TECNIACUSTICA
BARCELONA • 1996

Modelo físico-matemático para el estudio de atenuación de ruido por interposición de barreras

Antonio Sanchis Sabater, Alicia Giménez Pérez, Albert Marín Sanchis, Pedro E. Solana Quirós

Laboratorio de Acústica Industrial (L.A.I), E.T.S.Ingenieros Industriales
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA. Camino de Vera, 14 46022.

RESUMEN
En la presente ponencia se describe el modelo físico–matemático realizado en el Laboratorio de Acústica Industrial de la Universidad Politécnica de Valencia, para el estudio de la atenuación de ruido por interposición de Barreras Acústicas mediante el método de los elementos de contorno aplicado en dos dimensiones para la evaluación del campo acústico difractado por barreras hipotéticamente semiinfinitas de diferentes formas.

En el estudio se analiza la formulación de las ecuaciones integrales para la obtención de solución válida para cualquier número de ondas, en concreto se aplica el método de Burton y Miller que emplea una combinación lineal de las fórmulas de Helmholtz.

INTRODUCCIÓN
Para el estudio del campo acústico en el espacio exterior se puede utilizar el método de los elementos de contorno, tanto en su forma directa como en su forma indirecta obteniéndose en el primer caso la ecuación integral de Helmholtz, o su forma derivada, y en el segundo caso los potenciales de Helmholtz de capa simple o de capa doble.

Cuando se formulan los problemas exteriores mediante los métodos de ecuaciones integrales, los operadores integrales que aparecen son similares a los que aparecen en los problemas interiores, y en consecuencia cuando los problemas interiores tienen soluciones no triviales se encuentran algunas dificultades en las ecuaciones para el caso exterior. Esta interrelación se conoce desde hace tiempo, y se ha demostrado que representa una gran dificultad para demostrar la existencia y análisis con relación al número de onda de las soluciones a los problemas exteriores de Helmholtz.

Todas las formulaciones directas de ecuaciones integrales de los problemas exteriores de Helmholtz son deficientes en algunos aspectos, así la solución de las ecuaciones puede no ser única o no existir si el número de onda K toma valores críticos.

Para solucionar dicho problema diversos investigadores han ideado una serie de formulaciones mejoradas de ecuaciones integrales, entre ellos cabe citar el método de Brundit, el método de Copley, el método de Schenck, el método de Brakhage y Werner, método de Panich y Leis, método Kusmaul y el método de Burton y Miller.

El método de Brundit no resulta suficientemente válido porque la integral no es resoluble para los números de ondas pertenecientes al problema interior con condiciones de Dirichlet. El método de Copley da paso a una ecuación que presenta dificultades para una solución numérica desde el punto de vista funcional, aunque la variante de este método desarrollado por Schenck obtiene una mejora sustancial que resulta útil para frecuencias bastantes bajas, pero presenta serias dificultades a altas frecuencias.

Los método de Brakhage y Werner y el de Panich y Leis, para el problema de Dirichlet que representan la función de onda exterior en términos de potenciales mixtos, pueden ser válidos para todos los números de ondas.

Para el problema exterior de Robin, con estos métodos se obtienen buenos resultados. Tanto el método de Panich como el método de Kussmaul para el problema de Neumann en dos dimensiones estan basados en la formulación en términos de potenciales mixtos, pero para el problema directo el método más adecuado el es el Burton y Miller.

EL MÉTODO DE BURTON Y MILLER

Tanto la fórmula de Helmholtz como su formulación diferencial tienen solución no única. En el primer caso esta no unicidad se produce cuando el número de onda coincide con un número de onda del problema interior de Dirichlet, mientras que en el segundo la solución no es única si el número de onda coincide con un número de onda del problema interior de Neumanm. Por ello Burton y Miller propusieron un camino basado en una combinación de ambas formulaciones. Así, la combinación lineal propuesta queda de la siguiente forma:

$$\{-1/2.[I] - [M_{K,h}] + \alpha.\{1/2h.[I] + [N_{K,h}]\}\}\phi_t = -(\phi_i + \alpha.(\partial\phi_i / \partial n)) \quad (1)$$

donde el significado de los operadores integrales puede verse en la referencia [1] y [2], y α es una constante.

MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático desarrollado en el Laboratorio de Acústica Industrial de la Universidad Politécnica de Valencia [1], abordó la resolución de la formulación de Burton y Miller mediante la realización de un conjunto de programas que permitieran determinar la atenuación acústica que produce una barrera con una geometría y características mecánicas dadas, en una superficie horizontal de su zona de sombra, para cualquier número de ondas. Dicha atenuación se determinará mediante la diferencia del nivel sonoro calculada con barrera y sin ella, teniendo en cuenta las reflexiones en las distintas superficies del terreno.

El modelo programado en lenguaje fortran e implementado sobre un ordenador Alliant fx/100 contiene los siguientes pasos:

1º El usuario discretiza la topografía del terreno donde se pretende instalar la barrera, incluyendo ésta, mediante planos. Como las fuentes de ruido se supondrán lineales y paralelas entre sí, asignando la dirección OY a la tangente a las fuentes, los planos tendrán una profundidad unidad y cada uno de ellos quedará definido por los vértices extremos del segmento $[(x_i, z_i), (x_{i+1}, z_{i+1})]$ expresados en metros, y la resistencia mecánica del plano. Tras definir la topografía se introducen en primer lugar las coordenadas de todos los vértices límite y en segundo lugar los planos, definidos por sus vértices y su resistencia mecánica.

2º El programa determina la orientación del plano y el vector asociado al mismo, para a continuación discretizar cada plano en elementos pequeños de superficie, de forma que cada elemento quede definido por un punto, el área del mismo y el plano a que pertenece.

3º Ya conocidos los elementos diferenciales, se introduce la fuente o fuentes expresando sus coordenadas x, z.

4º Determinada la ubicación de la fuente se analiza la incidencia o no de cada rayo sobre cada elemento de superficie, para así determinar el valor del campo incidente y el de su derivada.

5º Se determinan los operadores integrales $[L_K]$, $[M_K]$ y $[N_K]$ y operando con ellos se obtiene el sistema de ecuaciones de la densidad superficial del campo acústico.

6º Seguidamente se resuelve el sistema obteniendo las densidades superficiales en cada punto.

7º Por último se calcula para cada punto de la zona a estudio el campo sonoro.

La ejecución del modelo se lleva a cabo calculando el campo sonoro en la zona de estudio en los siguientes dos supuestos:

A) Con todos los planos de trabajo, es decir, con la barrera y la topografía del lugar.
B) Con topografía del lugar sin estar la barrera.

Comparando A con B se obtiene el efecto de la inserción de la barrera en el terreno, y comparando A con el campo sonoro directo en cada punto, al no existir la barrera, se obtiene lo que normalmente se entiende como atenuación de la barrera, donde no se considera el efecto del terreno.

El modelo se realiza mediante cinco programas, el primero es el de la introducción de datos, el segundo es el programa de discretización de planos, un tercer programa para determinar el sistema con los operadores integrales y la matriz superficial, el cuarto programa para resolver el sistema y el quinto programa para la aplicación a la zona de estudio.

PROGRAMA DE INTRODUCCIÓN DE DATOS

Este programa sirve para almacenar los datos en ficheros. Primero pide el número de vértices para a continuación ir demandando las coordenadas de cada uno de ellos en metros con dos decimales, a continuación pide el número total de planos y para cada uno de ellos los dos vértices extremos y la resistencia mecánica del plano.

PROGRAMA DE DISCRETIZACIÓN DE PLANOS

Con el fin de ahorrar memoria y reducir el tiempo de ejecución, la discretización de los planos se hace de forma desigual, de forma que en aquellos puntos más alejados de la zona de estudio cuya influencia en ésta es pequeña ya que decrece con la distancia, los elementos superficiales serán más grandes que en los próximos a la misma.

Por otra parte se ha considerado un mínimo de cinco elementos por plano para que se pueda determinar la variación de la densidad superficial en él. Trabajando con una precisón de centímetro, el tamaño mínimo de cada elemento será de 2 cm. Esto lleva a que incluso los planos pequeños como pueden ser los distintos planos en que se descompone una barrera complicada, su tamaño mínimo será de 10 cm. Cada uno de los elementos así discretizados tendrá tres nodos (los dos vértices y el centro, que es su punto representativo)

Para determinar el tamaño de cada elemento se hace necesario conocer la zona de estudio, y es lo primero que solicita el programa. A continuación el programa irá leyendo del fichero los distintos planos, y en primer lugar le asigna como superficie por defecto a cada elemento, la menor de las siguientes cantidades: a) la quinta parte del tamaño del plano o b) 50 cm. Tras dicha asignación se compara la influencia del mismo sobre la zona a analizar, modificándose si es necesario las coordenadas de su centro y su tamaño.

PROGRAMA PARA DETERMINAR EL SISTEMA

Este programa determina los elementos de los operadores integrales y los elementos de la matriz del segundo miembro de la ecuación (1).

Para ello se elige en cada caso K real y asigna α igual a la unidad imaginaria con signo opuesto a K. Para obtener la constante h de la condición de Robin se utiliza el cálculo de la Impedancia del plano respecto a la impedancia acústica del aire, teniendo en cuenta la ecuación de Delany y otros [4], partiendo de la resistencia mecánica del elemento superficial, mediante:

$$h = j.K.\,(Z_1 \,/\, Z_2) \qquad (2)$$

El término entre llaves del primer miembro de la ecuación (1) será una matriz cuadrada de MxM elementos. Dado que cada elemento tiene tres nodos y, los extremos están compartidos con los elementos contiguos, cada elemento aporta dos nodos al conjunto. Además los elementos vértices entre planos, debido a la diferencia de pendientes, se consideran nodos dobles por todo lo cual la dimensión M será M=2.N+P, con N el número de elementos superficiales y P el número de planos.

Con ello el primer miembro de dicha ecuación será el producto de la matriz cuadrada indicada por el vector M dimensional formado por el valor del campo en cada nodo, siendo este vector las incógnitas de nuestro sistema de ecuaciones.

PROGRAMA RESOLUCIÓN

Este programa consiste simplemente en una subrutina de resolución de sistemas de ecuaciones lineales en el dominio de los números complejos..

PROGRAMA DE APLICACIÓN

Conocidos los valores del campo en cada nodo, este programa determina en primer lugar el campo en cada elemento superficial. A continuación obtiene el campo resultante en un punto de la zona de estudio por superposición de los campos creados por cada elemento superficial en él, sumándole finalmente el campo directo que le llega de las fuentes..

REFERENCIAS

[1] **Sanchís Sabater, A.** *"Contribución al Estudio de la Atenuación del Ruido por interposición de Barreras Acústicas. Aproximación al Cálculo mediante el BEM"*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. **1993**

[2] **Sanchís Sabater, A.; Giménez Pérez, A.; Marín Sanchís, A.; Solana Quirós, P. E.** *"Aplicación del método de los elementos de contorno para la determinación del campo acústico en la zona de sombra de una Barrera"* Tecniacústica 96 Barcelona Octubre **1996**

[3] **Burton A. J.; Miller G. F.** *"The application of integral equatin methods to the numerical solution of some exterior boundary–value problems"*. Proc. Roy. Soc. Lond. A. Vol 323 pp 201– 210 **1971**

[4] **Delany M.E., E.N. Bazley** *"Acoustical Properties of Fibrous Absorben Materials"* Applied Acousticala vol 3 p 105–116 **1970**

[5] **Banerjee P.K.; Butterfield R.** *"Boundary Elemet Methods in Engineering Science"*. Mac Graw–Hill **1981**

[6] Latcha M.A.; Akay A.; *"Application of the Helmhltz integral in Acoustics"*. Asme Journal of Vibration; Acoustics: Stress and Reliability in Design núm 10 vol 108 p 447–453 Octubre 1986

[7] **Seznec R.** *"Les Methodes de Calcul Numerique en Acoustique"* 11 eme ICA Vol 1 p 75–88 Paris–Lyon–Toulouse **1983**

[8] **Seznec R.** *"Diffraction of Sound Around Barriers: Use of the Boundary Elements Technique"*. Journal of Sound and Vibration núm 2 vol 73 p 195–209 **1980**

[9] **Tai G.R.C.; Shaw R.P.;** *"Helmholtz–equation eigenvalues and eingemodes for arbitrary domains"* The Journal of the Acoustical Society of America núm 3. Vol 56 pag. 796–804 **1974.**

[10] **Ursell F.** *"On the exterior problem of acoustics"* Proc. Cambridge Philos. Soc. Vol 74 p 117– 125 **1973**

[11] **Bettes P.** *"Infinete Elements"* International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol 11 p 53–64 **1977**

[12] **Brebbia C:A:; Walker S.** *"Simplified Boundary Elements for Radiation Problems"* Applied Math Modelling núm 6 vol 2 p 135–137 **1978**

[13] **Zienkiewicz O.C.; Kelly D.W:; Bettes P.** *"The Coupling of the Finite Element Method and Boundary solution Procedures"* International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol 11 p 355–375 **1977**