

## **MEDIDA DE LA VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN EN LÍQUIDOS EN EL RANGO DE LAS BAJAS FRECUENCIAS ULTRASÓNICAS**

REFERENCIA PACS: 43.35 Bf

Luis Elvira Segura.  
Instituto de Acústica, C.S.I.C.  
Serrano 144  
Madrid 28006. España  
Tel.: 34 915 618 806  
Fax: 34 914 117 651  
E-Mail: iaces39@ia.cetef.csic.es

### **ABSTRACT**

A new experimental technique for the sound velocity measurement in liquids in the low frequency ultrasonic range (<50 khz) is presented in this paper. This technique is based on the mechanic wave propagation theory for elastic waveguides filled with a viscous liquid. The small liquid samples required (<10ml) for the measurement is an important advantage over other existing techniques.

### **RESUMEN**

En este trabajo se presenta una nueva técnica experimental para la medida de la velocidad del sonido en líquidos, en el rango de las bajas frecuencias ultrasónicas (<50khz). Esta técnica se basa en la teoría de propagación de ondas mecánicas en guías de onda elásticas, considerando éstas rellenas de un líquido viscoso. Frente a otras técnicas existentes, este método presenta la ventaja de precisar un pequeño volumen de líquido (<10ml) para efectuar la medida.

### **1. INTRODUCCIÓN**

La medida de la velocidad de propagación es un método comúnmente utilizado para la caracterización de líquidos [1], ya que esta magnitud está íntimamente asociada a importantes propiedades de los mismos, como pueden ser el calor específico, el estado de agregación molecular, el covolumen de la ecuación de Van der Waal's etc. Sin embargo, esta caracterización se suele realizar en el rango de las altas frecuencias ultrasónicas, generalmente por encima del MHz, quedando ocultos fenómenos que puedan aparecer a frecuencias más bajas. Los métodos convencionales empleados para medir la velocidad de propagación por debajo de 100 kHz, tienen el inconveniente de utilizar grandes volúmenes de líquido, normalmente entre 0.1 y 1 litros, para efectuar la medida [2-4]. En ocasiones requieren, además, de medidas previas de otro líquido de referencia con una impedancia similar al líquido que se pretende caracterizar.

En este trabajo se presenta un nuevo método para la medida de la velocidad del sonido en líquidos en el rango de las bajas frecuencias ultrasónicas. Este método está basado en el

estudio de las resonancias de un tubo lleno de líquido, utilizándose un disco piezoeléctrico situado en un extremo del tubo como elemento sensor. La teoría de propagación del sonido a lo largo de una guía de ondas proporciona la base matemática para relacionar la velocidad de propagación del sonido en dicha guía llena de líquido, con la velocidad característica de propagación del sonido en este líquido [5]. Hay que hacer notar que la interacción entre las paredes del tubo y el líquido juega un papel muy importante en la propagación de la onda acústica.

De esta manera, se ha construido un resonador que permite determinar la velocidad de propagación en un líquido cualquiera, sin necesidad de medidas previas de referencia. Este resonador utiliza una muestra de líquido ligeramente inferior a 10 ml para la medida, lo cual está muy por debajo de los volúmenes empleados por los métodos habituales de medida de velocidad a baja frecuencia.

## 2. PROPAGACIÓN DEL SONIDO EN UNA GUÍA DE ONDAS ELÁSTICA RELLENA DE UN LÍQUIDO VISCOSO.

Se considera la velocidad de propagación de una onda acústica monocromática a lo largo de una guía de ondas con simetría radial, constituida por un tubo de paredes elásticas relleno de un líquido viscoso. Según el modelo propuesto por Del Grosso [6], se estudia por separado la propagación en el tubo y en el líquido, para posteriormente acoplar las ecuaciones resultantes mediante la aplicación de las condiciones de contorno. Este modelo fue ampliado por el autor en un reciente trabajo [9] en el que se incluye el efecto de la viscosidad en el líquido.

Las expresiones para las velocidades axial ( $z$ ) y radial ( $r$ ) de vibración de la onda en la pared del tubo son,

$$v_z^{(w)} = e^{j(\omega - k_z z)} \left[ -jk_z (AJ_0(rP_m) + BN_0(rP_m)) + T_m (CJ_0(rT_m) + DN_0(rT_m)) \right] \quad (1.a)$$

$$v_r^{(w)} = e^{j(\omega - k_z z)} \left[ -P_m (AJ_1(rP_m) + BN_1(rP_m)) + jk_z (CJ_1(rT_m) + DN_1(rT_m)) \right] \quad (1.b)$$

donde

$$P_m = \sqrt{k_c^2 - k_z^2} \quad (2.a)$$

$$T_m = \sqrt{k_s^2 - k_z^2} \quad (2.b)$$

$$k_c = \frac{\omega}{c_c} \quad (2.c)$$

$$k_s = \frac{\omega}{c_s} \quad (2.d)$$

$c_c$  y  $c_s$  son las velocidades de fase longitudinales y transversales en el sólido,  $\omega$  es la velocidad angular de la onda y  $k_z$  es el número de onda en la dirección axial ( $z$ ) del tubo. El superíndice ( $w$ ) señala que la velocidad se refiere a la correspondiente a la pared del tubo. A partir de estas expresiones, obtenemos las tensiones:

$$s_{rr} = \frac{r_w c_s^2}{j\omega} \left[ \frac{2n}{1-2n} \left( \frac{1}{r} \frac{\mathcal{J}_l}{\mathcal{J}_r} (rv_r^{(w)}) + \frac{\mathcal{J}_v^{(w)}}{\mathcal{J}_k} \right) + 2 \frac{\mathcal{J}_v^{(w)}}{\mathcal{J}_r} \right] \quad (3.a)$$

$$s_{rz} = \frac{r_w c_s^2}{j\omega} \left[ \frac{\mathcal{J}_v^{(w)}}{\mathcal{J}_k} + \frac{\mathcal{J}_v^{(w)}}{\mathcal{J}_r} \right] \quad (3.b)$$

donde  $n$  es el módulo de Poisson y  $r_w$  es la densidad de la pared.

Por otro lado, las velocidades de vibración en el líquido, indicadas con el superíndice  $(l)$ , serán:

$$v_z^{(l)} = v_{z1}^{(l)} + v_{z2}^{(l)} = e^{j(\omega - k_z z)} \left( -jk_z EJ_0(k_r r) + FJ_0(ar) \right) \quad (4.a)$$

$$v_r^{(l)} = v_{r1}^{(l)} + v_{r2}^{(l)} = e^{j(\omega - k_z z)} \left( -k_r EJ_1(k_r r) + \frac{jk_z}{a} FJ_1(ar) \right) \quad (4.b)$$

donde

$$k_r = \sqrt{k_l'^2 - k_z^2} \quad (5.a)$$

$$k_l' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{k_l^2} + \frac{j}{\omega \mathbf{r}_l} \left( z + \frac{4}{3} \mathbf{h} \right)}} \quad (5.b)$$

$$a = \sqrt{\frac{\omega \mathbf{r}_l}{j \mathbf{h}} - k_z^2} \quad (5.c)$$

$\mathbf{r}_l$  es la densidad del líquido,  $k_l$  es el número de onda en el líquido y  $z$  y  $\mathbf{h}$  son las viscosidades compresional y de cizalla, respectivamente, del líquido.

Finalmente, la presión en el líquido se puede obtener como:

$$p = j \frac{\mathbf{r}_l c_l^2}{\omega} \nabla \cdot \vec{v}^{(l)} \quad (6)$$

En las ecuaciones 1 y 4 aparecen 6 incógnitas,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  y  $F$ , que habrán de ser despejadas por medio de las condiciones de contorno. Estas condiciones, aplicadas en el radio interno,  $r=R_1$ , y radio externo  $r=R_2$ , del tubo, serán:

- Para  $r=R_1$

$$\mathbf{s}_{rr} = -p \quad (7.a)$$

$$\mathbf{s}_{rz} = 0 \quad (7.b)$$

$$v_r^{(w)} = v_r^{(l)} \quad (7.c)$$

$$v_z^{(w)} = v_z^{(l)} \quad (7.d)$$

- Para  $r=R_2$

$$\mathbf{s}_{rr} = 0 \quad (7.e)$$

$$\mathbf{s}_{rz} = 0 \quad (7.f)$$

De esta manera, obtenemos un sistema homogéneo de 6 ecuaciones (una por cada condición de contorno) con 6 incógnitas. La solución de este sistema nos dará el valor de la constante de propagación compleja a lo largo del tubo,  $k_z$ , de la cual se obtiene la velocidad y la atenuación de la onda. Nótese que estas ecuaciones relacionan la velocidad de propagación en la guía de ondas con la velocidad de propagación en el líquido a través de la relación entre los correspondientes números de onda,  $k_z$  y  $k_l$ .

### 3. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Se ha construido un resonador que consiste en un tubo de latón abierto por un extremo y cerrado por el otro por medio de un disco piezoeléctrico (Cice, PKT P1.89) de 3mm de espesor (figura 1). El diámetro interior del tubo coincide con el diámetro de la cerámica (15mm), siendo su diámetro externo, 30mm y su longitud, 50mm. Este tubo se llena completamente con el líquido que se pretende caracterizar, de manera que se obtenga en el extremo superior una

interfase plana entre el líquido y el aire. Según estas dimensiones, el volumen de líquido requerido es de 8.84ml.

A partir de la teoría de propagación en guías de onda elásticas descrita, obtenemos los modos de propagación en el dispositivo construido. Para la medida se ha utilizado el primer modo, el cual está asociado a una onda casi plana que se propaga fundamentalmente a través del fluido. Sin embargo, según se puede apreciar en la figura 2, existe una importante diferencia entre la velocidad de dicho modo y la que correspondería a la onda plana que se propaga en un tubo rígido lleno de agua. Este hecho justifica plenamente la necesidad de abordar la propagación en tubos llenos de líquido mediante el modelo de guías de onda elásticas.

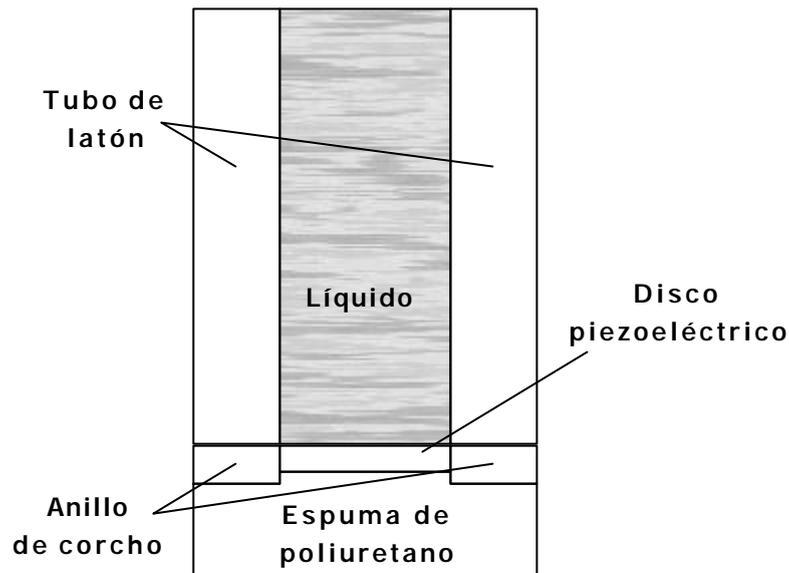


Figura 1. Resonador de paredes elásticas para la medida de la velocidad del sonido en líquidos.

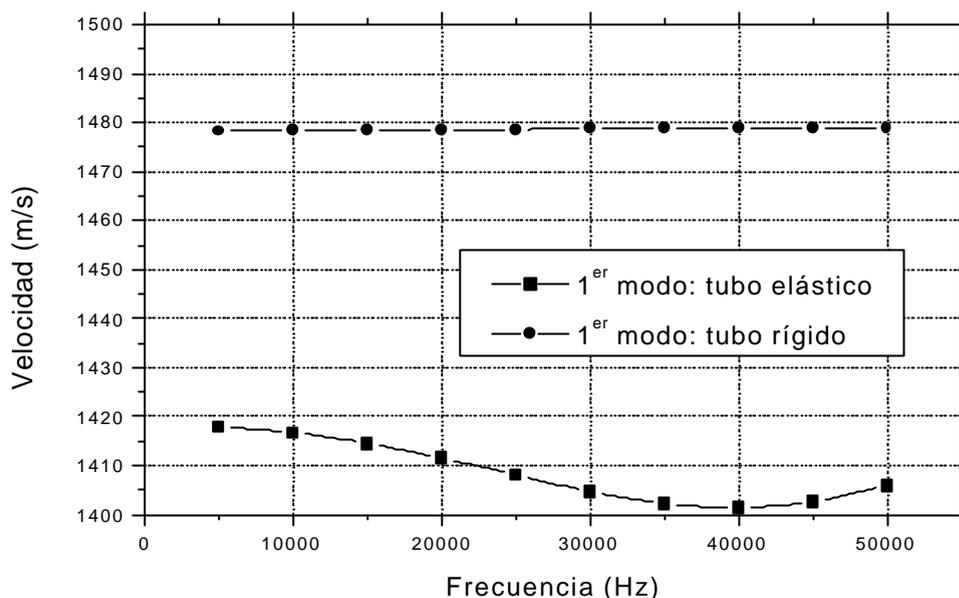


Figura 2. Comparación entre las velocidades de propagación del primer modo correspondiente a un tubo elástico de latón, con radios interno y externo 7.5 y 15mm, respectivamente (cuadrados) y el primer modo correspondiente a un tubo de paredes rígidas y radio 7.5mm (círculos), llenos ambos de agua.

Tabla I. Medidas de velocidad de propagación en agua destilada en función de la temperatura.

Temperatura (°C)	Velocidad del sonido en el tubo (m/s)	Velocidad del sonido en el agua (m/s)
23.4	1405	1489
24.3	1406	1491
24.8	1411	1496
25.3	1412	1498
26.3	1413	1499
27.0	1416	1504
28.2	1416	1506
29.2	1420	1508
30.9	1421	1510

#### 4. MÉTODO DE MEDIDA

La impedancia eléctrica de entrada en los bornes de la cerámica piezoeléctrica está afectada por la presencia del tubo de latón lleno de líquido, el cual constituye una guía de ondas acústicas acoplada a una de las caras de la cerámica. A partir del circuito equivalente de Mason [7], se relacionan los picos de la resistencia de entrada con las resonancias propias del tubo lleno de líquido. Esta resistencia de entrada se mide por medio de un analizador de impedancias HP 4194-A controlado vía GPIB. A partir de las frecuencias a las que tienen lugar dichas resonancias, se obtiene el valor de la velocidad de propagación del sonido en la guía de ondas. Como hemos visto en el apartado 2, esta velocidad está relacionada a su vez, con la velocidad de propagación característica del sonido en el líquido.

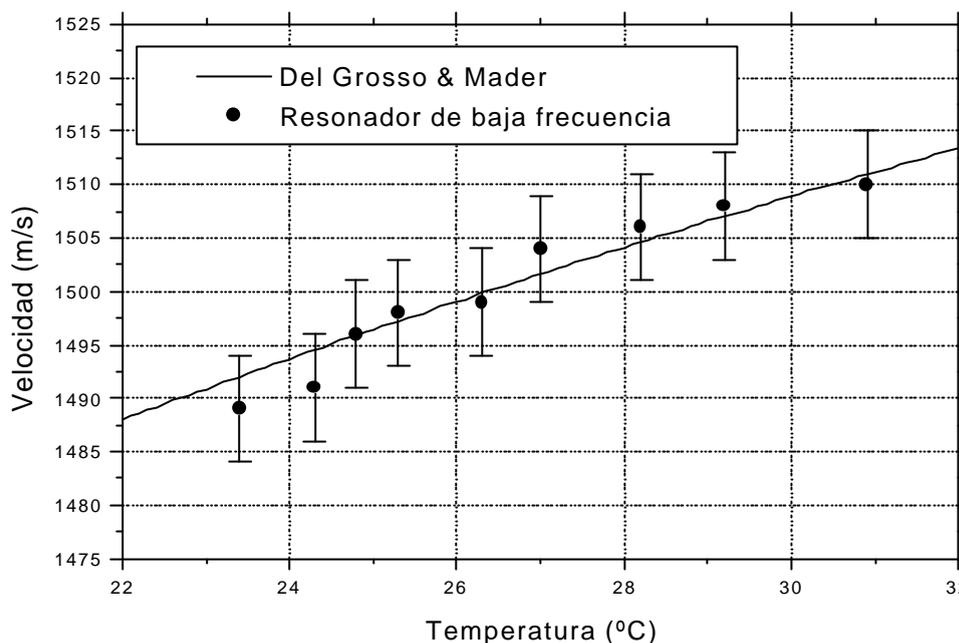


Figura 3. Medidas de velocidad del sonido en agua destilada. Comparación de los resultados experimentales obtenidos utilizando el resonador de baja frecuencia presentado en este trabajo (puntos) con los resultados obtenidos por Del Grosso y Mader mediante interferometría de alta frecuencia (línea continua)

Se ha estudiado la velocidad de propagación del sonido en agua destilada en función de la temperatura, para un rango comprendido entre 23 y 31 grados centígrados. Las velocidades en la guía de ondas y las correspondientes a la propagación en el líquido se muestran en la tabla I. En la figura 3, estas medidas se comparan con la curva obtenida por Del Grosso y Mader [8] utilizando un método de interferometría de alta frecuencia. Se aprecia un buen ajuste de los datos obtenidos mediante el método propuesto en este trabajo, obteniéndose un error relativo inferior al 0.3%.

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un nuevo método para la medida de la velocidad del sonido en líquidos, en el rango de las bajas frecuencias ultrasónicas. Este método está basado en la teoría de propagación de ondas mecánicas en guías de onda elásticas. Por medio de esta teoría, se relaciona la velocidad de propagación en un tubo lleno de líquido con la velocidad de propagación característica del sonido en dicho líquido.

Para efectuar esta medida, se ha construido un resonador que consta fundamentalmente de un tubo de latón al que va acoplada una cerámica piezoeléctrica. El cálculo de la velocidad se realiza a partir de la medida de la resistencia eléctrica de entrada en los bornes de la cerámica. Este resonador tiene unos requerimientos de líquido pequeños (<10ml), lo cual representa una ventaja frente a otras técnicas de medida de la velocidad a baja frecuencia, las cuales precisan de volúmenes mucho mayores (entre 0.1 y 1 litros).

## 6. AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi gratitud al Dr. Francisco Montero de Espinosa por sus interesantes comentarios y sugerencias aportados en este trabajo.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] F. Eggers, U. Kaatze. "Broad-band ultrasonic measurement techniques for liquids". *Meas.Sci.Technol.* 7 pp 1-19, 1996.
- [2] T. Ohsawa, Y. Wada. "Resonance reverberation method for ultrasonic measurements of liquid from 10 to 300 kHz". *Japan.J.Appl.Physics*, 6 (12), pp 1351-1356, 1967.
- [3] T. Ohsawa, Y. Yasuda. "Resonance reverberation method for ultrasonic measurements of liquids below 10 kHz". *Japan.J.Appl.Physics*, 13 (9), pp 1465-1466, 1974.
- [4] S.N. Vydrin, O.I. Zinov'ev. "Measurement of the velocity of sound in liquids at frequencies of 5 to 20kHz in small-volume measurement cells". *Sov.Phys.Acoust.*, 23 (2), 180-181, 1977.
- [5] V.A. Del Grosso. "Analysis of multimode acoustic propagation in liquid cylinders with realistic boundary conditions-Application to sound speed and absorption measurements". *Acústica* 24, pp. 296-306, 1971.
- [6] L. Elvira-Segura. "Acoustic wave dispersion in a cylindrical elastic tube filled with a viscous liquid". *Ultrasonics* 37, pp-537-547, 2000.
- [7] D. Berlincourt, D. "Ultrasonic transducer materials". Ed. O.E. Mattiat, Plenum Press 1971, chapter 2.
- [8] V.A. Del Grosso, C.W. Mader. "Speed of sound in pure water". *J.Acoust.Soc.Am.* 52, 1442-1446, 1972.