TECNIACUSTICA
BARCELONA • 1996

Aplicación del método de los elementos de contorno para la determinación del campo acústico en la zona de sombra de una barrera

Antonio Sanchis Sabater, Alicia Giménez Pérez, Albert Marín Sanchis, Pedro E. Solana Quirós.

Laboratorio de Acústica Industrial (L.A.I.), E.T.S. Ingenieros Industriales.
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA. Camino de Vera, 14 46022 Valencia.

RESUMEN
En la presente ponencia se plantea el problema general de la difracción acústica y su resolución mediante la formulación de la ecuación integral del problema exterior de Helmholtz, para su aplicación a la zona de sombra de una barrera; se estudia como tomar los elementos de superficie y determinar para cada elemento la impedancia acústica en función de la resistencia mecánica y de la frecuencia.

INTRODUCCIÓN
La protección más inmediata contra el ruido producido por el tráfico de vehículos, especialmente el de las vías de comunicación interurbanas, es la interposición de una barrera acústica al borde de la vía de comunicación. Uno de los problemas en el diseño de la barrera es el de la difracción del sonido en el borde de la misma, que resta eficacia al cálculo del campo acústico en la zona de sombra. Diversos investigadores han tratado de modelizar el comportamiento acústico de las barreras.

Las investigaciones sobre la atenuación de las barreras se pueden clasificar en cuatro vertientes. En una primera se agrupan las investigaciones que tratan de generalizar las diferentes geometrías de las barreras, llegando a la conclusión que la atenuación de una barrera es una función de variables adimensionales, las cuales están determinadas por su geometría, entre estas cabe citar las realizadas por: Redfearn, Fehr, Maekawa, Kurze, Kawai, etc ... En una segunda vertiente, se pueden incluir los estudios sobre la efectividad de los materiales absorbentes superficiales de las barreras. De entre los que se pueden citar a Kawai, Fujiwara, Yuzawa, ... Otra estaría constituida por los estudios, de la difracción para diferentes obstáculos, tales como barreras gruesas o en forma de cuña, de los trabajos se puede destacar a Pierce y a Fujiwara. Por último, una cuarta vertiente representada por Scholes, Isei, Jonasson, Thomanson, etc..., en estos trabajos se estudia la presencia de superficies ajenas a la barrera y la interferencia debida a las ondas reflejas por estas. Todos los trabajos citados intentan obtener modelos para la determinación de la atenuación de las barreras de forma simple y aproximada, pero, para ello, necesitan hacer demasiadas hipótesis simplificativas, en detrimento de la exactitud, aunque en una gran mayoría de los casos sus aproximaciones pueden ser suficientemente válidas.

La dificultad que ofrece el tratamiento analítico del campo acústico en la zona de sombra de la barrera, hace necesario recurrir a métodos numéricos. Entre los más utilizados están los métodos de Elementos Finitos y particularmente el Método de los Elementos de Contorno.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA
El Método de los Elementos de Contorno se puede tratar de forma directa o indirecta, partiendo de los potenciales de Helmholtz. Para el método indirecto se definen los potenciales de simple y doble capa. Se considera un dominio limitado por una superficie cerrada Ω. Los potenciales de capa simple y capa doble de Helmholtz se definen de la siguiente manera:

Capa simple:

$$V_K(P) = \iint_\Omega \sigma(Q).G_K(P,Q).d\Omega_Q \quad (1)$$

Capa doble:

$$W_K(P) = \iint_\Omega \sigma(Q).[(\partial G_K(P,Q) / \partial n_Q)].d\Omega_Q \quad (2)$$

Siendo $G_K(P,Q)$ la función de Green en el espacio libre para la ecuación de Helmholtz.

El problema directo, utilizado para este estudio, parte de la fórmula integral de Helmholtz. Sean ϕ_1 y ϕ_2 dos funciones escalares que satisfacen la ecuación de Helmholtz ($\nabla^2\phi + K^2.\phi = 0$). Según el segundo Teorema de Green debe cumplirse en el contorno:

$$\iint_\Omega [\phi_1.(\partial\phi_2 / \partial n_Q) - \phi_2.(\partial\phi_1 / \partial n_Q)].d\Omega = 0 \quad (3)$$

Identificando la segunda función ϕ_2, con la función de Green G_K (P,Q) y tomando como dominio la región exterior, toda solución de la ecuación de Helmholtz que tiene derivadas continuas de segundo orden en el dominio y su superficie, y, que además satisface la condición de radiación, la ecuación (3) adopta los valores la forma:

$$\iint_\Omega [\phi(Q).\frac{\partial G_K(P,Q)}{\partial n_Q} - G_K(P,Q).\frac{\partial\phi(Q)}{\partial n_Q}].d\Omega_Q = \begin{cases} \phi(P);\ P \in \text{exterior} \\ 1/2.\phi(P);\ P \in \Omega \\ 0;\ P \in \text{interior} \end{cases} \quad (4)$$

que es la fórmula integral de Helmholtz para la región exterior.

Cuando se resuelven los problemas exteriores, es usual expresar la función de onda total como la suma de dos ondas: una onda incidente ϕ_i, y otra difusa ϕ_d, que cumplen la condición de radiación $\phi_t = \phi_i + \phi_d$. A partir de la ecuación (4) y teniendo en cuenta esta descomposición de la solución, se demuestra que la función de onda total se puede obtener a partir de:

$$\iint_\Omega [\phi_t(Q).\frac{\partial G_K(P,Q)}{\partial n_Q} - G_K(P,Q).\frac{\partial\phi_t(Q)}{\partial n_Q}].d\Omega_Q = \begin{cases} \phi_t(P) - \phi_i(P);\ P \in E \\ 1/2.\phi_t(Q) - \phi_i(P);\ P \in \Omega \\ -\phi_i(P);\ P \in D \end{cases} \quad (5)$$

O bien a partir de la fórmula integral de Helmholtz (5) diferenciada en el punto P:

$$\frac{\partial}{\partial n_p}\iint_\Omega [\phi_t(Q).\frac{\partial G_K(P,Q)}{\partial n_Q} - G_K(P,Q).\frac{\partial\phi_t(Q)}{\partial n_Q}].d\Omega_Q = \begin{cases} \frac{\partial\phi_t(P)}{\partial n_p} - \frac{\partial\phi_i(P)}{\partial n_p};\ P \in E \\ 1/2.\frac{\partial\phi_t(Q)}{\partial n_p} - \frac{\partial\phi_i(P)}{\partial n_p};\ P \in \Omega \\ -\frac{\partial\phi_i(P)}{\partial n_p};\ P \in D \end{cases} \quad (6)$$

La introducción de los operadores integrales [I], $[L_K]$, $[M_K]$ y $[N_K]$ en las dos ecuaciones integrales (5) y (6) permite expresarlas de la forma:

$$\{1/2.[I] - [M_K]\}\phi_t + [L_K].\partial\phi_t / \partial n = \phi_i;\ P \in \Omega \quad (7)$$

$$\{1/2.[I] + [M_K]^t\}\partial\phi_t / \partial n - [N_K].\phi_t = \partial\phi_i / \partial n;\ P \in \Omega \quad (8)$$

donde $[I]$ es la matriz identidad y,

$$[L_K]\phi_t = \iint_\Omega G_K(P,Q).\phi_t.d\Omega_Q$$

$$[M_K]\phi_t = \iint_\Omega (\partial G_K(P,Q) / \partial n_Q).\phi_t.d\Omega_Q \quad (9)$$

$$[N_K]\phi_t = \iint_\Omega (\partial^2 G_K(P,Q) / \partial n_Q.\partial n_p).\phi_t.d\Omega_Q$$

Imponiendo a la función de onda total ϕ_t la condición de Robin en el contorno $\partial\phi_t / \partial n + h.\phi_t = 0$, las ecuaciones (7) y (8) quedan reducidas a:

$$\{1/2.[I] - [M_{K,h}]\}\phi_t = \phi_i;\ P \in \Omega \quad (10)$$

$$\{1/2.h.[I] + [N_{K,h}]\}\phi_t = -(\partial\phi_i/\partial n);\, P \in \Omega \quad (11)$$

donde $[M_{K,h}] = [M_K]+h.[L_K]$ y $[N_{K,h}]=[N_K]+\mathrm{h}.[M_K]^T$

DISCRETIZACIÓN EN ELEMENTOS SUPERFICIALES

Para poder aplicar las ecuaciones integrales de Helmholtz al problema exterior es necesario que la totalidad de las superficies que limitan el dominio exterior sean superficies regulares tal como las define Kellog, o como las definidas por Lyapunov. En nuestro caso, las superficies se reducen a planos unidos consecutiva– mente. Los elementos superficiales son de dos tipos, los que corresponden a la discretización de la topografía del terreno en torno a la barrera, y los de la propia barrera. Como el análisis se ha realizado en dos dimensiones y se ha supuesto fuente lineal, los planos quedan reducidos a segmentos. Seguidamente se procede a generar los elementos finitos por la discretización de cada plano (segmento), de forma que cada elemento quede definido por un punto y el área (longitud por unidad de anchura) y el plano al que pertenece.

La impedancia acústica de cada elemento, al igual que el coeficiente de Robin $h(Z_2 / Z_1)$ de la condición límite de Robin, se obtiene a partir de la resistencia mecánica del plano al cual pertenece, mediante la expresión de Delany:

$$Z_2 / Z_1 = 1 + 9{,}08.(f/\sigma)^{-0{,}75} - j.11{,}9.\,(f/\sigma)^{-0{,}73}$$

en donde f representa la frecuencia y _ la resistencia mecánica del terreno siendo Z_2 la impedancia del plano y Z_1 la del aire.

CONCLUSIONES

Los operadores integrales facilitan el tratamiento numérico del campo acústico en la zona de sombra de la barrera, conociendo la resistencia mecánica de los materiales que componen las superficies planas en que se discretizado el terreno y la barrera.

REFERENCIAS

[1] Sanchis Sabater, Antonio *"Contribución al Estudio de la Atenuación del Ruido por interposición de Barreras Acústicas. Aproximación al Cálculo mediante el BEM"*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. 1993

[2] Redfeam S.W.– *"Some acoustical source–observer problems"* Philos Mag. J. Sci. vol 30 p 223– 236 1940

[3] Fehr, R.O. *"The reduction of industrial machine noise"* Proc. Second Annual National Noise Abatement Symposium p 93–103 1951

[4] Maekawa Z. *"Experimental study on acoustical designing of a screen for noise reduction"* Journal Acoustic Society Japan vol 18 p 187–196 1962

[5] Maekawa Z *"Noise Reduction by Screens"* Applied Acoustics vol 1 pp 157–173 1968

[6] Kurze U.J.; Anderson G.S.*"Sound Attenuation by Barriers"*. Applied Acoustics vol 4 p 35–53 1972

[7] Kurze U.J. "Noise Reduction by Barriers" The Journal of the Acoustical Society of America. núm 3 vol 55 p 504–518 1974

[8] Kawai T.; Fujimoto K.; Itow T. *"Noise Propagation aroun a thin Half–Plane"*. Acustica vol 38 p 313–323. 1977

[9] Fujiwara K.; Ando Y.; Maekawa Z. *"Noise Reduction by an Absortive Barrier"* Journal Acoustic Society of Japan. vol 32 p 430–435 1976

[10] Fujiwara K.; Ando Y.; Maekawa Z. *"Noise Control by Barriers"* Applied Acoustic vol 10 p 147–159 1977

[11] Fujiwara K. *"A Note on the Diffraction by a Barrier whit Finite Acoustic Impedance"* Inter– noise 86 p 479–484 1986

[12] Yuzawa M. *"Sound attenuation by absorptive barriers"* Journal Acoustic Society of Japan vol 33 p 664–666 1977

[13] Pierce A.D. *"Diffraction of sound around corners and over wide barriers"* The Journal of the Acoustical Society of America vol 55 p 941–955 1974

[14] Pierce A.D.; Main G.L.; Kearns J.A.; Hsien H.A. *"Sound Propagation over curved Barriers"* Inter–noise 86 p 495–500 1986

[15] Pierce A.D.; Main G.L.; Kearns J.A.; Hsien H.A. *"Sound Propagation over large smooth ridges in ground topography"* 12eme ICA vol 3 1986

[16] Scholes W.E.; Salvidge A.C.; Sargent J.W. *"Field Performance of a Noise Barrier"* Revista de Acústica n. 1 vol 2 p 109–122 1971

[17] Scholes W.E.; Salvidge A.C.; Sargent J.W. *"Field Performance of a Noise Barrier"* Journal of Sound and Vibration n. 4 vol 16 p 627–642 1971

[18] Scholes W.E.; Sargent J.W. *"Designing Agains Noise from Road Traffic"* Applied Acoustics vol 4 p 203–234 1971

[19] Scholes W.E.; Salvidge A.C.; Sargent J.W. *"Barriers and Traffic Noise Peaks"* Applied Acoustics vol 5 p 205–222 1972

[20] Scholes W.; Mackie A.; Vulkan G. Harland D. *"Performance of a Motorway Noise Barrier at Heston"* Applied Acoustics vol 7 p 1–13 1974

[21] Scholes W.E.; Salvidge A.; Sargent J."Motorway Noise Propagation and Screening" Journal of Sound and vibration n. 3 vol 38 p 281–303 1975

[22] Isei T.; Matsugama K *"Experimental study on noise reduction of line sound source by barrier"* Proc. Meeting of Acous. Soc. Jpn p 297–298 1976

[23] Isei T.; Embleton T.F.; Piercy J.E– *"Noise reduction by barriers on finite impedance ground"* The Journal of the Acoustical Society of America n. 1 vol 67 p 46–58 1980

[24] Isei T. *"Absorptive Noise Barrier on Finite Impedance Ground"* Journal Acoustic Society of Japan n. 1 vol 1 p 3–10 1980

[25] Isei T.; Embleton T.F.; Piercy J.E– *"Noise reduction by barriers on finite impedance ground"* The Journal of the Acoustical Society of America n. 1 vol 67 p 46–58 1980

[26] Jonasson H.G. *"Sound reduction by barriers on the ground"* Journal of Sound and vibration n. vol 22 p 113–126 1972

[27] Thomasson S.I. *"Reflections of waves from a point source by an impedance boundary"* The Journal of the Acoustical Society of America vol 59 p 780–785 1976

[28] Thomasson S.I. *"Sound propagation above a layer with a large reflection index"* The Journal of the Acoustical Society of America vol 61 p 659–674 1977

[29] Thomasson S.I. *"Difraction by a screen above an impedance boundary"* Departament of Building Acoustics. Division of Building Technology Lund institute of technology. Sweeden Vol 1001 p 1–60 1977

[30] Thomasson S.I. *"Theory and experiments on sound propagation above an impedance boundary"* Departament of Building Acoustics. Division of Building Technology Lund institute of technology. Sweeden Vol 75 p 1–93 1977

[31] Delany M.E., E.N. Bazley *"Acoustical Properties of Fibrous Absorben Materials"* Applied Acoustical vol 3 p 105–116 1970