

Aplicación de la transformada de Fourier espacial a la predicción del índice de reducción sonora de ventanas con vidrio laminar

*Jesus Alba Fernandez; Jaime Ramis Soriano; F. Javier Redondo Pastor
Grupo de Dispositivos y Sistemas Acústicos y Ópticos (DISAO)
Departamento de Física Aplicada.
Escuela Politécnica Superior de Gandía.
Universidad Politécnica de Valencia
Carretera Nazaret-Oliva S/N
Grao de Gandía 46730 (Valencia)
Teléfono (96) 284.93.14 - (96) 284.93.00
Fax : (96) 284.93.09
E-mail :jesalba@fis.upv.es*

PACS: 43.40.At,43.55.Ti

Resumen

En este artículo comparamos los resultados experimentales y las simulaciones numéricas del índice de reducción sonora para diversos vidrios laminados montados en una ventana de 1'2m x 1'2 m. También justificamos la necesidad de ajustar adecuadamente el ángulo límite de la sala emisora con objeto de optimizar las predicciones numéricas. Las diferencias entre las predicciones numéricas y los resultados experimentales son menores de 1 dB.

Abstract

In this paper we compare the experimental results and numerical simulations of the sound reduction index for several laminated glasses mounted onto a square 1.2m*1.2m window. We also justify that it is necessary to appropriately adjust the limit angle of the emitting room in order to optimize the numerical predictions. The difference between the values obtained for the numerical predictions and the experimental results are lower than 1 dB.

Introducción. Fórmula de predicción del índice de reducción sonora de una placa delgada

Sea una placa delgada, infinita y elástica, de espesor h_1 de forma que separa dos regiones del espacio, I y II, sin que haya conexión alguna entre ambas [1-3]. Supondremos que en la región I se encuentra el foco emisor y se pretende evaluar la porción de energía que se transmite a través de la superficie de separación. En la figura 1 se muestra la configuración descrita.

En el caso de que incida una onda de presión de tipo armónico formando un ángulo θ respecto a la dirección normal, se pueden obtener las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del sistema en cada una de las regiones del espacio [1-3]:

- Zona I: Propagación del sonido en el aire, descrita por la ecuación escalar de Helmholtz:

$$[\nabla^2 + k_o^2]p_1(x, z) = 0 \quad z < 0$$

donde $k_o = \omega/c_o$, es el número de onda acústico. La presión total en la zona I es:

$$p_I(x,z) = p_{in}(x,z) + p_r(x,z)$$

- Ecuación de movimiento de la placa:

$$[D_1 \nabla^4 - \rho_1 h_1 \omega^2] w_1(x) = p_I(x,0) - p_{II}(x, h_1)$$

donde $w_1(x)$ es el desplazamiento en la dirección normal de la placa, ρ_1 es la densidad del material de la placa, h_1 es el espesor de la placa, D_1 es la rigidez a flexión de la placa y $p_{II}(x,z)$ es la presión en la zona II. El factor de pérdidas, η , se introduce a través del módulo de rigidez de la placa [1-3]:

$$D_1' = D_1(1 - j\eta)$$

- Zona II: Propagación del sonido en el aire:

$$[\nabla^2 + k_o^2] p_{II}(x,z) = 0 \quad z > h_1$$

En la configuración descrita se aplican las condiciones de continuidad de la componente normal de la velocidad de vibración, suponiendo impedancias adyacentes muy distintas [1-3]:

$$\left. \frac{\partial p_I}{\partial z} \right|_{z=0} = \rho_o \omega^2 w_1(x)$$

$$\left. \frac{\partial p_{II}}{\partial z} \right|_{z=h_1} = \rho_o \omega^2 w_1(x)$$

Aplicando la transformada de Fourier espacial en la variable x reduce las ecuaciones diferenciales a algebraicas:

$$a(p_{in} - p_r) = \rho_o \omega^2 w_1$$

$$(D_1 s^4 - \rho_1 h_1 \omega^2) w_1 = p_{in} + p_r - p_t e^{ah_1}$$

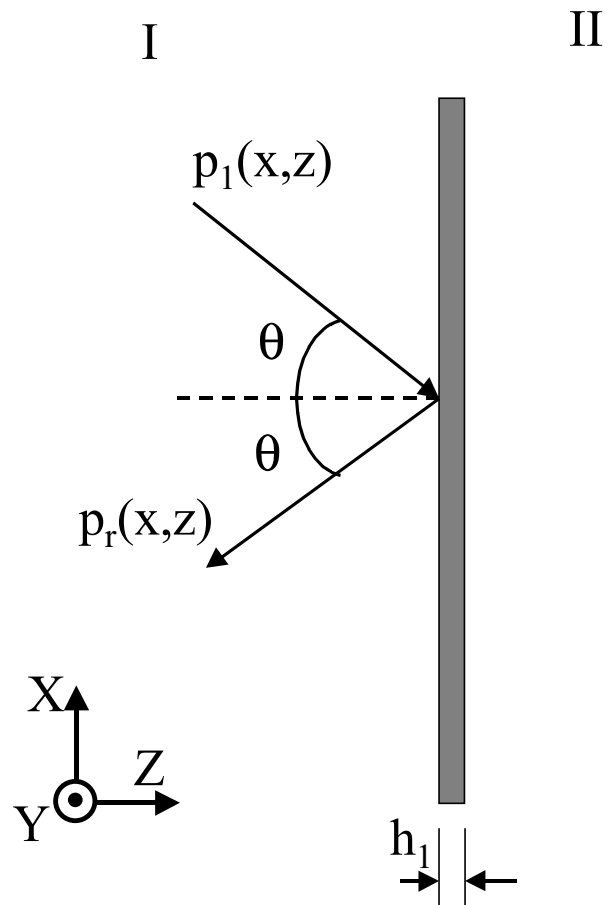
$$a p_t e^{ah_1} = \rho_o \omega^2 w_1$$

siendo:

$$w_1(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} w_1(s) e^{-jsx} ds$$

$$p_I(x,z) = p_{in}(x,z) + p_r(x,z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [p_{in}(s) e^{asz} + p_r(s) e^{-asz}] \cdot e^{-jsx} ds$$

$$p_{II}(x,z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} p_t(s) e^{asz} \cdot e^{-jsx} ds$$



(Figura 1: Placa delgada e impermeable separando dos espacios)

$$a = \sqrt{k_o^2 - s^2}$$

La resolución del sistema permite obtener la presión transmitida en función de la incidente en el caso particular de una onda plana [1]:

$$p_t = p_{in} \frac{2\rho_o \omega^2 e^{\frac{\omega}{c} \cos \theta h_1}}{j \frac{\omega}{c} \cos \theta \left[D_1 (1 - j\eta) \left(\frac{\omega}{c} \sin \theta \right)^4 - \rho_1 h_1 \omega^2 \right] + 2\rho_o \omega^2}$$

De la relación anterior es posible obtener el coeficiente de transmisión [1]:

$$\tau(\theta) = \frac{(2\rho_o)^2}{\left(\frac{\omega^3 \cos \theta D_1 \sin^4 \theta \eta}{c^5} + 2\rho_o \right)^2 + \frac{\omega^2 \cos^2 \theta (D_1 \omega^2 \sin^4 \theta - \rho_1 h_1 c^4)^2}{c^{10}}}$$

En el caso de campo difuso [1]:

$$\tau_d = \frac{\int_0^{\theta_{lim}} \frac{(2\rho_o)^2 \cos \theta \sin \theta d\theta}{\left(\frac{\omega^3 \cos \theta D_1 \sin^4 \theta \eta}{c^5} + 2\rho_o \right)^2 + \frac{\omega^2 \cos^2 \theta (D_1 \omega^2 \sin^4 \theta - \rho_1 h_1 c^4)^2}{c^{10}}}}{\frac{\sin^2 \theta_{lim}}{2}}$$

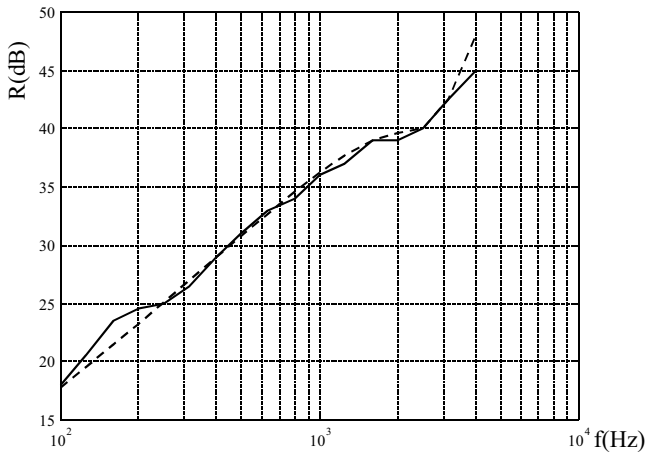


Figura 2: Índice de reducción sonora medido [5] (línea continua) y calculado (línea discontinua) para el vidrio de espesor 4 + 4 mm.

donde θ_{lim} representa el ángulo límite a partir del cual se considera que la contribución del campo sonoro es despreciable. Por tanto, el índice de reducción sonora se puede obtener de la siguiente relación:

$$R = -10 \log \tau_d$$

Obtención de los parámetros que caracterizan a la placa

En el desarrollo anterior se puede observar que el comportamiento de la placa depende de los siguientes parámetros:

- a) Densidad volumétrica, ρ_1 , y espesor η_1 de la placa. En realidad ambos se relacionan mediante un único parámetro, la masa por unidad de área, m , que es fácil de determinar.
- b) La rigidez a flexión, D_1 y el factor de pérdidas η . Ambos parámetros dependen de las condiciones de montaje. En las predicciones a realizar se utiliza el proceso de minimización del error presentado en [1] para obtenerlos.
- c) Además, del ángulo límite que se considere. En efecto, la expresión integral que define al coeficiente de

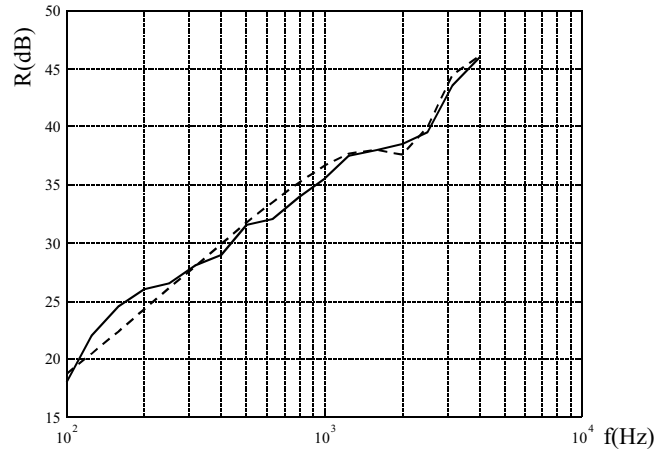


Figura 3: Índice de reducción sonora medido [5] (línea continua) y calculado (línea discontinua) para el vidrio de espesor 4 + 5 mm.

transmisión en campo difuso también contiene esta variable. Este valor no es fijo, sino que depende de las condiciones de la medida. Habrá, pues, además de minimizar el error, tomar el valor óptimo de ángulo límite adecuado a cada medida.

Resultados obtenidos

Se han recogido de la bibliografía las medidas del índice de reducción sonora de vidrios laminares de tres espesores distintos: 4+4 mm, 4+5 mm y 4+6 mm. El resto de detalles de montaje y medida se recogen en [5]. Para la técnica de minimización del error [1] el método iterativo utilizado es el de Broyden [6].

En las figuras 2 a 4 se presentan los resultados obtenidos para las tres configuraciones. En la tabla 1 se muestran los valores óptimos de rigidez a flexión, factor de pérdidas y ángulo límite.

En la figura 5 se muestra la influencia de la modificación del ángulo límite en la obtención del índice de reducción sonora del vidrio laminar de 4 + 6 mm. En la tabla 2 se puede ver como evoluciona el error medio en función del ángulo límite elegido.

Vidrio laminar	Rigidez a flexión (N·m)	Factor de pérdidas	Ángulo límite (grados)	Error medio (dB), por tercio de octava
4+4 mm	877.6	0.62	87	0.6
4+5 mm	798.7	0.6	87	0.8
4+6 mm	1399.6	0.45	87	0.9

Tabla 1: Valores obtenidos mediante minimización del error.

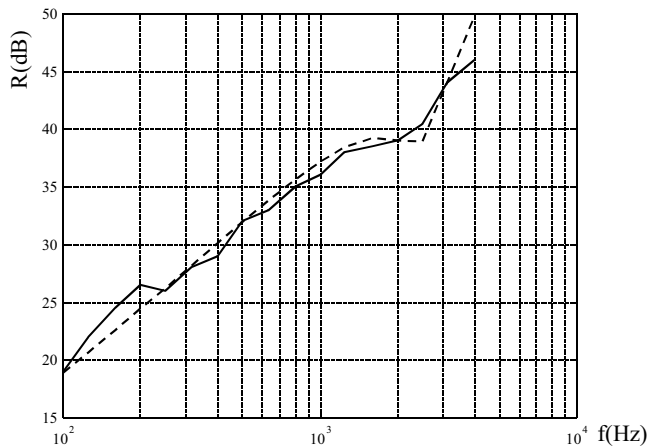


Figura 4: Índice de reducción sonora medido [5] (línea continua) y calculado (línea discontinua) para el vidrio de espesor 4 + 6 mm.

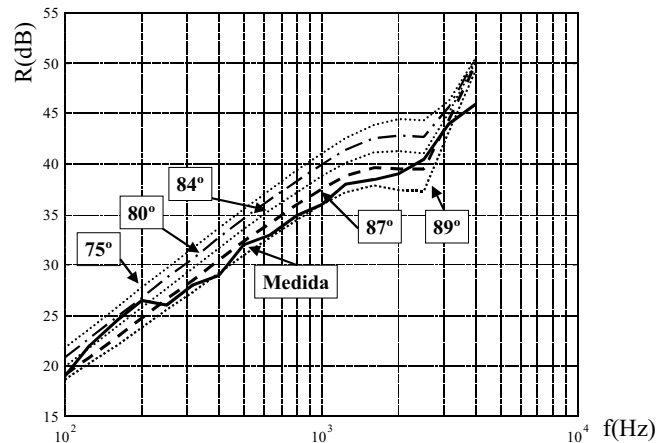


Figura 5: Evolución del Índice de reducción sonora en función del ángulo límite para el vidrio de espesor 4 + 6 mm.

Ángulo límite (Grados)	75	80	84	87	89
Error medio (dB)	3,7	2,6	1,8	0,9	1,2

Tabla 2: Error medio en función del ángulo límite.

Conclusiones

De las figuras 2 a 4 se desprende un alto grado de ajuste de la predicción. En todos los resultados se tiene un error medio por debajo de 1 dB.

El factor de pérdidas toma un valor más alto de lo esperado. Podríamos suponer que esto es debido a que, además de las pérdidas asociadas al vidrio, se están añadiendo, en una cantidad superior, las pérdidas por las condiciones de montaje.

Por último, los resultados nos permiten confirmar la importancia del ángulo límite como un parámetro crítico para conseguir una predicción ajustada, tal y como se muestra en la figura 5. En los resultados obtenidos para las medidas de un mismo laboratorio [5] se ha obtenido siempre un mismo valor óptimo de 87°. Queda comprobar en sucesivos experimentos si a cada laboratorio se le puede asignar un ángulo límite fijo, o si este también

está muy condicionado a los puntos de medida en este laboratorio.

Referencias

- [1] ALBA J., RAMIS J., LLINARES J. (2001) "Caracterización de capas impermeables a partir de medidas de aislamiento", Revista de Acústica Vol. XXXII, números 1 y 2
- [2] TROCHIDIS A., KALAROUTIS A. (1986) "Sound transmission through double partitions with cavity absorption", Journal of Sound and Vibration 107 (2), 321-327
- [3] BRUNEAU M. (1998) "Manuel d'acoustique fondamentale" Editions Hermès
- [4] ALBA J. (2000) "Algoritmos de modelado de particiones multicapa para la predicción de su aislamiento acústico a ruido aéreo", Memoria de Tesis Doctoral
- [5] LLOPIS A. ET AL. (2001) "Cálculo del índice de reducción sonora de ventanas con vidrio laminar", Revista de Acústica Vol. XXXII, números 3 y 4, pág. 15-17.
- [6] CONDE C., WINTER G. (1990) "Métodos y algoritmos del álgebra numérica", Ed. Reverté