

MODELIZACIÓN DE LA VIBRACIÓN DE UNA BARRA Y APLICACIÓN AL CONTROL ACTIVO ESTRUCTURAL DE SUS MODOS RADIANTES

43.50.KI

María Cuesta Ruiz y Pedro Cobo Parra
Instituto de Acústica. CSIC
C/Serrano 144-28006 Madrid. España
Tfn- 91 5618806
Fax- 91 4117651
e-mail: iaccr52@ia.cetef.csic.es, iacpc24@ia.cetef.csic.es

ABSTRACT

The main objective of this work is to model the structural response and sound radiation of a simply supported beam, in order to design an Active Structural Acoustic Control (ASAC) system which reduce the radiated noise. The unidimensional model allows to obtain the modal response of the beam; the sound radiation problem can be solved by using the the Rayleigh integral. The normal modes are measured by several accelerometers along the beam and compared with theoretical results.

RESUMEN

El principal objetivo de este trabajo es modelizar la respuesta estructural y la radiación acústica de una barra simplemente soportada, con objeto de diseñar un sistema de Control Activo Acústico Estructural (CAAE) para reducir el ruido radiado. El modelo unidimensional permite obtener la repuesta modal de la barra, y la integral de Rayleigh permite calcular la radiación acústica. Se miden los modos normales con una serie de acelerómetros y se comparan con los resultados teóricos del modelo.

INTRODUCCION

El ruido es uno de los agentes contaminantes más ligado al desarrollo económico de cualquier ciudad moderna y controlarlo resulta un problema tecnológico de gran envergadura por la complejidad temporal, espacial y frecuencial que presenta. Tradicionalmente se han utilizado métodos pasivos, que aprovechan las propiedades de ciertos materiales para absorber las ondas acústicas o variar la impedancia del medio de propagación. La solución pasiva garantiza un eficiente control a frecuencias medias y altas. En cambio, en el margen de bajas frecuencias hay que aplicar Control Activo del Ruido (CAR) porque los dispositivos anteriores no son competentes en relación coste/beneficio. Cualquier sistema CAR trata de minimizar el ruido indeseado introduciendo una señal desfasada para producir interferencia destructiva (Nelson and Elliott, 1992). Frente a la aproximación CAR clásica, que usa

micrófonos como sensores del campo acústico y altavoces como fuentes secundarias (Cuesta and Cobo, 2000), ha surgido recientemente otra manera más efectiva de control que consiste en alterar los propios mecanismos de generación del ruido en la fuente. Cuando se trata de atenuar ruido de origen estructural, se utilizan actuadores para alterar las características de vibración de la estructura, problema que se conoce como Control Activo Acústico Estructural (CAAE) (Cobo, 1997). Esta técnica es de gran interés porque muchos de los ruidos de baja frecuencia tiene origen estructural, sobre todo los generados en maquinaria industrial. Controlar las vibraciones de una determinada estructura implica determinar su respuesta estructural, expresada como combinación de sus modos normales, y su eficiencia de radiación. Por otra parte, se sabe que no todos los modos estructurales contribuyen a la radiación sonora. Por consiguiente es más útil atacar directamente estos modos estructurales que radian, es decir los modos radiantes (Fuller et al, 1996).

Este trabajo está encaminado a controlar activamente el ruido radiado por una barra simplemente soportada, para lo cual ha sido imprescindible comenzar con el estudio de la respuesta estructural y de la presión sonora radiada al entorno. Los modos normales han sido medidos experimentalmente y pueden ser contrastados con los calculados a partir del modelo, mientras que la radiación sólo la hemos calculado teóricamente. De aquí en adelante los pasos a seguir en la investigación son: medir la radiación, determinar los modos radiantes, y diseñar el sistema CAAE para la reducción de éstos.

MODELO ACUSTICO-ESTRUCTURAL

En una barra de sección rectangular pueden coexistir varios tipos de ondas, aunque aquellas de interés desde el punto de vista del CAAE son las flexionales, o transversales a la barra, puesto que son las que dan lugar a la radiación estructural. La ecuación para este tipo de ondas en una dimensión, conocida como ecuación de Euler-Bernouilli, puede resolverse fácilmente para condiciones de contorno en soporte simple (Hansen and Snyder, 1997). En este caso particular los extremos pueden rotar pero no tienen desplazamiento ni momento. Cuando una barra es excitada con una fuente puntual de amplitud F en un punto x_i , la respuesta en frecuencias del sistema puede expresarse como combinación de sus modos de vibración a lo largo de la longitud de la barra, $\sin(k_n x)$, y de la frecuencia angular, ω con la siguiente expresión:

$$w(x, \omega) = \frac{-2F}{M} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(k_n x) \sin(k_n x_i)}{\omega^2 - \omega_n^2} = W_n \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n x) \quad (1)$$

donde,

n es el orden modal, M es la masa de la barra, y ω son las frecuencias normales. Estas últimas relacionan propiedades elásticas de la barra (módulo de Young, E , y momento de inercia, I), así como la longitud, L , y masa, con el orden modal:

$$\omega_n = \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EIL}{M}} \quad (2)$$

Para modelizar la radiación sonora al entorno circundante suponemos que la barra está encajada en un baffle infinito (Cunefare, 1991), que es el caso en que la integral de Rayleigh tiene solución analítica. Tomando como sistema de referencia en la barra el que viene expresado en la figura 1, la radiación de presión sonora adopta la expresión (Wang, 1996)

$$P(r, \mathbf{q}, \mathbf{f}, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n(\omega) q_n(r, \mathbf{q}, \mathbf{f}) \quad (3)$$

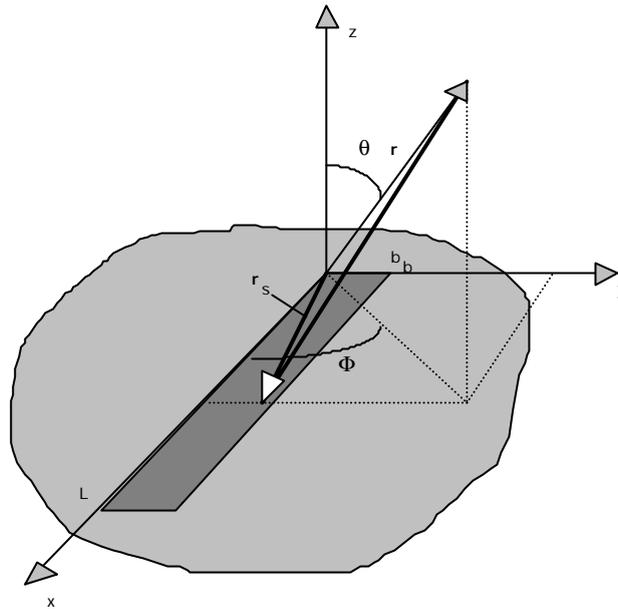


Figura 1. Geometría para la integral de Rayleigh en una barra simplemente soportada

siendo W_n las amplitudes modales definidas en la Ec. (1), y q_n un factor que depende de la dirección de radiación (r, θ, ϕ) , dado por

$$q_n = -j\omega \frac{\mathbf{r}_0 c b_b}{\mathbf{p}} \frac{k}{\mathbf{a}_n} \frac{e^{-jkr}}{2r} \left[\frac{1 - (-1)^n e^{-j\mathbf{a}}}{1 - (\mathbf{a}/n\mathbf{p})^2} \right] \left[\frac{1 - e^{-j\mathbf{b}}}{\mathbf{b}} \right] \quad (4)$$

siendo $\mathbf{a}_n = n\mathbf{p}/L$, $\mathbf{a} = kL \sin \mathbf{q} \cos \mathbf{f}$, y $\mathbf{a} = kb_b \sin \mathbf{q} \sin \mathbf{f}$, y b_b el ancho de la barra.

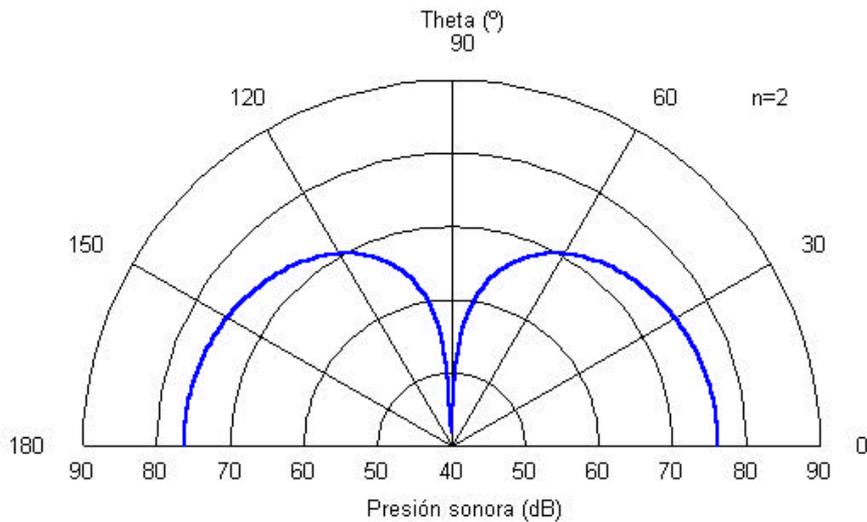


Figura 2. Diagrama en polares de la presión sonora radiada por la barra a 4 m y $f=0^\circ$ cuando es excitada a una frecuencia de 163.8 Hz

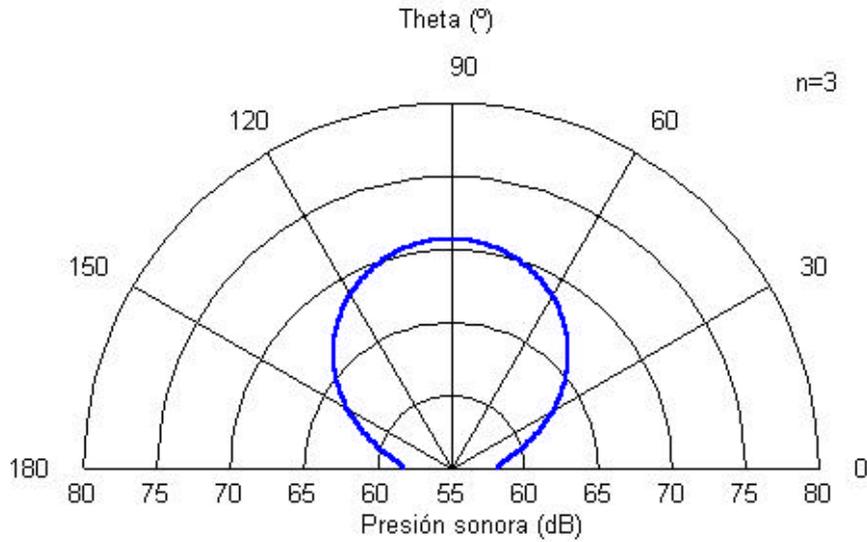


Figura 3. Diagrama en polares de la presión sonora radiada por la barra a 4 m y $\phi=0^\circ$ cuando es excitada a una frecuencia de 361.6 Hz

Las Figuras 2 y 3 muestran los diagramas de radiación acústica en el plano x-z de la barra ($\phi=0^\circ$) y a 4 m de distancia (campo lejano), cuando la barra es excitada a las frecuencias del segundo y tercer modo, 163.8 Hz y 361.6 Hz, respectivamente. Los resultados teóricos de la radiación deberán contrastarse experimentalmente para determinar cuales de los modos son radiantes.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

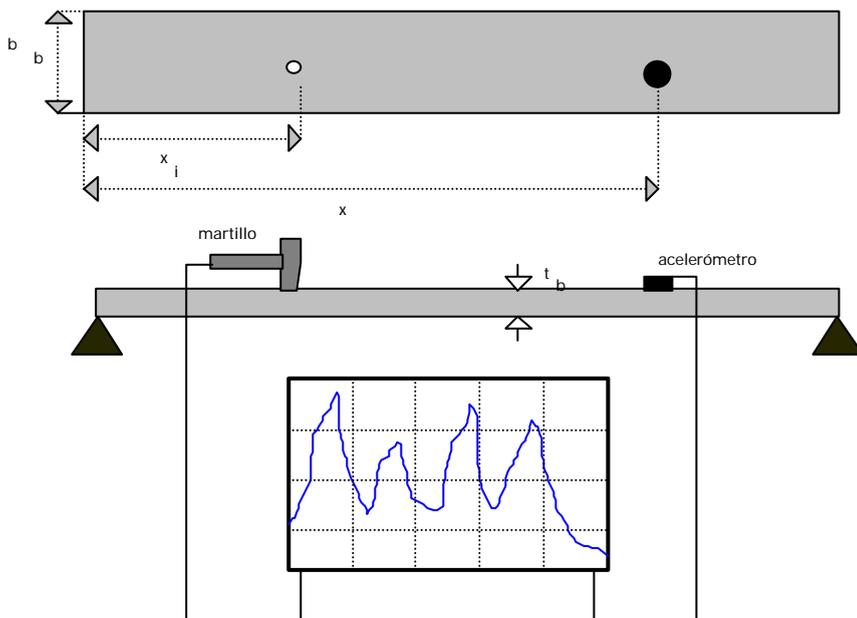


Figura 4. Montaje experimental para medir la respuesta estructural de una barra simplemente soportada

En la figura 4 se muestra el montaje experimental utilizado en la determinación de la respuesta estructural de una barra de Al, con dimensiones $40.2 \times 3 \times 0.3 \text{ cm}^3$ y masa 94.93 g, en soporte simple. Para la medida de la función de transferencia entre la señal generada por un martillo que excita la vibración a todas las frecuencias, y la señal detectada por uno o varios acelerómetros colocados en distintos puntos de la barra, usamos el sistema comercial PROSIG con el paquete de software Hammer Impact. La figura 5 reproduce la respuesta recogida por un acelerómetro situado a 11.6 cm del origen, cuando golpeamos con el martillo en $x_i = 4.95 \text{ cm}$. La figura 6 muestra el espectro de la aceleración estructural calculado a partir de la Ec. (1) para las posiciones de la fuente excitadora y del sensor utilizadas en las medidas. Contrastando ambas curvas se observa que la predicción teórica es muy acertada, refleja muy bien los niveles relativos de las resonancias y sus frecuencias asociadas. En la tabla 1 se muestran las frecuencias teóricas y las determinadas experimentalmente. La pequeña desviación que se aprecia entre algunas de las frecuencias modales, viene determinada por la falta de precisión del módulo de Young introducido en el modelo, ya que no se sabe exactamente de qué tipo de Al se trata, además del margen de error inherente a cualquier medida.

Tabla 1. Frecuencias propias, teóricas y experimentales, de los cuatro primeros modos

Orden modal n	Frecuencia Teórica (Hz)	Frecuencia Experimental (Hz)
1	41.0	42.23
2	163.8	157.67
3	368.6	362.32
4	655.2	669.42

CONCLUSIONES

En este trabajo se han presentado resultados teóricos de la vibración y de la radiación sonora de una barra de aluminio simplemente soportada. La respuesta estructural se expresa como combinación de los modos normales que se excitan a las frecuencias propias, y la presión sonora radiada se calcula con la solución analítica de la integral de Rayleigh, suponiendo condiciones de soporte simple. Se mide experimentalmente la función de transferencia de la barra en un amplio margen de frecuencias excitándola con una fuente puntual unitaria. Las curvas de la respuesta en aceleración, teórica y experimental, presentan gran similitud. Las ligeras desviaciones de las frecuencias propias teóricas respecto a las medidas, son consecuencia de la falta de precisión en la estimación del módulo de elasticidad de la barra y de los errores propios de cualquier medida. Estos cálculos teóricos y medidas experimentales son el primer paso en el proceso de diseño del sistema de control activo estructural del ruido radiado por la placa que se presentará próximamente.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido posible gracias al apoyo financiero de la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT), Proyecto AMB99-1095-C02-01.

REFERENCIAS

- Cobo, P., 1997. **Control Activo del Ruido. Principios y Aplicaciones** Madrid: CSIC, Colección Textos Universitarios N° 26.
- Cuesta, and Cobo, 2000. *Active control of the exhaust noise radiated by an enclosed generator*. Applied Acoustics (aceptado para publicación).
- Cunefare, K.A., 1991. *The minimum multimodal radiation efficiency of baffled finite beams*. J. Acoust. Soc. Am., 90(5), 2521-2529.
- Fuller, C.R., Elliott, S.J., and Nelson, P.A., 1996. **Active Control of Vibration**. Academic Press, London
- Nelson, P.A. and Elliott, S.J., 1992. **Active Control of Sound**. London: Academic Press.
- Hansen, C.H. and Snyder, S.D., 1997. **Active Control of Noise and Vibration**. London: E&FN Spon.
- Wang, B.T., 1996. *Optimal placement of microphones and piezoelectric transducer actuators for far-field sound radiation control*. J. Acoust. Soc. Am., 51(3), 2975-2984.

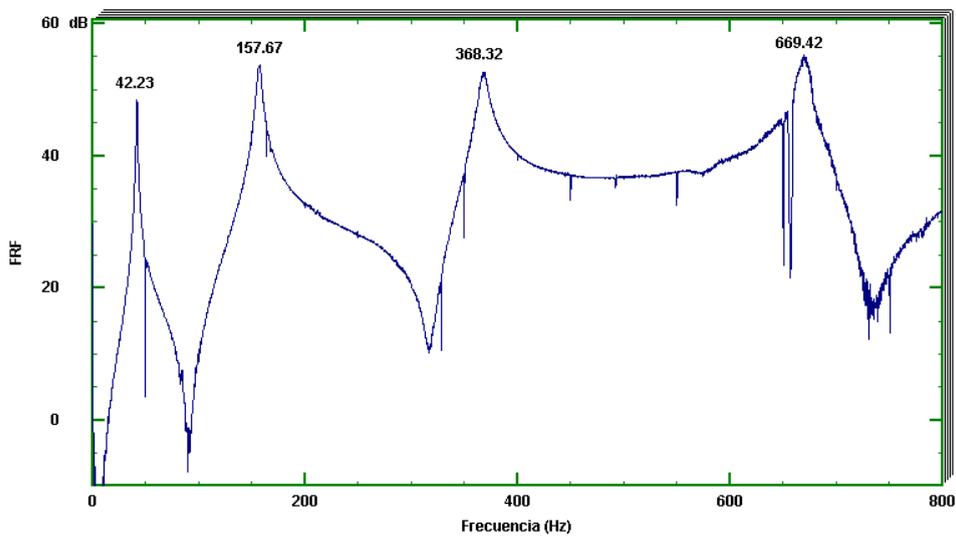


Figura 5. Módulo de la respuesta en aceleración de la barra medida experimentalmente

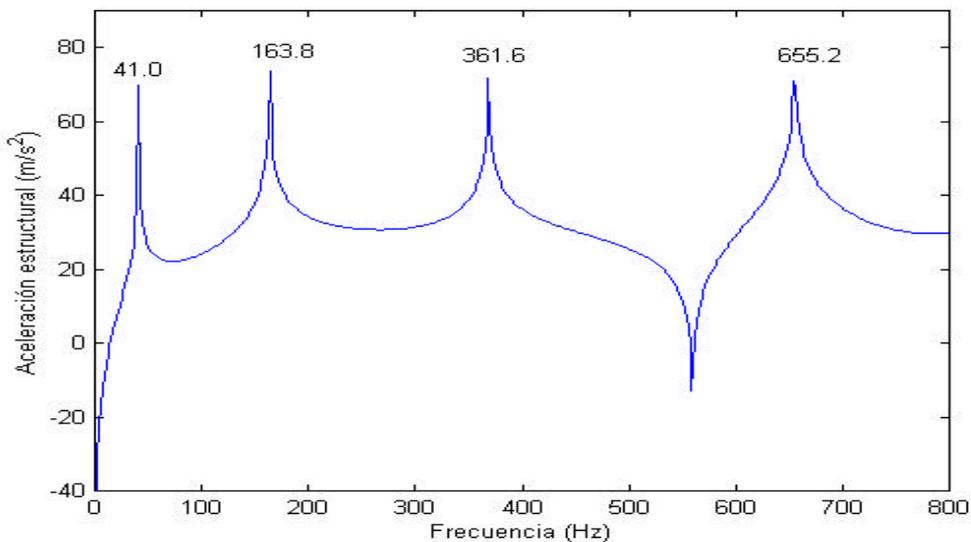


Figura 6. Aceleración estructural teórica de la barra