VALOR LIMITE DEL FACTOR DE PERDIDAS DE UN PANEL EN LA REGION DE LA FRECUENCIA CRITICA

ARAU PUCHADES, Higini

Laboratori General d'Assaigs i d'Investigacions

Generalitat de Catalunya Barcelona

El objeto de este trabajo es demostrar la existencia de un valor límite del factor de pérdidas de una pared en la región de la frecuencia crítica, valor en el cual, y sobre pasado éste, la curva de la atenuación sonora TL de la pared en función de la frecuencia no presentará máximo ni mínimo, por el que debe regularizarse sin inflexiones el aspecto formal de la curva del TL en función de la frecuencia.

Introducción

La curva de la atenuación sonora TL de una pared simple, homogénea e istrópica, presenta en función de la frecuencia f el aspecto formal que se representa en la figura 1.

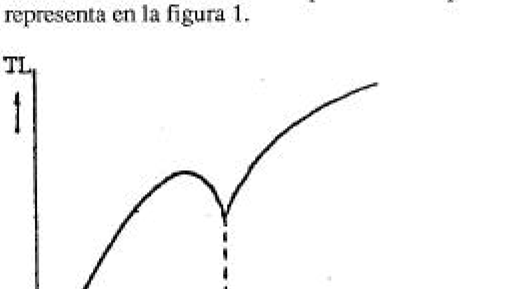

Figura 1.- Aspecto formal de la curva TL

En la citada curva se observa una profunda inflexión de la misma, en la zona de la frecuencia crítica fc, a causa de la anulación mutua que se establece entre el efecto capacitativo de larigidez de la pared con respecto al efecto inductivo de la masa unitaria de la misma.

Este hecho se traduce en considerar que la traza de la velocidad del sonido de las ondas incidentes es igual a la velocidad de la onda de flexión del panel inducido por la excitación sonora.

Es conocido por todos que la inflexión de la curva viene sólo regulada por el factor de pérdidas τ de la pared, por el que si éste tiene un alto valor de inflexión es entonces suave, mientras que es profunda para valores pequeños de η.

Por lo general las paredes de construcción presentan valores de η, comprendidos desde

10^{-4} hasta 5.10^{-2}

que son suficientemente pequeños para que la inflexión de la curva del TL sea siempre suficientemente pronunciada en todos los casos.

En diseño de nueva tecnología de paredes sería lógico preguntarse, ¿cuál debe ser el mínimo valor del factor de pérdidas que debe tener una pared para que no se produzca este decaimiento de la atenuación sonora?

Nosotros en este trabajo daremos contestación a este interrogante. No obstante, como ya veremos, el alto valor mínimo determinado del factor de pérdidas de la pared puede convertirse en una cota inalcanzable con la metodología actual de diseño de paredes.

Análisis Teórico del problema

La atenuación sonora TL de una pared es una función dependiente de la función impedancia de Cremer, [1], [2], definida con la ecuación $\tilde{Z}p$:

$$\tilde{Z}_p = jwm\left[1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \text{sen}\,^4\theta\right] + \eta\ \omega m \left(\frac{f}{f_c}\text{sen}\,^2\theta\right)^2 \quad (1)$$

donde:
w= 2nf pulsación
f = frecuencia
fc = frecuencia crítica
m = masa unitaria del panel
hτ = factor de pérdidas
θ = ángulo de incidencia del sonido
j = número imaginario

Calculemos el módulo de $\tilde{Z}p$ tenemos:

$$\left|\tilde{Z}_p\right| = \left\{(wm)^2\left[1-\left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \text{sen}\,^4\theta\right]^2 + (\eta wm)^2 \left[\frac{f}{f_c}\text{sen}^2\theta\right]^4\right\}^{1/2} \quad (2)$$

Llamando x al término:

$$x = \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \text{sen}^4\theta \quad (3)$$

Suponiendo

$$\frac{\text{sen}^2\theta}{f_c} = \text{cte},$$

hallaremos la primera condición de los valores extremales de la función $|\tilde{Z}p|$ mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{|d\tilde{Z}p|}{dx} = 0 \quad (4)$$

Por uso de las ecuaciones (2), (3) y (4) se deduce el siguiente resultado:

$$\left[(1-x)^2 + \eta^2x^2\right] + x\left[-2\,(1-x) + 2x\eta^2\right] = 0 \quad (5)$$

Caso 1

Suponiendo en primer lugar que el factor de pérdidas η sea muy pequeño, podemos despreciar frente a otros los términos en donde aparece η, resultando la siguiente ecuación:

$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \quad (6)$$

A partir de esta expresión cuadrática pueden hallarse dos valores solución de la misma:

$x_1 = 1$ y $x_2 = 1/3$

Calculando la segunda derivada de $|Zp|$ respecto x puede demostrarse fácilmente que para:

$x_1 = 1$

tendremos la condición de mínimo, y para:

$x_3 = 1/3$

una condición de máximo.
A partir de la ecuación (3) y sabiendo que:

$x_1=1$

para la condición de mínimo, se deduce:

$$x_1 = 1 = \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \text{sen}^4\theta \quad (7)$$

Resultando ser la expresión (7) la conocida ecuación que relaciona frecuencias, con respecto a la crítica, y la distribución angular de incidencia de la onda sonora.

Para el valor:

$x_2 = 1/3$

escribimos:

$$x_2 = 1/3 = \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \text{sen}^4\theta \quad (8)$$

De esta última expresión se deduce:

$$\frac{fc}{f} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \quad (9)$$

admitiendo que esta región de la fecuencia debe cumplirse que sean $\Theta \simeq 1$.

Por tanto de la ecuación (9) deducimos que el valor máximo de la función impedancia de panel se halla situada a un 58% aproximadamente por debajo de la frecuencia crítica, es decir del orden de una octava por debajo de la misma.

Es por tanto evidente aceptar como lógico el efectuar una correción al término de masa unitaria m, sustituyéndolo por::

$$m\left[1-\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\right]$$

a partir del entorno de una octava por debajo de la frecuencia crítica, en la ecuación de la atenuación sonora TL, [1], [2]:

$$TL = 20 \log A - 10 \log \left[Ln\,(1+A^2)\right] \qquad (10)$$

donde:

$$A = \frac{wm}{2\,\rho\,c}$$

Espresión (10) que fue deducida con anterioridad a nosotros por LONDON [3].

Caso 2

Admitiendo ahora que el factor de pérdidas η de la pared no sea despreciable, podemos calcular a partir de la expresión (5) la siguiente ecuación cuadrática:

$$3x^2\,(1+\eta^2) - 4x + 1 = 0 \qquad (11)$$

cuyas soluciones son:

$$\overline{x}_1 = \frac{2+\sqrt{4-3(1+\eta^2)}}{3(1+\eta^2)} \qquad (12)$$

$$\overline{x}_2 = \frac{2-\sqrt{4-3(1+\eta^2)}}{3(1+\eta^2)} \qquad (13)$$

donde $\overline{x}_1$ es el valor en donde se sitúa el mínimo de la función $|\tilde{Z}p|'$, y $\overline{x}_2$ el máximo. Pudiendo observarse que para $\eta \simeq 0$, (12) se convierte en $x_1=1$ y (13) en $x_2=1/3$.

¿Existe un valor η para el que se cumpla que $\Delta=\overline{x}_1-\overline{x}_2$ sea cero, en el que no exista ni máximo ni mínimo de la función $|\tilde{Z}p|$?

Para demostrar este punto igualaremos la ecuación (12) con la (13) y obtendremos la siguiente condición.

$$\Delta = 0,\ 4 = 3\,(1+\eta^2)$$

A partir de la cual se deduce el siguiente valor de:

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{3}} (\simeq 0{,}577) \qquad (15)$$

Sobrepasando este valor de η no tendremos frecuencia crítica detectable puesto que:

$\overline{x}_1$ y $\overline{x}_2$

serían número imaginarios; ni tendría sentido hablar de máximo y mínimo de la función $|\tilde{Z}p|$

Por otro lado comparando $\overline{x}_1$ dado por la ecuación (12) con respecto a $\overline{x}_1$ obtenido en la expresión (7), y llamando $\overline{f}_{c1}$ a la frecuencia crítica para el panel con amortiguamiento η no despreciable y f_{c1} la frecuencia crítica del mismo panel, suponiendo η despreciable ($\eta \simeq 0$), usando a su vez la expresión (3), resulta:

$$\frac{\overline{x}_1}{x1} = \left(\frac{f_{c1}}{\overline{f}_{c1}}\right)^2 = \frac{2+\sqrt{4-3\,(1+\eta^2)}}{3\,(1+\eta^2)} \qquad (16)$$

Por tanto será:

$$\overline{f}_{c1} = f_{c1}\cdot\left(\frac{3\,(1+\eta^2)}{2+\sqrt{4-3(1+\eta^2)}}\right)^{1/2} \qquad (17)$$

Es en virtud de la fórmula (17) que podemos afirmar que debería existir un aumento de la frecuencia crítica $\overline{f}_{c1}$ de un panel con el incremento del factor de amortiguamiento η del mismo.

Quizás sea debido a éste fenómeno que en un estudio experimental, [4], llevado a cabo con vidrios laminares multicapas en comparación a lunas simples observamos un incremento de la frecuencia crítica con el aumento del factor de amortiguamiento o del factor de pérdidas η; a igualdad prácticamente de densidad del material y espesor de las placas analizadas.

Conclusiones

Como consideraciones finales a resaltar como conclusión del trabajo exponemos:

1. La conocida relación hallada en (7), es sólo cierta para paneles en el que su factor de pérdidas sea nulo o prácticamente cero (η pequeño).

2. Que para el caso de factor de pérdidas pequeño existe siempre un máximo de la función de impedancia de panel $|\tilde{Z}p|$ y por tanto de la

atenuación sonora TL, situado a un 58% por debajo de la frecuencia crítica.

3. Existe un valor límite de η, para el caso de un panel con factor de pérdidas no despreciable, en el que la función impedancia de CREMER $|\check{Z}p|$ deja de presentar máximo y mínimo, regularizándose por tanto sin inflexiones la curva del TL.

4. A partir de la expresión (17) se demuestra que existe un ascenso de la frecuencia crítica con el incremento del factor de pérdidas η del panel, aserto éste que se demostró experimentalmente en la referencia [4], no pudiéndose dar explicación entonces del fenómeno analizado.

BIBLIOGRAFIA

[1] H. ARAU. A new contribution ot the study of the sound transmission loss of single walls. Fortschritte der Akustic-FASE/DAGA 82 Vol 1 (1982)

[2] H. ARAU. Contribución al estudio de la atenuación sonora de dobles y triples paredes simétricas y asimétricas, istrópicas, homogéneas y viscoelásticas. TESIS DOCTORAL. UNIVERSIDAD DE BARCELONA (1.984)

[3] A. LONDON. Transmission of Reverberant Sound Trough single walls. J. Res. Nat. Bureaur of Standards. Vol 42 (1949)

[4] H. ARAU. Método de análisis del módulo de elasticidad dinámico y factor de amortiguamiento para la determinación de la frecuencia crítica de vidrios multicapas y su comparación respecto a lunas simples. 2º CONGRESO INTERNACIONAL METRO-MATICA 85. UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA. Noviembre (1985)