la levitación, la desespumación o la aglomeración de partículas la frecuencia de trabajo juega un papel importante en los procesos industriales asociados. El análisis modal se realiza aplicando cargas eléctricas en condiciones de resonancia y, al mismo tiempo, se impone un potencial de cero voltios a todos los terminales eléctricos del modelo. Se deben incluir las cargas y las deformaciones obtenidas en el pretensado. En la *Figura 3* se comparan las formas de vibración medidas con un laser de barrido Polytec PSV200 (2.a y 2.b) y las obtenidas en FEM (1.a y 1.b), para la frecuencia de trabajo con 7 círculos nodales (b) y uno de los modos cercanos con 6 círculos nodales y 2 nodos diametrales (a).

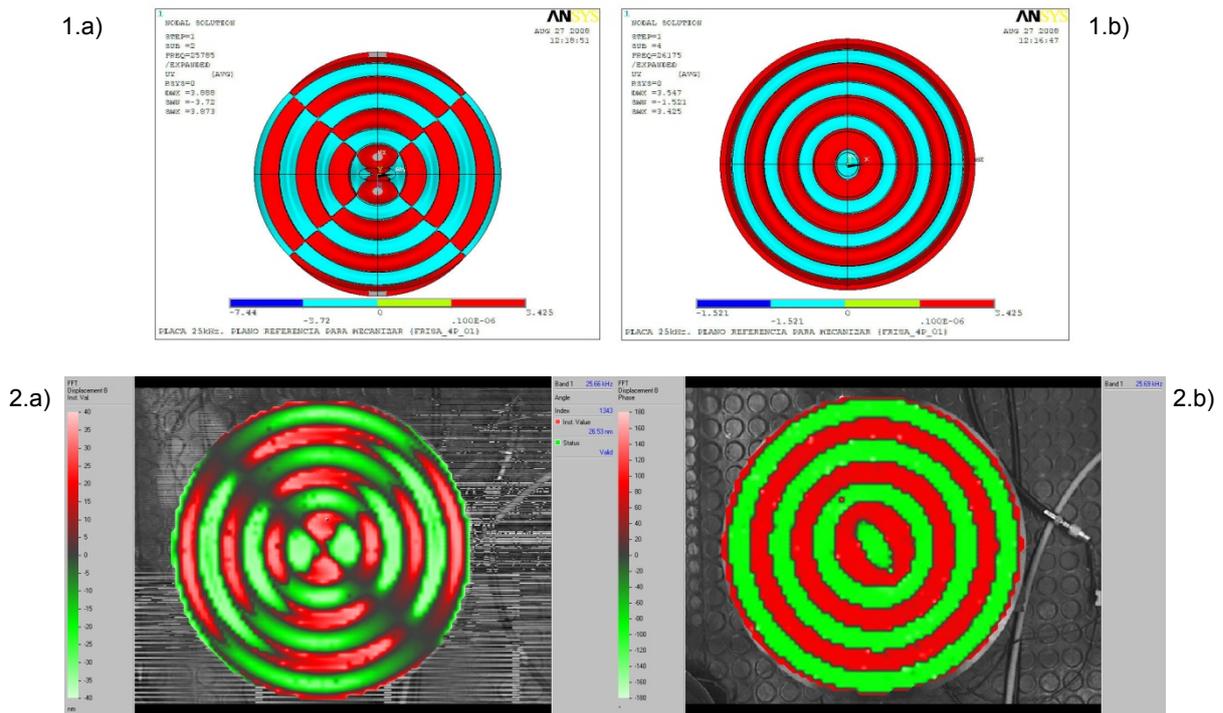


Figura 3.- Comparación de la fase en el modelos 3D ANSYS y medida experimental con Laser Politec PSV200.

## 2.6.- ANALISIS ARMONICO

El análisis dinámico con carga armónica determina la respuesta de la estructura al aplicar una tensión eléctrica sinusoidal en los terminales de las cerámicas piezoeléctricas a la frecuencia de trabajo obtenida en el análisis modal, o en un rango de frecuencias alrededor del modo de trabajo para analizar también la excitación de otros modos cercanos. Realizamos un análisis armónico aplicando un potencial en los electrodos activos de las cerámicas de 1 V.

Mediante el análisis armónico obtenemos la distribución de desplazamientos y la distribución de tensiones en la placa (el elemento más crítico del estudio), determinando la capacidad de potencia del emisor, cuya limitación queda dada por la tensión máxima admisible ( $\sigma_{max}$ ) a fatiga a alta frecuencia del material. La potencia radiada del emisor para una carga armónica de 1 V. se calcula mediante la siguiente integral:

$$P_{1V} = 2\pi(2\pi f)^2 \frac{\rho_0 c_0}{2} \int_0^R U_y^2 r \delta r \quad (21)$$

Siendo:

R = Radio de la placa (m)

Uy = Desplazamiento vibratorio en el eje y

Y la capacidad de potencia eléctrica total a aplicar:

$$P_{TOT} = P_{1volt} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\eta_{em}} \cdot \left( \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{1Volt}} \right)^2 \quad (22)$$

Los puntos de máxima tensión predicen las zonas más críticas donde pueden aparecer grietas a fatiga, si se sobrepasa la máxima tensión admisible del material, como muestra la *Figura 4*.

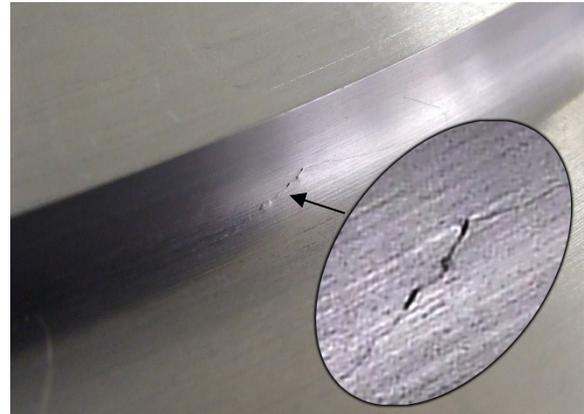
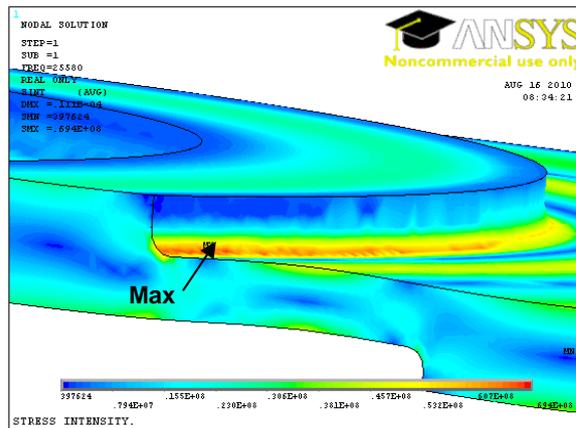


Figura 4.- Comparación máxima tensión mecánica en zona de radio de curvatura en modelo 3D Simetría ½ de placa vibrante y la aparición de grietas a fatiga ultrasónica en prototipo.

## 2.7.- MODELO DE CAMPO ACUSTICO

Para la modelización de campo acústico además de ANSYS Multiphysics, es también usado el código FEM COMSOL Multiphysics para calcular el nivel de presión sonora (SPL) radiado por los emisores. La intensidad acústica y la distribución del campo acústico, con alta directividad o con alta concentración de energía, son importantes en el diseño de transductores para aplicaciones concretas. Así, la geometría de la placa vibrante se diseña con perfil escalonado de tal forma que entre los sectores en contrafase existe una diferencia de espesor de media longitud de onda de la radiación en el medio de propagación, obteniendo una directividad en la radiación similar a la de un pistón teórico. Este tipo de diseño se ha empleado en emisores para generar campos estacionarios intensos en cámaras de aglomeración acústica de aerosoles [15]. En cambio si se desea obtener una radiación focalizada generada, entonces el tipo de geometría a emplear estará diseñada con pequeños escalones cubriendo las zonas internodales. De esta forma en un determinado punto del eje la radiación proveniente de cada zona llega en fase con las otras, compensando con el respectivo escalón la diferencia de camino y de fase de. La presión acústica (p), o la intensidad acústica radiada es muy importante para conseguir un cierto efecto en determinadas aplicaciones industriales como la desespumación acústica (con la radiación focalizada se pueden obtener niveles de presión sonora de hasta 173 dB).

El análisis del campo acústico requiere un estudio de la interacción Fluido-Estructura [16] que involucra acoplamientos multifísicos específicos entre las leyes que describen la dinámica de fluidos y la mecánica estructural. Las ecuaciones de ondas son obtenidas a partir de las ecuaciones fundamentales de estado, de continuidad y de movimiento, considerando el fluido como un medio ideal. En el acoplamiento multifísico (fluido-estructura), el análisis acústico prevé una carga (la presión de radiación) al análisis estructural, y el análisis estructural prevé aceleraciones al análisis acústico.

Los modelos se realizan principalmente en 2D por la capacidad de cálculo computacional limitada, modelando de forma axisimétrica la placa con elementos estructurales PLANE42 o PLANE182 definidos con 4 nodos y dos grados de libertad por nodo (desplazamientos  $U_x, U_y$ ), con elementos acústicos FLUID29 (KEYOPT(2)=1) para la interfase fluido-estructura con cuatro nodos por elemento y tres grados de libertad por nodo (desplazamientos  $U_x, U_y$  y presión P) también denominados elementos con "estructura presente". Utilizamos FLUID29 (KEYOPT(2)=0) para el medio acústico con cuatro nodos por elemento y sólo un grado de libertad por nodo (presión P) también denominados de "estructura no presente" al no tener grados de libertad de traslación.

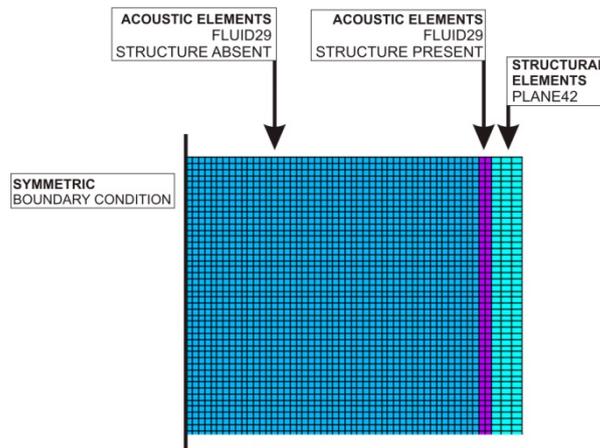


Figura 5.- Elementos utilizados para la interacción fluido-estructura (FSI).

Las propiedades del fluido quedan definidas con la densidad y la velocidad del sonido. El tamaño de los elementos en malla del medio fluido debe ser inferior a 1/20 de su longitud de onda.

La *Figura 6* presenta la geometría y el malla de un transductor piezoeléctrico de tubo vibrante para aplicaciones de secado de vegetales [17], y el modelo de campo acústico en el interior del tubo donde se aprecian los focos de máxima intensidad en el eje axial:

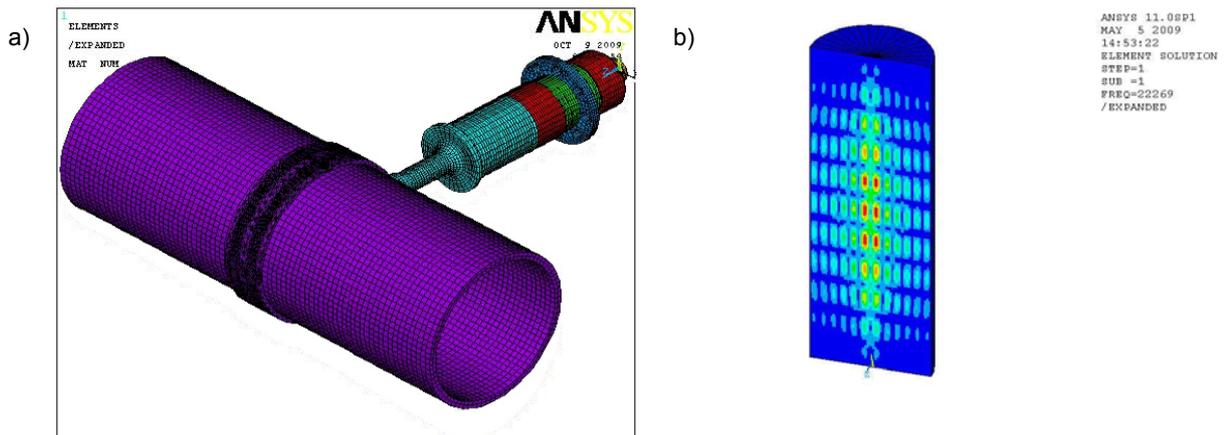


Figura 6.- Modelo de transductor piezoeléctrico de tubo vibrante (a) y modelo de campo acústico en el interior (b).

Siendo la relación entre los desplazamientos ( $\delta$ ), las tensiones mecánicas ( $\sigma$ ), la intensidad acústica ( $I$ ) y la potencia radiada ( $P_r$ ) obtenidas en el modelo (variables con subíndice 1) y el prototipo (variables con subíndice 2) es la siguiente:

$$\frac{Pr_1}{Pr_2} = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 = \left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right)^2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

La *Figura 7* muestra el campo acústico de un emisor de 21 kHz de placa circular escalonada de radiación focalizada, concentrando la energía en un foco de 4 cm de diámetro y 12 cm de longitud, donde se alcanzan los 166.8 dB con la aplicación de 10  $\mu$ m en el centro de la placa.

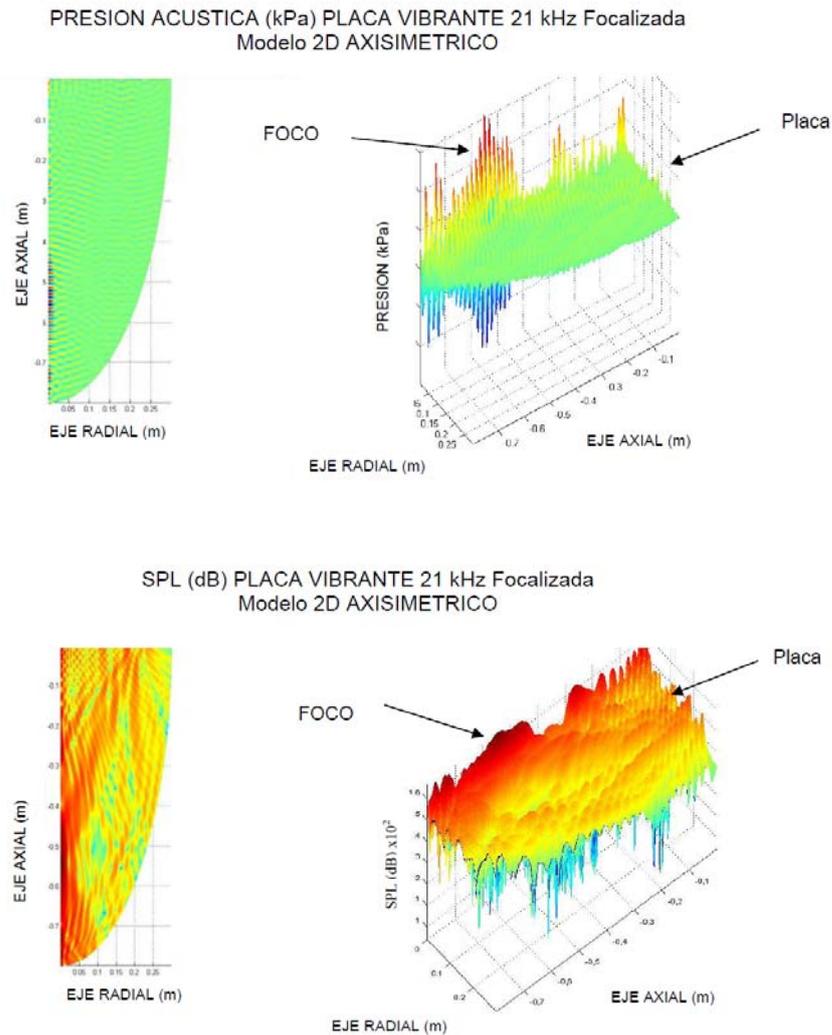


Figura7.- Modelo de campo acústico de placa 21kHz focalizada.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al MICINN la financiación de los Proyectos TRACE (PET 2008-0115 sobre "Desarrollo de prototipos industriales de un sistema de generación y control ultrasónico de potencia" y ULTRASMAS (DPI2009-14549-C04-01)

## REFERENCIAS

- [1] "Power ultrasonic transducers with extensive radiators for industrial processing" Gallego-Juárez, J. A., Rodríguez, G., Acosta, V., Riera, E., (2010), Ultrasonics Sonochemistry
- [2] "Transductores macrosónicos tipo placa vibrante escalonada. Fundamentos, desarrollos, estado actual" J.A.Gallego, G.Rodríguez, F. Vázquez, L. Gaete, C.Campos, E.Riera, F. Montoya, J.L. San Emeterio, A. Ramos, P.T. Sanz, J.C- Lázaro, V. Acosta, J.C. Gálvez, L. Elvira, G. Nájera, A. Blanco, E.Andrés, M. Navajas. *Revista de Acústica* Vol. XXXI nº 3 y 4 pp. 51-56, 2000.
- [3] "Power ultrasonic transducers with extensive radiators for industrial processing" Gallego-Juárez, J. A., Rodríguez, G., Acosta, V., Riera, E., (2010), Ultrasonics Sonochemistry
- [4] "Engineering Analysis with ANSYS Software" T.Stolarski, Y.Nakasone, S. Yoshimoto. Elsevier - Butterworth-Heinemann
- [5] "Fundamentals of acoustics" Lawewce E. Kinsler, Austin R. Frey. Second Edition.

- [6] *"Vibration of Plates"* Arthur W. Leissa. Ohio State University
- [7] *"The prestressed piezoelectric sandwich transducer"*, Neppiras E.A., (1973), Ultrasonics International Conference Proceeding, pp 295-302.
- [8] *"The stepped horn"*, John F. Belford. Proc. Natl. Electronics Conference. Chicago 1960
- [9] *"Teoría de la elasticidad"* Landau y Lifshitz. *Física Teórica. Ed. Reverté SA*
- [10] *"Morgan Electro Ceramics, Piezoelectric Ceramics. Properties and Applications"*. Chapters 2: Physical Basis; 6: Transducers, and 8: Testing PZT discs and plates, (<http://www.morganelectroceramics.com/pzbook.html>)
- [11] *"ANSYS Theory Manual"*. Ansys Release 9.0. November 2004
- [12] *"Conversion of Piezoelectric Material Data"*. S. Imaoka. November 1999. Collaborative Solutions Inc.
- [13] *"ANSI/IEEE Standard on Piezoelectricity"*. Standards Committee of the IEEE Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Society. 1987 American National Standards Institute
- [14] *"Piezoelectric ceramics"*. PHILIPS Application book. 1974 Second Edition.
- [15] *"Application of Acoustic Agglomeration to Reduce Fine Particle Emissions from Coal Combustion Plants"* Juan A. Gallego-Juárez, Enrique Riera-Franco De Sarabia, German Rodríguez-Corral, Thomas L. Hoffmann, and Juan C. Gálvez-Moraleda. Environ. Sci. Technol., 1999
- [16] *"ANSYS, Acoustic and Fluid – Structure Interaction"*, A Revision 5.0 Tutorial,
- [17] *"Application of High-Power Ultrasound for Dehydration of Vegetables: Processes and Device"* J. A. Gallego-Juárez, E. Riera; S. de la Fuente Blanco; G. Rodríguez-Corral; V. M. Acosta-Aparicio; A. Blanco