TECNIACUSTICA
VALLADOLID - 1993

REVISION DE LAS TECNICAS NUMERICAS EN RESOLUCION DE PROBLEMAS ACUSTICOS

JEAN-LOUIS MIGEOT AND JEAN-PIERRE COYETE

NUMERICAL INTEGRATION TECHNOLOGIES
Ambachtenlan, 29
B-3001 LEUVEN
BELGIUM

PALOMA LEONATO

INGECIBER, S.A.
Avda. Monforte de Lemos,189
28035 MADRID
ESPAÑA

ABSTRACT

El ruido se ha convertido hoy en día en una de las preocupaciones sociales mas relevantes. La industria ha de absorber esta demanda social incorporando en el diseño de sus productos la calidad acústica de estos. Actualmente en el mercado ofrece una seria de herramientas de análisis numérico que permiten incorporar las especificaciones acústicas en las fase del diseño.Gracias a la rápida evolución del hardware y a la gran variedad y avanzadas técnicas numéricas, es posible la simulación del comportamiento acústico y elastoacústico de los sistemas en análisis evitando así la creación de costosos prototipos que retrasan y encarecen el lanzamiento de nuevos productos al mercado.
Los métodos numéricos aplicados en el análisis acústico son: FEM, y BEM.

INTRODUCCION

El comportamiento acústico y estructural en sistemas mecánicos están relacionados estrechamente. Según el cuadro siguiente:

Las vibraciones generan ruido

Comportamiento estructural | Comportamiento acústico

El ruido genera vibraciones

Fig 1. Comportamiento acústico y estructural.

La simulación numérica aborda estos problemas según el siguiente flujo de análisis (Figura 2). Sin embargo en muchos casos importantes, los dos comportamientos no pueden ser considerados separadamente. El comportamiento estructural esta íntimamente afectado por la presencia del fluido y ello afecta al campo de presiones generado por el cuerpo vibrante. Este tipo de problemas es conocido como problemas acoplados. Los dos problemas se resuelven juntos, teniendo en cuenta las restricciones por el efecto de acoplamiento.

Análisis Estructural (ANSYS) — Vibración de la superficie — Análisis acústico (SYSNOISE) — SPL

Fuente Acústica — Análisis Acústico SYSNOISE — SPL — Analisis Estructural (ANSYS) — Vibración en la superficie

FIG. 2. PROBLEMAS NO ACOPLADOS

ECUACION BASICA Y CONDICIONES DE CONTORNO

El campo de presiones acústicos p(x) exp ($i\omega t$) generado por un cuerpo vibrando en un dominio V está gobernado por la ecuación de Helmholtz.
$\Delta P + K^2 P = 0$ en V donde K es el número de onda (ω/C) y Δ es la laplaciana en 3 dimensiones.
Sobre una partición de una superficie S se puede definir 3 tipos de condiciones de contorno.

$$p = \bar{p} \qquad en\ S_1$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -i\rho\omega\overline{V_n} \qquad en\ S_2$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -i\rho\omega\overline{A_n}p \qquad en\ S_3$$

donde V_n describe una velocidad normal y A_n representa la admitancia.
La condición de radiación de Sommerfeld viene dada por:

$$r\left(\frac{\partial p}{\partial r} + ikp\right) \rightarrow 0 \quad como\ r \rightarrow \infty$$

donde r es el radio polar esférico.
En problemas de dispersión, el campo total de presiones viene dado por 2 componentes, el campo de presión incidente (conocido) y el campo de presiones disperso p_s. Los tres campos están relacionados por: $p_t = p_i + p_s$. La ecuación puede modificarse fácilmente para formular el problema y condiciones de contorno en términos del campo de la presión dispersa.

METODO DE ELEMENTOS FINITOS

Teniendo en cuenta las funciones de peso del Método de Elementos Finitos y aplicando el teorema de la divergencia que permite la conversión de integrales de volumen sobre V en integrales de superficie sobre S_1, S_2 y S_3

$$\int_V (\nabla W_i\, \nabla p' - k^2 W_i p')dV - \int_{S_2}(i\rho\omega\overline{V_n}W_i)\, ds_2 - \int_{S_3}(i\rho\omega A_n p' W_i)\, ds_3 = 0$$

En esta expresión W_i y P' son las funciones de peso y la amplitud de la presión respectivamente.
Si la amplitud de la presión p'(x) se pone en función $N_i(x)$ y el coeficiente q_i tendremos:
El sistema de ecuaciones quedará:
donde

$$p'(x) = \sum_{i=1}^{n} q_i N_i(x)$$

$$[[K] - i\rho\omega[C] - \omega^2[M]]\{q\} = i\rho\omega\{F\}$$

$$K_{ij} = \int_V \nabla W_i \nabla N_j \, dV \qquad M_{ij} = \int_V \frac{W_i N_j}{C^2} dV$$

$$C_{ij} = \int_{S_2} W_i N_j \overline{A_n} ds \qquad F_i = \int_{S_2} W_i N_j \overline{V_n} ds$$

El dominio fluido V ahora tiene que ser dividido en elementos finitos cuyas funciones de base y peso son igualadas a una función de forma polinómica dentro de cada elemento. Las matrices elementales de rigidez, masa y amortiguamiento se calculan para cada elemento, ensamblandolos en un sistema global de ecuaciones:

$$[Z(\omega)]\{q\} = \{F\} \quad con \quad [Z(\omega)] = ([K] - i\rho\omega[C] - \omega^2[M])$$

que puede ser resuelto en el campo de las frecuencias dentro del rango de frecuencias dado. Así mismo se pueden calcular los modos del fluido V. Los modos y autofrecuencias son pares

$$(\omega_j, \{\Phi_i\}) = 0$$

que satisfacen la ecuación homogénea:

$$[Z(\omega_j)]\{\Phi_i\} = 0$$

obteniendo los modos y frecuencias se puede analizar el comportamiento acústico característico en dominios cerrados. Además la respuesta acústica de un sistema a una frecuencia determinada se puede describir como una combinación lineal de los modos principales

$$\{q\} = \sum_i a_i \{\Phi_i\}$$

siendo a_i un coeficiente desconocido que se resuelve a partir del siguiente sistema de ecuaciones reducido

$$([\Phi]^t [Z] [\Phi])\{a\} = [\Phi]^t \{F\}$$

Donde $[\phi]$ es una matriz que contiene los modos acústicos principales. Este proceso se conoce como método de superposición modal. Este proceso permite reducir el número de incógnitas, en la mayoría de los casos, solo se tienen en cuenta los primeros modos (aquellos cuyo coeficiente de participación es relevante).

ELEMENTOS DE CONTORNO METODO DIRECTO O INDIRECTO

La formulación de la integral directa está basada en el teorema de la integral Kirchhoff-Helmholtz y permite relacionar la presión en un punto de campo X (dentro de un volumen V) con la presión y la velocidad normal V_n sobre la superficie cerrada del contorno.

$$c(x)\, p(x) = \int_S \left[p(y) \frac{\partial G(x,y)}{\partial n_y} + i\rho\omega V_n(y)\, G(x,y) \right] dS(Y)$$

Donde ρ y ω son la densidad del fluido y la frecuencia circular y donde G es la función de Green. En la expresión anterior c(x) es un coeficiente que depende de la localización del punto X (C=1 so X ϵ V, c= 1/2 en S) mientras que la normal n_y se supone está dirigida hacia el dominio fluido. El modelo de elementos de contorno directo se basa en la discretización de la superficie S en elementos de contorno y en la selección de una función de interpolación apropiada para la presión y la velocidad normal. Por lo que establecemos una relación entre la presión en el nudo P y la velocidad normal en este

$$[A(K)](p) = [B(K)]\ (V_n)$$

donde A y B son matrices que dependen de la frecuencia.
Por otra parte la formulación indirecta nos permite de una forma simultánea análisis interiores y exteriores tanto en superficies cerradas como abiertas. Esto se hace empleando densidades de potencial doble y sencillo σ y μ. Los cuales están relacionados con saltos de presión y derivadas normales de la presión a través de la superficie de contorno S. Estas densidades están relacionadas con la presión acústica en el punto de campo X.

$$p(x) = \int_s \left[\mu(y)\ \frac{\partial G(x,y)}{\partial n_y} - \sigma(y)\ G(x,y)\right] dS(Y)$$

La derivada normal de esta ecuación para X en S debe emplearse para expresar la velocidad como condición de contorno en S. Sin embargo esta derivada contempla términos de singularidad relacionados con la derivada segunda de Kernel G, por lo que no se puede emplear el método tradicional del esquema colocacional. Se emplea para ello una solución variacional para asegurar la simetría de las matrices implicadas. Si solo se consideran velocidades como condiciones de contorno en S, el término σ en S desaparece, de forma que la única variable desconocida es el salto de presión J que resulta.

$$[D(K)](J) = -ip\omega\, [C]\ (V)$$

Donde D es una matriz completa pero simétrica que depende de la frecuencia mientras que C es la matriz acoplada real. La formulación directa e indirecta se consideran pues complementarias

	VENTAJAS	INCONVENIENTES
FORMULACION DIRECTA	Variables físicas desconocidas (P, V_n)	Solo para V limitados por superficies cerradas
FORMULACION INDIRECTA	Aplicable a problemas de contorno abiertas	Pontenciales desconocidos (σ, μ)
APROXIMACION COLOCACIONAL	Mas rapido para problemas pequeños	Matrices no simétricas
APROXIMACION VARIACIONAL	Más rápido para grandes problemas. Matrices simétricas	Más lento para pequeños problemas

Comparación de los distintos métodos BEM.

CONCLUSION

Se ha tratado de introducir una revisión sobre los distintos métodos numéricos disponibles: FEM y BEM. Se pretende hacer notar que estos métodos ya están implementados en Software, disponible en el mercado. Por lo que se recomienda el empleo de este tipo de herramientas que no solo acortan la fase de diseño de forma exponencial sino que aumenta el potencial de los equipos de ingeniería.