

ESTUDIO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE LA IMPEDANCIA DE FLUJO Y LA DENSIDAD EFECTIVA PARA MEDIOS MATERIALES POROSOS RÍGIDOS Y SEMIRÍGIDOS

PACS: 43.55.Ev

Picard Lopez M. A.(1); Solana Quirós P.E. (1); Arizo Serrulla J.V. (2); Universidad Politécnica (1) Departamento de Física Aplicada. (2) Departamento de Transportes Camino de Vera s/n, edificio D5 Bajo 46022 Valencia. España Tel: 963 877 524 Fax: 963 879 529 E-mail: mapicard@fis.upv.es ; psolana@fis.upv.es ; jarizos@tra.upv.es

ABSTRACT

In this study an experimental method it was carried out to verify if the measure of the impedance of flow can be used for the measure of the effective density at porous samples of high and low density. Commercial stratified rockwool samples have been measured. The results of a phenomenological and experimental approach are good compared with a micro-structural approach.

RESUMEN

La densidad efectiva compleja de los medios fibrosos en los modelos donde se modela al material poroso mediante un fluido equivalente, junto a la compresibilidad representan una alternativa al modelo de analogía eléctrica para los estudios de absorción donde los parámetros básicos son la impedancia característica y la constante de propagación complejas. Una propiedad menos empleada en este tipo de estudios es la impedancia de flujo compleja que se puede determinar mediante ensayos acústicos experimentales eficientemente y contiene toda la información de la densidad efectiva compleja. En este estudio se analizan diferentes muestras de materiales fibrosos estratificados más y menos rígidos para comprobar en qué intervalos de frecuencia se ajusta mejor este parámetro, a partir de expresiones teóricas conocidas del mismo en medios porosos de densidad elevada y densidad intermedia pero en ambos casos con porosidades elevadas. Con ello mediante el estudio de la impedancia de flujo realizado se consigue determinar la densidad efectiva de estos medios enmarcando la influencia de la variación de la frecuencia con el consiguiente cambio de régimen de flujo y delimitación del campo de aplicación de los modelos fenomenológicos.

LA DENSIDAD EFECTIVA DEL FLUIDO EQUIVALENTE

La aproximación fenomenológica del comportamiento de los medios porosos rígidos es posible cuando el módulo elástico de la estructura es mucho mayor que el módulo elástico del aire confinado en los poros. En tal caso el principal responsable de la propagación de una onda sonora es el fluido. Y cabe entonces enfocar la modelización mediante un fluido equivalente en el que hay que considerar la atenuación y por ello presenta ante ondas armónicas planas una



constante de propagación e impedancia características compleja. Por otra parte el conocimiento de la densidad efectiva compleja del medio y del módulo elástico efectivo del fluido equivalente también posibilita su caracterización, pues ante ondas armónicas planas un fluido que presenta atenuación, ante una terminación rígida se comporta como una red eléctrica, y por tanto ambas formulaciones resultan equivalentes. Dentro de la aproximación fenomenológica se puede proceder empíricamente [1], [2] y teóricamente sin tener en cuenta la forma de la estructura [3], o teniendo en cuenta los efectos de la misma [4], [5], [6], [7].

Si no tenemos en cuenta el efecto de la estructura la ecuación del movimiento de primer orden en el aire libre:

$$\mathbf{r}_0 \frac{\P u}{\P t} + \operatorname{gra} dp = 0 \tag{1}$$

siendo, *p* la presión r_0 la densidad del aire sin perturbar, y *u* la velocidad de la partícula. Si la onda es plana y armónica se puede expresar:

$$-\mathbf{r}_0 j\mathbf{w}u + \operatorname{gra} d\, p = 0 \tag{2}$$

siendo, w la pulsación del movimiento armónico.

Siguiendo a Morse [3] la ecuación del movimiento en medios porosos:

$$\boldsymbol{r}_{p} \, \frac{\boldsymbol{\mathfrak{I}}\boldsymbol{u}}{\boldsymbol{\mathfrak{I}}\boldsymbol{t}} + \boldsymbol{s}\boldsymbol{u} + \operatorname{gra}\boldsymbol{d}\,\boldsymbol{p} = 0 \tag{3}$$

donde r_p es la densidad del fluido dentro de los poros, y s es la resistencia dinámica que presenta el material al paso de fluido, que posteriormente será definida. Cuando la onda es armónica simple esta ecuación resulta:

$$-j\boldsymbol{w}\left(\boldsymbol{r}_{p}-\frac{\boldsymbol{s}}{j\boldsymbol{w}}\right)\boldsymbol{u}+\operatorname{gra}\boldsymbol{d}\boldsymbol{p}=0$$
(4)

La aproximación fenomenológica se basa en comparar las expresiones (2) y la (4), por esto se puede definir la densidad del fluido compleja efectiva equivalente del material poroso como:

$$\breve{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{r}_p \left(1 - \frac{j\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{r}_p \boldsymbol{w}} \right)$$
(5)

Este parámetro puede obtenerse como se indicó anteriormente a partir del conocimiento de la impedancia compleja característica del medio \breve{Z}_c y su constante de propagación compleja \breve{g} mediante la analogía de red eléctrica [8]:







Fig. 1.- Parte real de la densidad efectiva teórica para muestras de baja densidad Por otra parte es posible encontrar otras formulaciones de este parámetro basada en las propiedades microscópicas de las muestras esto es teniendo en cuenta su estructura [6], [7].



Fig. 2.- Parte imaginaria de la densidad efectiva teórica para muestras de baja densidad

LA IMPEDANCIA DE FLUJO Y SU RELACIÓN CON LA DENSIDAD EFECTIVA

En el presente trabajo se analizan y someten a ensayo muestras estratificadas altamente porosas de rockwool. Desde un punto de vista empírico es factible la obtención de la densidad efectiva compleja mediante la aplicación de la ec.6, bastaría aplicar las expresiones de Delany y Bazley [1], que aproximan los valores de la impedancia característica y la constante de propagación complejas. Sin embargo de forma experimental deberíamos acudir al método de Smith y Parrot [8] para obtener dichos valores, y en el caso de las muestras sometidas a estudio no es factible, pues estas son uno de los casos en que los autores previenen de la precisión de dicho método. Concretamente dado que se deben medir la impedancia específica de muestras del mismo material pero de simple y doble espesor y su diferencia es muy escasa no es el método mas idóneo para la comprobación de resultados. Pero la comparación es posible mediante otro método experimental [nuestro articulo] el de la medida de la impedancia de flujo como se ve a continuación.

Se define impedancia de flujo dinámica para muestras de muy pequeño [3]:

$$\vec{Z}_f = \frac{D\vec{p}}{\vec{v}} \tag{7}$$

donde Δp es la diferencia de presión acústica compleja antes y después de la muestra y \bar{v} es la velocidad de flujo compleja a través de la muestra. Esta definición supone que la muestra es muy delgada comparada con la longitud de onda, y con ello la velocidad de flujo se puede considerar constante a través de la misma. Si se revisa la ec (4) se relacionan directamente la impedancia de flujo específica y la densidad efectiva de las muestras según la relación:

$$\breve{r} = \frac{Z_{fe}}{j\mathbf{W}} \tag{8}$$

lo que posibilita un método experimental para la medida directa de este parámetro, y permite revisando la ec. (5) reformular la expresión de la impedancia de flujo:

$$Z_{fe} = \mathbf{s} + j\mathbf{w} \mathbf{r}_p = j \mathbf{w} \mathbf{\ddot{r}}$$
(9)



en el que la parte real es la resistencia de flujo dinámica específica, es una función de la frecuencia y tiende al valor de la resistividad de flujo específica de las muestras en regímenes lentos o de Poiseuille como se comprueba en trabajos anteriores [10], Y la parte imaginaria es la reactancia de flujo específica que depende del valor en frecuencia de la densidad del fluido dentro del material poroso.



Fig. 3.- Parte real de la densidad efectiva teórica para muestras de alta densidad



Fig. 4.- Parte imaginaria de la densidad efectiva teórica para muestras de alta densidad

En las figuras 1 a 4 las líneas continuas representan el valor de la densidad efectiva obtenida mediante aproximaciones empíricas, y las líneas a trazos el resultado de una aproximación microscópica.

Empleando los resultados de aplicar expresiones empíricas a la ec. (6) y los valores teóricos obtenidos con aproximación microscópica se observan discrepancias en frecuencia en las figuras 1 y 2 que afectan tanto a la parte real y son casi despreciables para la imaginaria. También se pueden apreciar en las figuras 3 y 4 que estas diferencias pueden ser considerables para muestras de alta densidad. De hecho en bajas frecuencias dan resultados



anómalos. Ello nos lleva a elegir como modelo teórico que mejor se adapta a las muestras estudiadas el microscópico [6], que será empleado como referente para los resultados experimentales.

RESULTADOS DEL ESTUDIO

Los resultados teóricos y experimentales más relevantes se representan a continuación:



Fig. 5.- Parte real de la densidad efectiva teórica y experimental para bajas densidades



Fig. 6.- Parte imaginaria de la densidad efectiva teórica y experimental para bajas densidades

En estas gráficas y las siguientes, el modelo teórico microscópico se representa en trazo continuo grueso, dejando como trazo delgado el modelo empírico que ajusta mejor, y a trazos discontinuos los resultados procedentes del método experimental. Los ajustes son buenos en las frecuencias medidas. Concretamente las muestras analizadas son de una densidad de 40 kg/m^3 . Las principales discrepancias se dan en la parte real de los modelos empíricos utilizados. Para las muestras de alta densidad como se analizó anteriormente la selección del modelo teórico puede ser crítica dado que en bajas frecuencias los resultados son



inadecuados, debido a las limitaciones de estos modelos [1]. Por otra parte, los resultados experimentales indican la aparición de los modos propios característicos de cada muestra, pero se ajustan bien a los indicados por otros autores que en módulo deben ser varias veces el valor de la densidad del aire en reposo, es te efecto es mucho más acusado en las muestras de alta densidad como cabría esperar, que tienen una porosidad menor.



Fig. 7.- Parte real de la densidad efectiva teórica y experimental para altas densidades



Fig. 8.- Parte imaginaria de la densidad efectiva teórica y experimental para altas densidades

REFERENCIAS

- [1] M. E. Delany and E. N. Bazley, Applied Acoustics 3, 105-116 (1970).
- [2] Y. Miki, J. Acoust. Soc. Jpn E 11, 1, 19-24 (1990).
- [3] M. Morse and K.U. Ingard, *Theoretical Acoustics*. (Princeton University Press. Princeton. New Jersey 1968).
- [4] L. L. Beranek, *Noise Reduction* (Peninsula Publishing 1990).
- [5] C. Zwicker and C.W. Kosten Sound Absorbing Materials. (Elsevier Publ. 1949).
- [6] J. F. Allard, *Propagation of Sound in Porous Media Modelling. Sound Absorbing Materials.* (Elsevier Science Publishers, 1993).
- [7] K. Attenborough, J. Acoust. Soc. Am. **73** (3), 785-793 (1983).



- [8] Beranek L.L. J. Acoust. Soc. Am. **19** 556-568 (1947).
 [9] Smith C.D., Parrot T.L J. Acoust. Soc. Am **74**(5) 1577-1582 (1983).
 [10] M.A. Picard, P. Solana and J.F. Urchueguía, J.of Sound and Vibration **216**, 495-505 (1998).