Salas acordadas, realidad o mito

Francesc Daumal Domenech,
Dr. Arquitecto, Profesor Titular de la ETS de Arquitectura de Barcelona

RESUMEN:

Se expone una breve reflexión sobre la existencia de recintos prismáticos relacionados con los acordes musicales, a través de las tres primeras frecuencias propias o estacionarias del local. Las dimensiones de estos espacios, que pueden ir desde recintos habitacionales hasta cajas para altavoces, pueden encontrarse además entre las mejores proporciones vaticinadas tanto por los expertos acústicos como por los más eminentes tratadistas arquitectónicos.

	f (Hz)	D = 172/f
C		
D		
E	20,60	8,349
F	21,82	7,880
	23,12	7,438
G	24,50	7,020
	25,95	6,626
A (-2)	27,50	6,254
	29,13	5,903
B	30,87	5,572
C	32,70	5,260
	34,65	4,964
D	36,71	4,685
	38,89	4,423
E	41,20	4,174
F	43,65	3,940
	46,24	3,720
G	49,00	3,510
	51,91	3,313
A (-1)	55,00	3,127
	58,27	2,952
B	61,73	2,786

	f (Hz)	D = 172/f
C	65,40	2,630
	69,29	2,482
D	73,41	2,343
	77,78	2,211
E	82,40	2,087
F	87,30	1,970
	92,49	1,860
G	97,99	1,755
	103,82	1,656
A (1)	110,00	1,563
	116,54	1,476
B	123,47	1,393
C	130,81	1,315
	138,59	1,241
D	146,83	1,171
	155,56	1,105
E	164,81	1,043
F	174,61	0,985
	184,99	0,930
G	195,99	0,877
	207,64	0,828
A (2)	220,00	0,782

Tabla 1.- Representación de las cuatro octavas del teclado del piano y órgano, con la correspondencia entre las distintas notas musicales, sus frecuencias y las distancias para la primera estacionaria.

1.- Las frecuencias estacionarias y los recintos

Las primeras frecuencias estacionarias son aquellas que pueden formarse entre dos paneles paralelos separados por una distancia D, cuando ambas superficies son perfectamente reflejantes desde el punto de vista acústico.

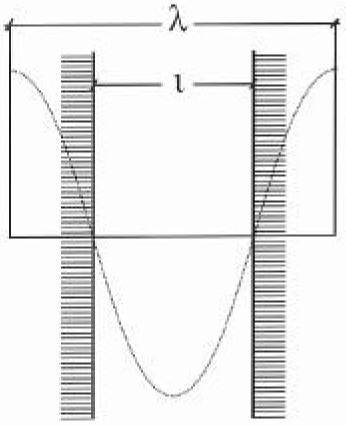

Figura 1.- Relación entre la longitud de la onda de la primera frecuencia estacionaria y la dimensión existente entre los dos paramentos paralelos y reflejantes que la forman.

En la figura 1 podemos ver que la relación entre la distancia D y la longitud de onda λ de la primera estacionaria (la más grave), ocurre para esta longitud igual al duplo de la distancia existente entre ambos paneles.

Como sabemos, la velocidad es igual al espacio dividido por el tiempo. Si sustituimos el espacio por la longitud de una onda sonora y el tiempo por su período T, nos estamos refiriendo a la velocidad del sonico c. Siendo el período igual al inverso de la frecuencia f, resulta finalmente la conocida expresión:

$$c = \lambda\ f. \tag{1}$$

donde c viene dada en m/s, λ en m. y f en Hz.

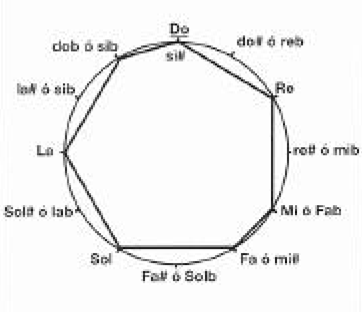

Figura 2.- Los doce intervalos iguales de la escala temperada musical comprendidos en una octava.

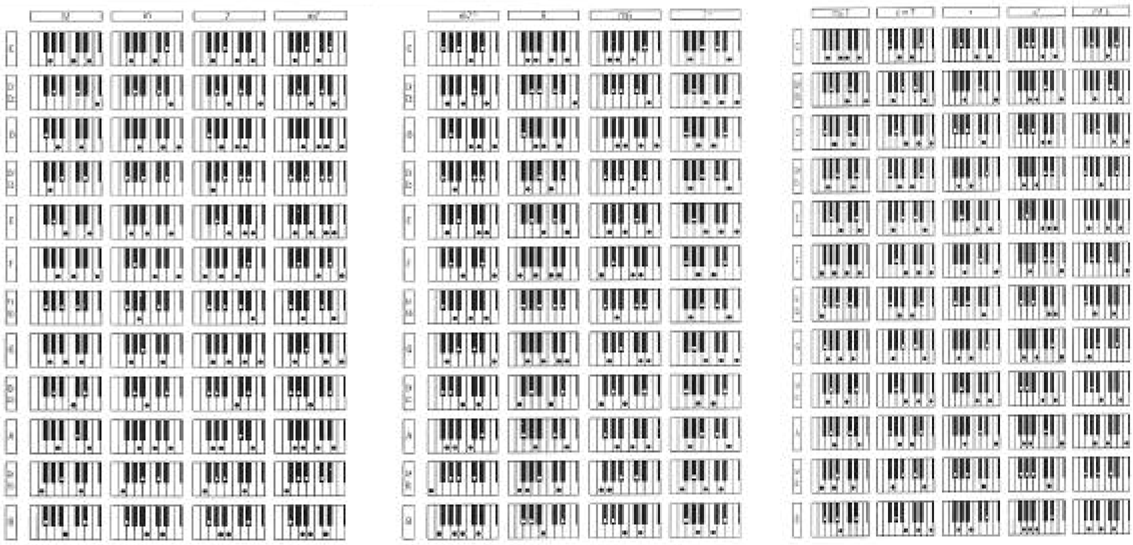

Figura 3.- Los trece acordes musicales considerados, y una de sus posibles posiciones en el teclado del piano.

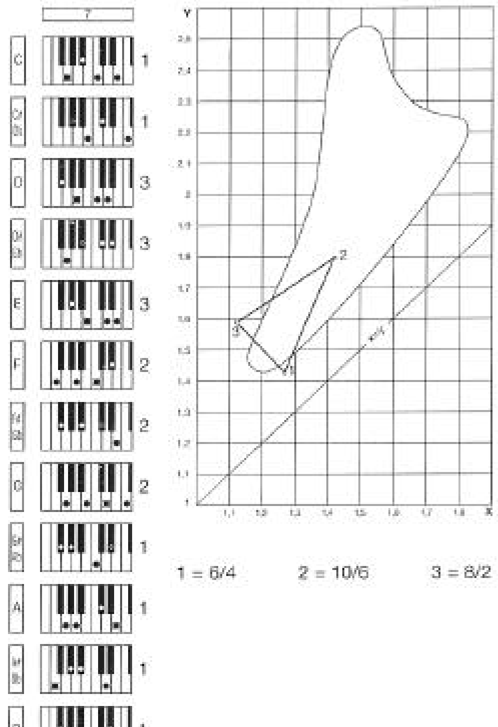

Figura 4.- Las tres distintas posiciones del acorde de séptima (véase el número que figura a la derecha de los acordes), y las proporciones Y = Largo/Alto, X = Ancho/Alto, resultantes para las salas acordadas con el mismo (a la derecha).

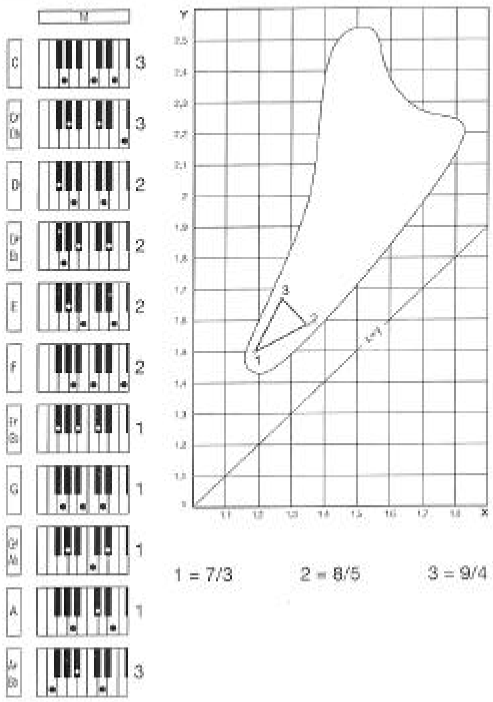

Figura 5.- Lo mismo que la figura 4 para el acorde mayor. Obsérvese que las tres proporciones resultantes se hallan dentro del gráfico de Bolt.

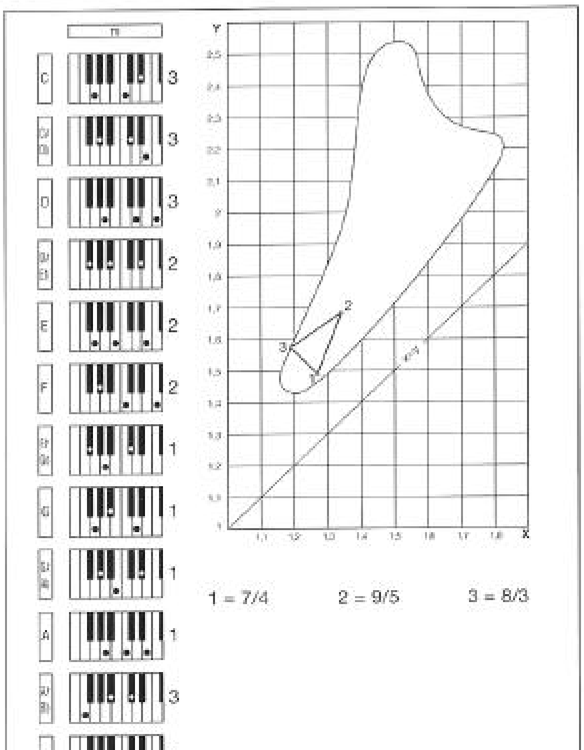

Figura: 6A

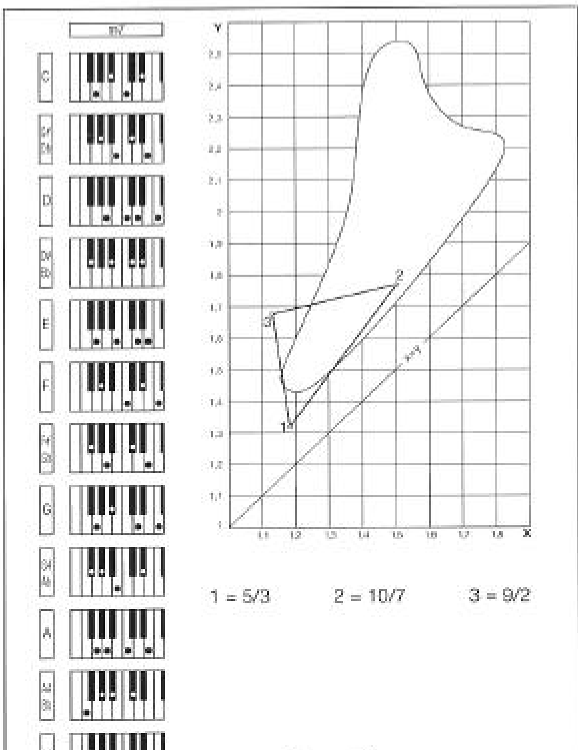

Figura: 6B

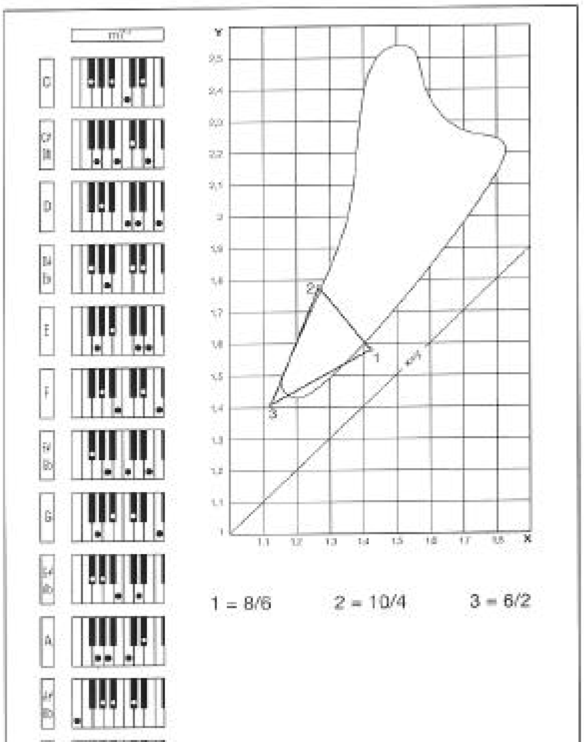

Figura: 6C

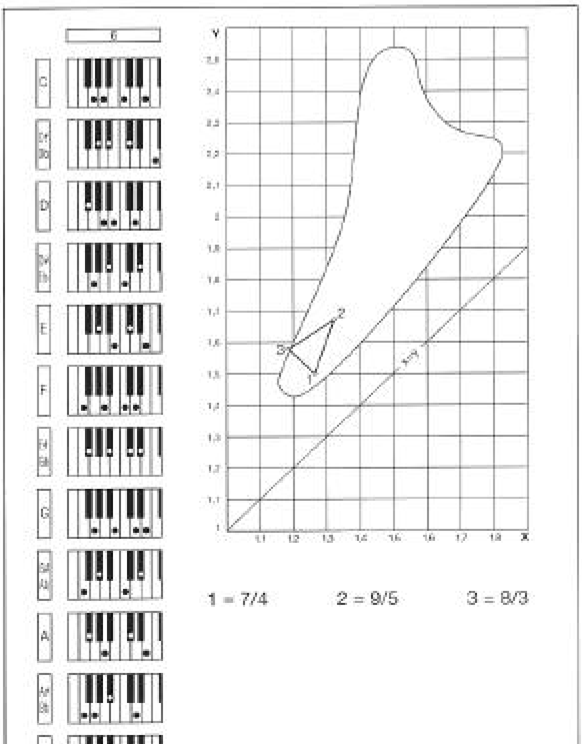

Figura: 6D

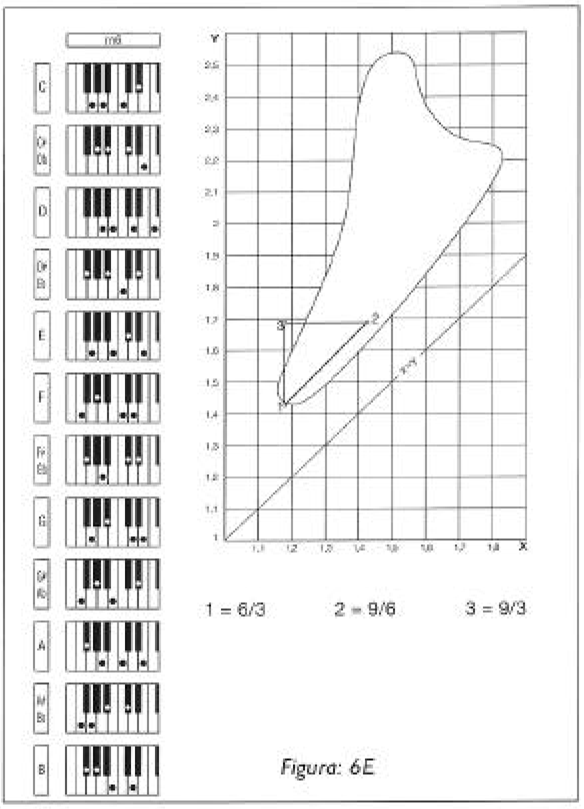

Figura: 6E

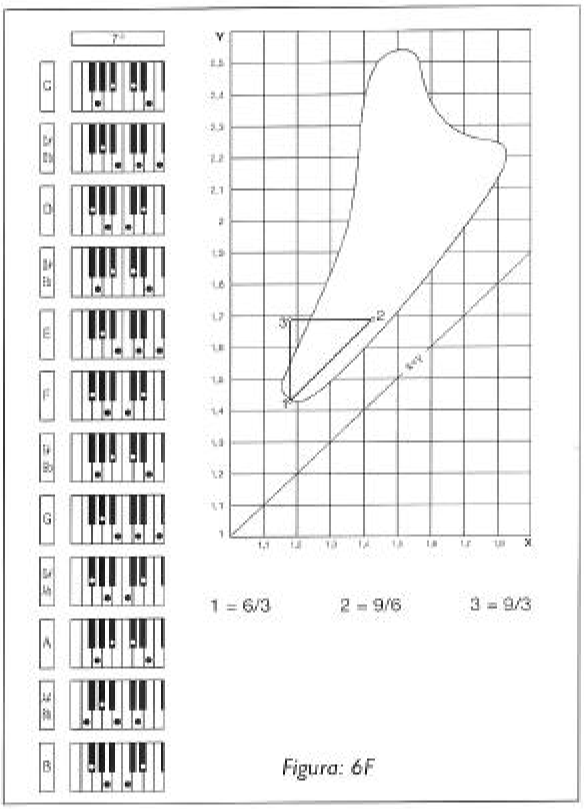

Figura: 6F

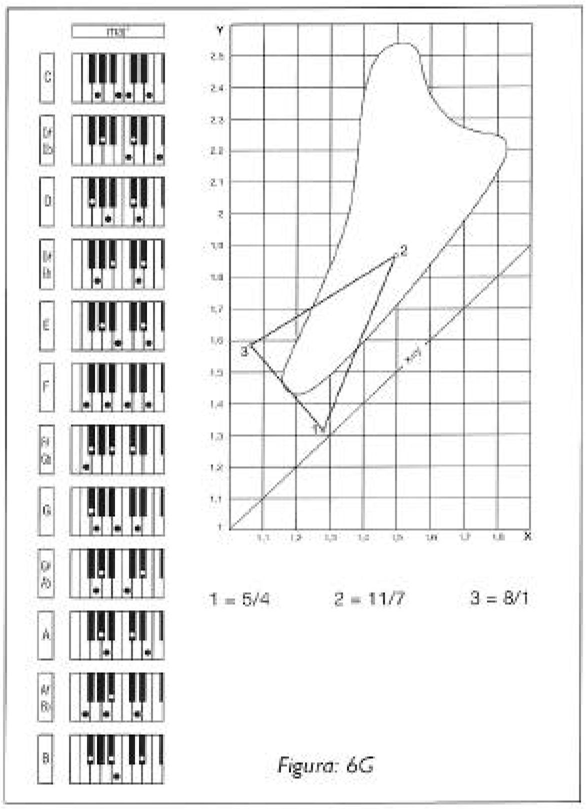

Figura: 6G

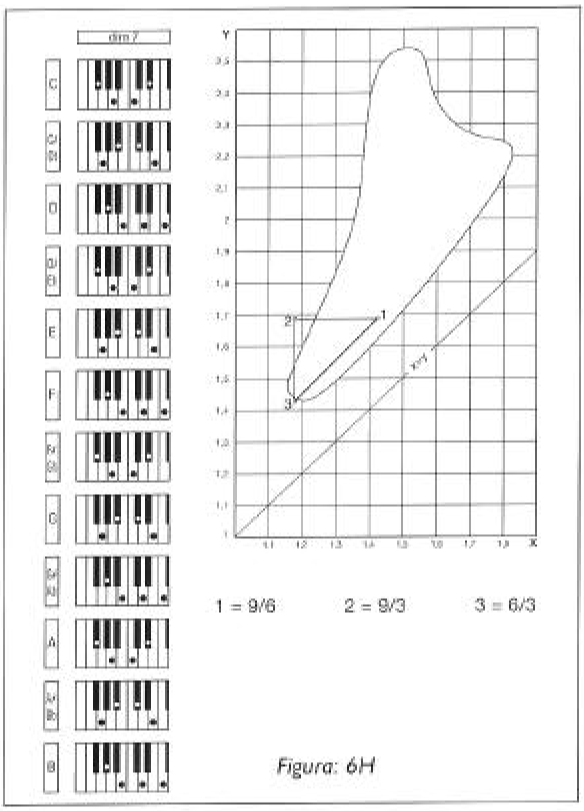

Figura: 6H

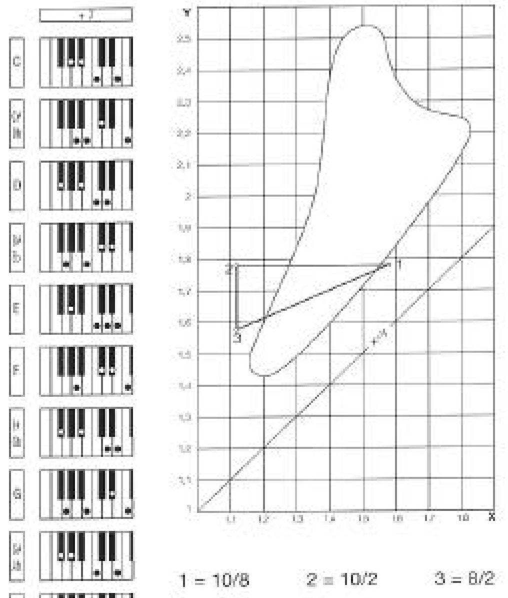

Figura: 6l

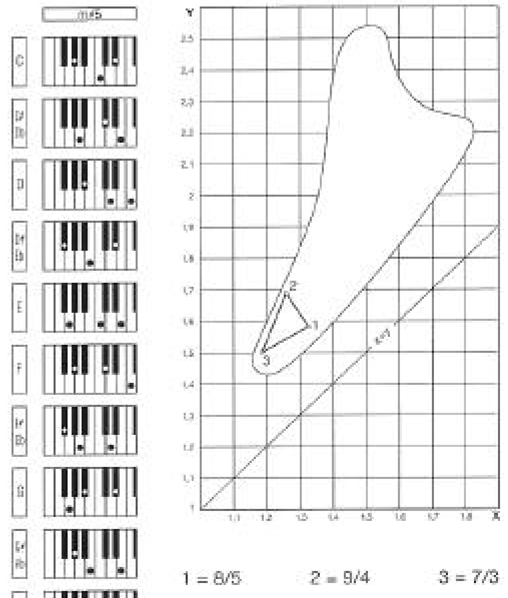

Figura: 6J

Figuras 6.- Lo mismo que la figura 4 para los acordes m, m7, m7-5, 6, m6, 7-9, maj7, dim7, +7, y m#5.

Sustituyendo la longitud de onda por la dimensión 2D y despejando, obtenemos la frecuencia:

$$f = c / 2D, \qquad (2)$$

que no es más que la primera frecuencia estacionaria dentro de las múltiples estacionarias que se presentan en un recinto prismático, (donde se forman unas axiales, otras tangenciales y finalmente unas oblicuas) dadas por la expresión general:

$$f = (c / 2) \{ (o/L)^2 + (p/A)^2 + (q/H)^2 \}^{1/2}, \qquad (3)$$

en donde L, A y H son las tres dimensiones del recinto, y o, p y q es una terna de valores naturales.

Con las ternas (1,0,0), (0,1,0) y (0,0,1), obtenemos el mismo resultado que con la expresión 2 para las primeras frecuencias estacionarias de los tres ejes en que adoptamos las dimensiones L, A y H, por lo que continuaremos con aquella expresión más simple.

En condiciones normales de temperatura y humedad, la velocidad del sonido vale unos 344 m/s. Así, para cada dimensión obtenemos la primera frecuencia estacionaria:

$$f = 172 / D, \qquad (4)$$

en donde sustituiremos D por el largo, ancho o alto del recinto L, A o H.

2.- Extensión de los recintos a estudiar

La extensión de los recintos vendrá dada al sustituir en la fórmula 4 la gama de frecuencias audibles, que como sabemos abarca desde los 20 hasta los 20.000 Hz.

De esta forma se observa que el local de mayor tamaño (correspondiente a su primera frecuencia estacionaria igual a 20 Hz), tendrá D = 8,6 metros.

Esta dimensión es considerada usual en los locales medianos (tipo aula pequeña, oficina de unos 50 metros cuadrados, etc).

El límite de locales, lo tendremos cuando D tenga la dimensión de un pasillo, es decir 0,8 metros, lo cual ocurre para la frecuencia estacionaria de 215 Hz.

Con frecuencias superiores a 215 Hz, obtenemos recintos no aptos para habitáculos, pero sí para recintos tipo "bafles" de altavoces.

En este último caso, el valor límite que resulta para la frecuencia de 20.000 Hz es de 8,6 milímetros, muy inferior al límite de un recinto para altavoces.

3.- Extensión de las frecuencias

Por cuanto se ha considerado de las primeras frecuencias estacionarias, vemos que en arquitectura sólo puede hablarse de las comprendidas entre 20 y 215 Hz.

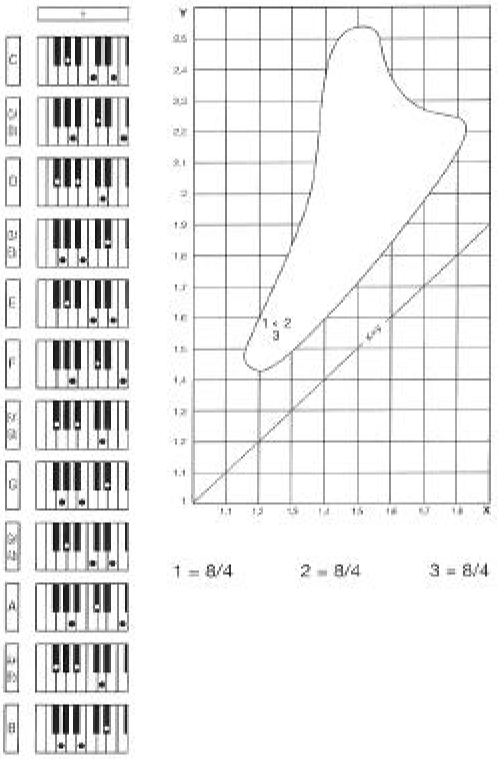

Figura 7.- Lo mismo que la figura 4 para el acorde +. Obsérvese que en este caso las tres posiciones coinciden, por lo que este acorde sólo presenta una única posición en el gráfico de proporciones de los locales acordados de la derecha.

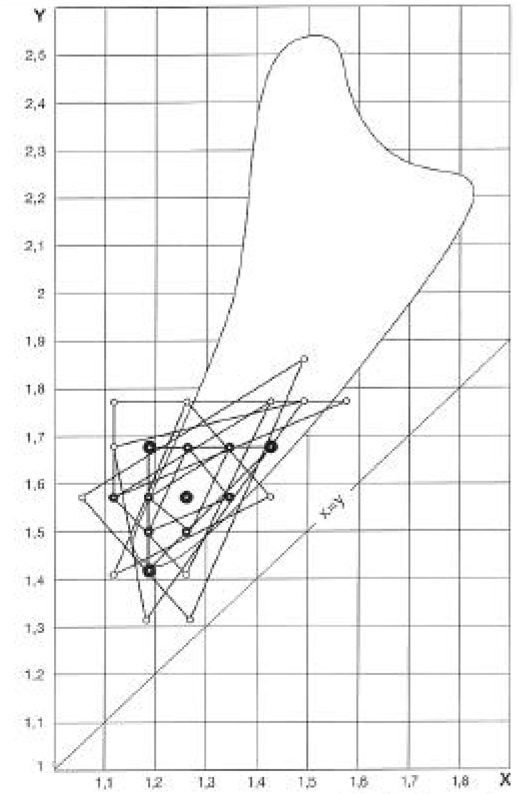

Figura 8.- Todas las proporciones posibles de los acordes antes estudiados. Obsérvese que, curiosamente, todos los triángulos de acordes se hallan centrados respecto la posición del acorde +, lo que nos da idea de la extraordinaria relación matemática existente en la música.

4.- Extensión musical

Actualmente, como saben los músicos, se acostumbra a afinar los instrumentos musicales adoptando como nota fundamental el LA_3 (tercera octava o La central del teclado del piano). Gracias al acuerdo de la International Federation of Standardizing Associations, se adopta la frecuencia de 440 Hz para este LA_3.

En la tabla I se relacionan las diferentes notas musicales con sus frecuencias correspondientes, dentro de este ámbito de estudio, comprendido entre las frecuencias de 20,60 y 220 Hz, y que abarca al intervalo musical existente entre el Mi (-2) del pedal del órgano hasta el La (2) o segunda octava del piano.

En esta tabla se han incluido las dimensiones que resultan considerando estas frecuencias como primeras frecuencias estacionarias, y que van desde lo 8,35 metros para dicho Mi (-2), hasta los 0,78 metros del La (2).

5.- Relación matemática de la música

En la gama temperada, existe una relación matemática de las notas musicales, definida en diversas bibliografías. {1}, {2} y {3}.

Según esta relación, cada nota tiene su frecuencia sonora igual a la de la nota anterior multiplicada por una constante.

Como que se han definido 12 semitonos para la extensión de las notas de una octava, y siendo la frecuencia de la octava igual al duplo de la frecuencia fundamental, obtenemos la constante al extraer la raíz doceava del número 2, lo cual nos da como resultado el valor de 1,05946.

En la figura 2 se han representado las diferentes notas musicales correspondientes a la extensión de una octava, a través de un círculo dividido en 12 partes.

6.- Proporción de los locales

Como hemos visto, la dimensión existente entre dos paredes paralelas está relacionada con su primera frecuencia estacionaria a través de la fórmula 4, por lo que las dimensiones L, A y H de un local, se hallarán al sus-

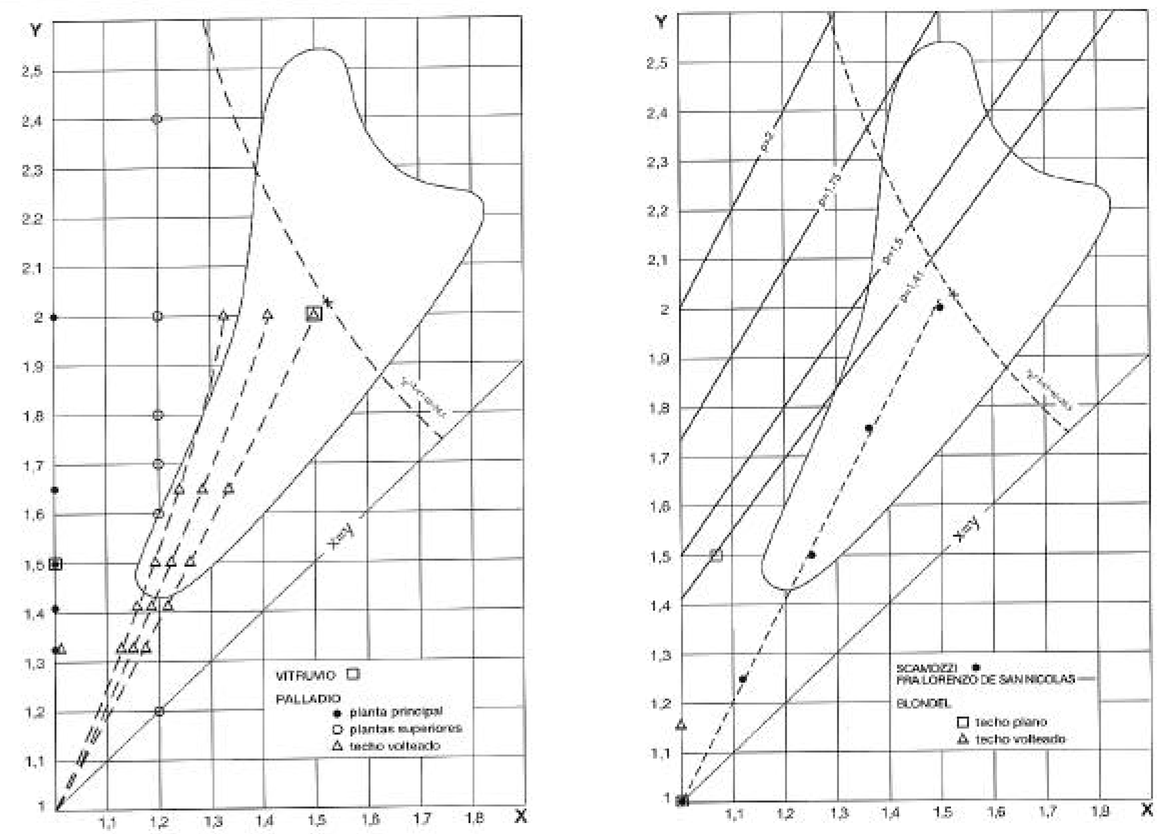

Figura 9.- Las proporciones unitarias definidas por los arquitectos. a) Vitruvio y Paladio. b) Scamozzi, Fra Lorenzo de San Nicolás, y Blondel.

tituir f por fL, fA y fH, respectivamente, de acuerdo con:

$$L = 172 / fL$$
$$A = 172 / fA \qquad (5)$$
$$H = 172 / fH$$

Podemos generalizar que en un local normal, la mayor dimensión es L, la intermedia A, y la menor es H. En este caso, dividiendo las dimensiones por la menor, resultan las proporciones de un prisma unitario definido por un largo Y, un ancho X, y una altura 1, de acuerdo con:

$$Y = L/H = fL/fH$$
$$\text{, adimensionales} \qquad (6)$$
$$X = A/H = fA/fH$$

Podemos ahora representar las distintas salas en un diagrama plano X, Y.

7.- Proporciones acordadas de los locales

Busquemos ahora las proporciones de los locales que se encuentran en relación con los acordes musicales de tres notas (en el caso de acordes de cuatro notas, miraremos de anular en lo posible la que no sea significativa).

La figura 3 nos proporciona todos los acordes principales que pueden formarse para las distintas notas musicales.

Si, por ejemplo, adoptamos el acorde de La 7, vemos en la tabla 1 que con el La (0), el Do # (1), y el Sol (1), le corresponde las siguientes frecuencias:

La (0) = 55 Hz.
Do # (1) = 69,29 Hz. (7)
Sol (1) = 97,99 Hz.

Poniendo estas frecuencias en relación con la última (gracias a la constante 1,05946) resulta:

$$\text{La (0)} = 97{,}99 / (1{,}05946)^{10}$$
$$\qquad (8)$$
$$\text{Do \# (1)} = 97{,}99 / 1{,}05946)^{6}$$

De las que resultan las proporciones:

$$Y = (1{,}05946)^{10} = 1{,}7817$$
$$\qquad (9)$$
$$X = (1{,}05946)^{6} = 1{,}4141$$

En la figura 2 vemos que estos exponentes a los que elevamos el valor

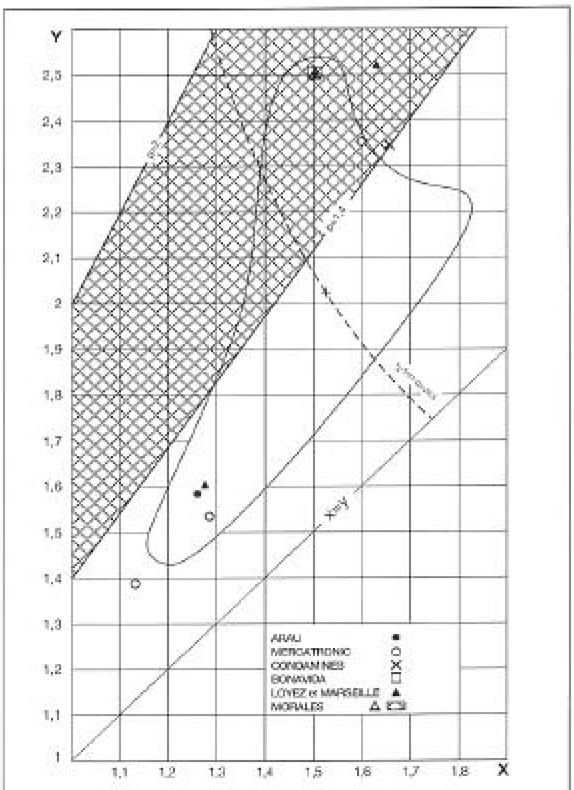

Figura 10 A

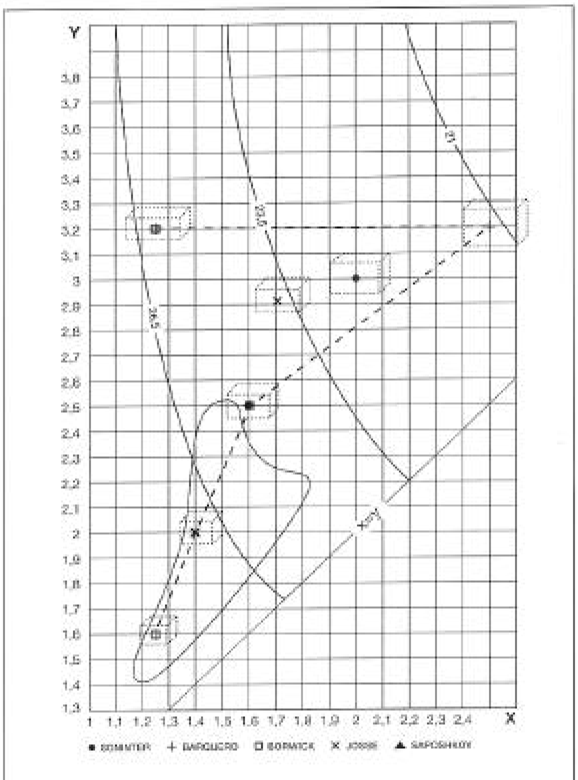

Figura 10 B

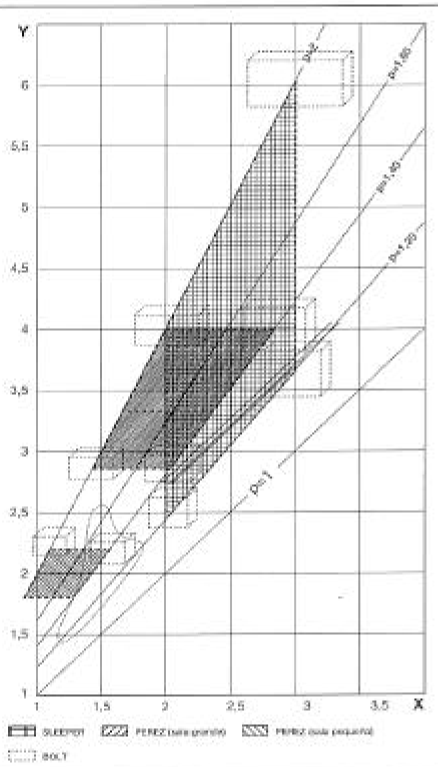

Figura 10 C

Figura 10.- Las proporciones unitarias definidas por los acústicos. a) Arau, Mercatronic, Condamines, Bonavida, Loyez et Marseille y Morales. b) Soninter, Barquero, Borwick, Josse y Saposhkov. c) Sleeper, Pérez y Bolt.

1,05946, son iguales a los intervalos de los semitonos existentes entre el La y el Do # por un lado, o entre el La y el Sol por otro.

Análogamente, se observa este hecho en el teclado del piano.

Pero resulta que este acorde puede también formarse con el Do# (1), el Sol (1) y el La (1), o también con el Sol (1), La (1) y Do # (2) (posición señalada como 1 en la figura 4), a los que les corresponden unas proporciones:

$$Y = (1{,}05946)^8 = 1{,}5873, \quad X = (1{,}05946)^2 = 1{,}1224 \qquad (10)$$

y también

$$Y = (1{,}05946)^6 = 1{,}4141, \quad X = (1{,}05946)^4 = 1{,}2599 \qquad (11)$$

Así pues, un acorde realizado en sus posiciones normales, produce tres prismas unitarios de proporciones distintas entre sí, pero que se mantienen para cualquiera de las notas musicales sobre las que realizamos el acorde. Ver figura 4.

El triángulo de prismas unitarios que puede formarse para este acorde, se ha representado en esta figura 4, en la que también se ha señalado el área óptima de Bolt {4}.

Por la misma razón, vemos que todos los acordes mayores (figura 5), nos determinan tres prismas unitarios distintos, pero coincidentes para cualquier nota en la que realizamos el acorde.

De esta forma, en la figura 6 podemos ir definiendo estos triángulos de proporciones unitarias para cualquiera de los acordes en que nos basamos.

Solamente existe un acorde en el que los tres prismas son coincidentes. Se trata del acorde aumentada +, y ello es debido a que los intervalos existentes entre las notas que lo forman son el 8 y el 4. Ver figura 7.

8.- Adecuación acústico-arquitectónica de los locales acordados

En la figura 8 representamos ahora todos los triángulos juntos, observando que se hallan todos ellos dispuestos respecto el baricentro constituido por el acorde aumentada +, y que en general, ocupan unas posiciones de proporciones óptimas según Bolt.

En otros trabajos anteriores, {5} y {6}, hemos establecido que las proporciones de las salas prismáticas de planta rectangular, han sido siempre objeto de especial atención en casi todos los tratados de arquitectura.

Desde Vitruvio hasta Bails, el objetivo de las recomendaciones, por lo que a estas proporciones se refiere, se ha dedicado obviamente más a fines estéticos, que no a considerar las cualidades acústicas que estas proporciones conferían a las salas.

Como sabemos, mediante el estudio del reparto de frecuencias estacionarias definido por Bolt a mediados de este siglo, se estableció científicamente el ámbito de proporciones más aconsejable en salas pequeñas y medianas, a fin de lograr un equiespaciamiento entre las veinticinco primeras frecuencias propias de un local prismático {4}.

Ello permitió evidenciar la idoneidad o no de las *"reglas de oro"* propuestas por los tratadistas, tanto arquitectónicos como acústicos, para este tipo de salas. Ver figuras 9 y 10.

Dejamos al lector observador, para que descubra que efectivamente, en múltiples casos, existe coincidencia entre las proporciones vaticinadas como óptimas por unos u otros, y las proporciones resultantes de nuestro estudio sobre salas acordadas.

Bibliografía.

{1} Sir James Jeans "Science and Music" (Ciencia y Música, Agora, Barcelona 1946).
{2} Daniel Blanxart "Teoría Física de la Música", Bosch, Barcelona, 1958.
{3} Manuel Recuero López "Ingeniería Acústica", Izquierdo, S.A., Madrid, 1991.
{4} José Pérez Miñana "Compendio Práctico de Acústica Aplicada", Labor, 1969.
{5} Francesc Daumal, "L'Ambient Acústic i el Disseny Arquitectònic", Tesis doctoral, ETSAB-UPC, Barcelona, 1985.
{6} Francesc Daumal "Comentarios Acústicos a las Reglas de oro de los Tratadistas Arquitectónicos", Rev. de Acústica, Vol XVII, nº 1–2, PP. 13 a 19, Octubre 1986.