La consonancia como fundamento en la construcción de las escalas occidentales y orientales

Olaya Fdz. Herrero
Miguel Lorente
Dpto. de Física – Univ. de Oviedo
o.f.herrero@hotmail.com
lorentemiguel@uniovi.es

PACS: 43.75.Zz

Resumen:

El objetivo de este estudio es la comprobación de que tanto las escalas occidentales como las escalas orientales están basadas en la consonancia. Entendiendo por escala, la ordenación de las alturas de los sonidos en una serie determinada de notas[1].

Abstract:

In this proyect we are going to prove that occidental and oriental musical scales are made by consonance intervals.

Música Occidental:

Es por todos conocido ya, que la música occidental está basada en la superposición de quintas y terceras en la octava correspondiente. Algunos teóricos utilizarán solo uno de los intervalos empleando por tanto los armónicos 2 y 3 y otros, ambos, por lo que emplearían los armónicos 2, 3 y 5 (recordando que la quinta corresponde con la relación $\frac{3}{2}$, la tercera mayor $\frac{5}{4}$, la tercera menor $\frac{5}{3}$ y la octava $\frac{2}{1}$).

A continuación mostraremos algunas de las escalas occidentales, en primer lugar, la estructura armónica en la que están construidas y en segundo lugar las frecuencias ordenadas ascendentemente indicando los intervalos que en este caso se forman entre frecuencias consecutivas.

Escala de Pitágoras

Podemos ver en la *Fig.1a* como Pitágoras construye su escala por superposición de quintas colocándolas en una octava.

Fig. 1.a Pitágoras *Fig. 1.b* Pitágoras

En la *Fig.1b* vemos las mismas frecuencias colocadas en orden ascendente observando que entre dos frecuencias sucesivas se produce el mismo intervalo salvo en dos ocasiones. Estos valores de frecuencia corresponden a los sonidos de la escala C D E F G A B, por lo que vemos que para Pitágoras el tono vale $\frac{9}{8}$ y el semitono $\frac{256}{243}$.

Escala de Ramos de pareja

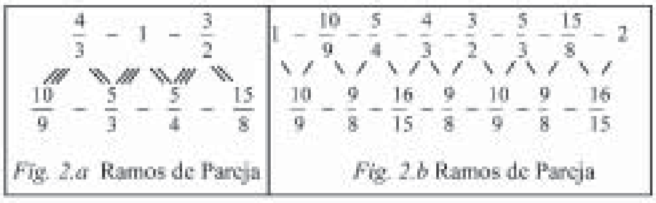

Fig. 2.a Ramos de Pareja *Fig. 2.b* Ramos de Pareja

[1] Este trabajo contiene parte de la tesis de Olaya Fdz. Herrero(2008)

En el caso de la escala de Ramos de Pareja vemos que ya no solo utiliza quintas (que vienen representadas en la linea horizontal), sino terceras mayores (dos líneas oblicuas) y terceras menores (tres líneas oblicuas). Al colocar las frecuencias en orden ascendente observamos que en este caso hay tres distancias interválicas diferentes, poniéndoles nombre a las relaciones de frecuencia vemos que para Ramos de Pareja el tono tiene dos valores, tono grande $\frac{9}{8}$ tono pequeño $\frac{10}{9}$ (Lorente, 1994)

Una escala de salinas

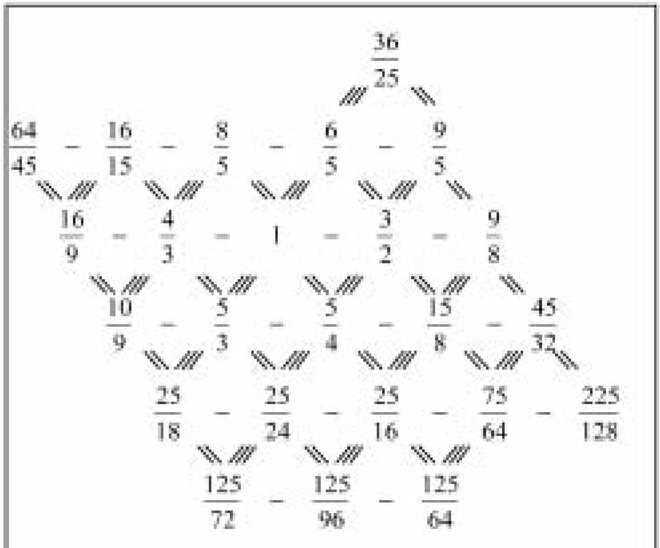

Fig. 3.a Salinas

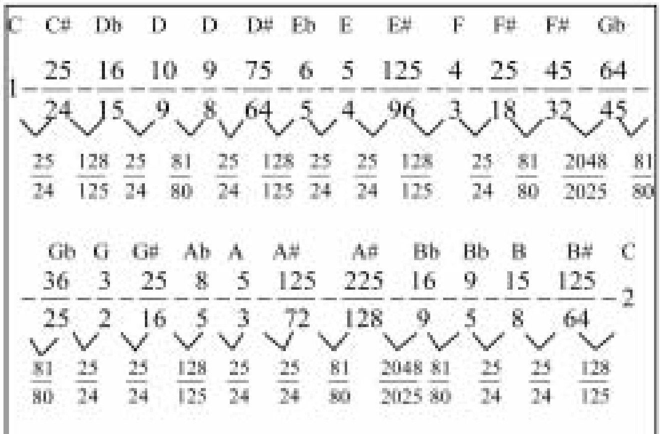

Fig. 3.b Salinas

La *Fig. 3.a* muestra la construcción de la escala enarmónica de Salinas, que al igual que las anteriores utiliza los armónicos 2, 3 y 5. En la *Fig. 3.b* se ven las frecuencias en orden creciente y su correspondiente nombre en la notación occidental. Señalar que en este caso hay 4 intervalos diferentes: $\frac{25}{24}$ como semitono cromático, $\frac{128}{125}$ para las enarmonías entre notas de distinto nombre y $\frac{81}{80}$ para las enarmonías de igual nombre, salvo en el caso de F#Gb y A#Bb, que el valor es $\frac{2048}{2025}$.

Escala de Zarlino

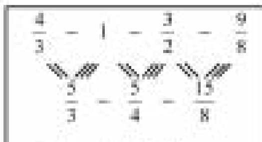

Fig. 4.a Zarlino

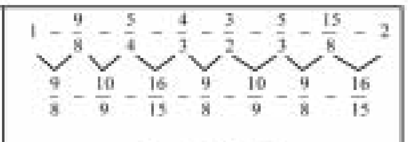

Fig. 4.b Zarlino

La escala de Zarlino es semejante a la de Ramos de Pareja, con la diferencia de que Zarlino sube una quinta más [$\frac{9}{8}$]y por tanto elimina la tercera menor inferior, [$\frac{10}{9}$] lo que le da una relación interválica 9 cuando colocamos las frecuencias en orden ascendente que difiere de Ramos de Pareja en que el primer y segundo intervalo, están cambiados de orden.

Todas estas escalas están construidas, como se ha visto, a partir de quintas $\frac{3}{2}$ terceras mayores $\frac{5}{4}$ y terceras menores $\frac{5}{3}$, i.e. utilizando los armónicos 2, 3 y 5, los primeros de la serie, por tanto, relaciones sencillas, lo que implica intervalos poco disonantes. Una vez colocadas las frecuencias en orden ascendente, se forman intervalos entre cada sonido consecutivo, pero siempre son potencias de estos mismos armónicos. Así que podemos decir que la música occidental está construida a base de intervalos consonantes, entendiendo como tal aquellos con pocos batidos dentro de la anchura de banda crítica. (Fdez. Herrero, O; Lorente, M. 2006)

MúsicaOriental:

En el caso de la música oriental comprobaremos también que las escalas están formadas con intervalos consonantes a partir de los primeros armónicos de la serie. Los valores para las relaciones de frecuencia han sido tomados de los trabajos de Gruber (2006), Sánchez González (1989), Barkechli (1958).

Escalas Indias:

14 Sonidos:

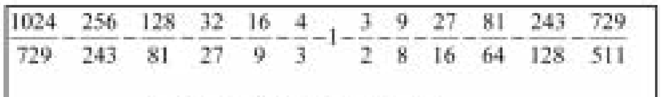

Fig. 5.a Escala de 14 sonidos

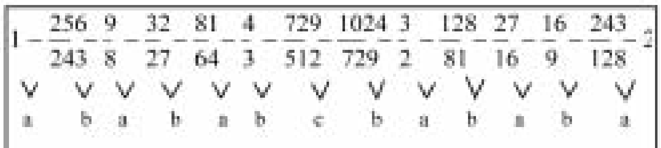

Fig. 5.b Escala de 14 sonidos

Vemos que la escala de 14 sonidos está formada por superposición de quintas y que cuando colocamos las frecuencias en orden ascendente los intervalos que se forman entre dos valores consecutivos siempre son $a = \frac{256}{243}$ y $b = \frac{2187}{2048}$.

En el centro de la escala y como eje de la simetría que la caracteriza está el intervalo $c = \frac{524288}{531441}$, que se obtiene como diferencia de los dos anteriores.

23 Sonidos:

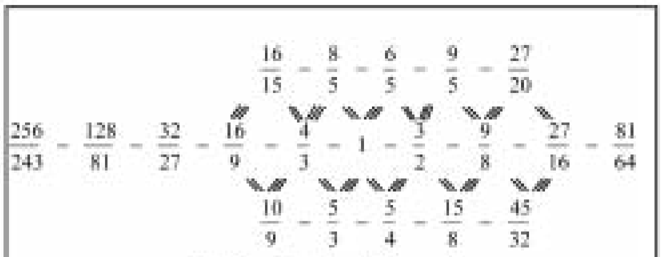

Fig. 6.a Escala de 23 sonidos

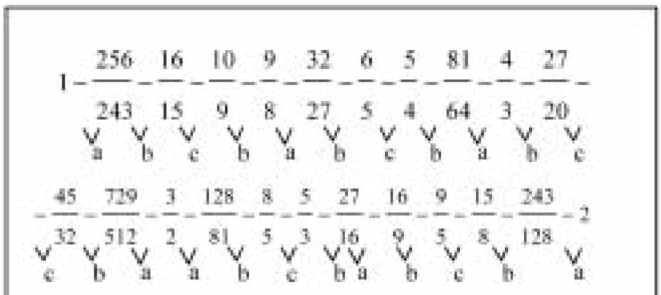

Fig. 6.b Escala de 23 sonidos

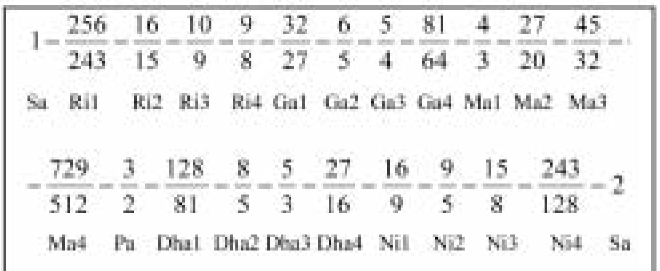

Fig. 7 Escala de 23 sonidos

En esta escala de 23 sonidos vemos que para construirla se han utilizado los mismos métodos que para las escalas occidentales, por un lado (en la línea horizontal) superposición de quintas y por otro lado, superposición de tríadas mayores y menores (líneas oblicuas). Todas estas frecuencias colocadas en orden ascendente se observan en la *Figura 6.b*. En dicha figura observamos nuevamente la simetría característica de las escalas indias, rota entre la nota 13 y la 14 (ya que al ser un número impar de sonidos no podía haber simetría exacta). No solamente es simétrica, sino que el esquema a, b, c, b, a es el motor de toda la escala. Estas letras corresponden a los intervalos: $a = \frac{256}{243}$, $b = \frac{81}{80}$ y $c = \frac{25}{24}$.

El primero de ellos es utilizado por Pitágoras y los otros dos por Salinas, con lo que apreciamos la relación entre la música occidental y la música oriental. En este caso, a diferencia de la escala de 14 sonidos, no existe una relación entre los tres intervalos.

Los nombres que los teóricos indios asignan a estas frecuencias los podemos observar en la *Fig. 7*.

26 Sonidos:

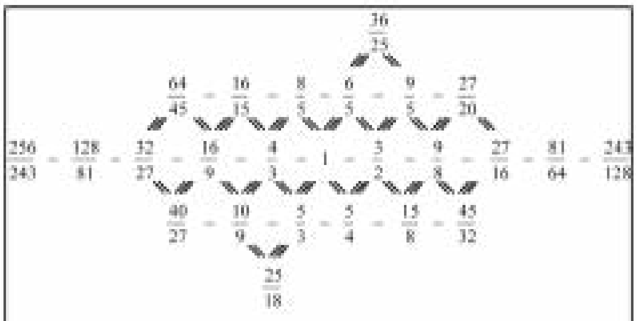

Fig. 8.a Escala de 26 sonidos

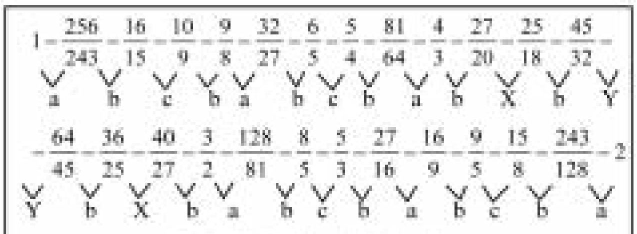

Fig. 8.b Escala de 26 sonidos

En la escala de 26 sonidos vuelve a aparecer la simetría completa. En este caso tenemos otra vez los mismos tres intervalos generadores $a=\frac{256}{243}$, $b=\frac{81}{80}$ y $c=\frac{25}{24}$ .con la diferencia de que en esta escala aparecen otros dos intervalos más, que hemos llamado $X=\frac{250}{243}$ e $Y=\frac{2048}{2025}$

30 Sonidos

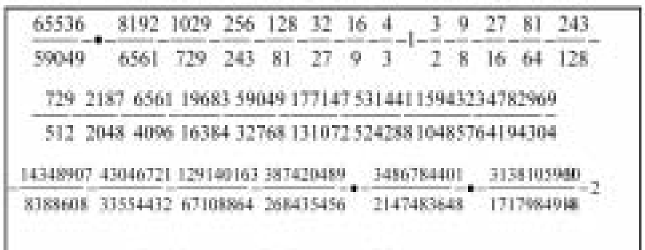

Fig. 9.a Escala de 30 sonidos

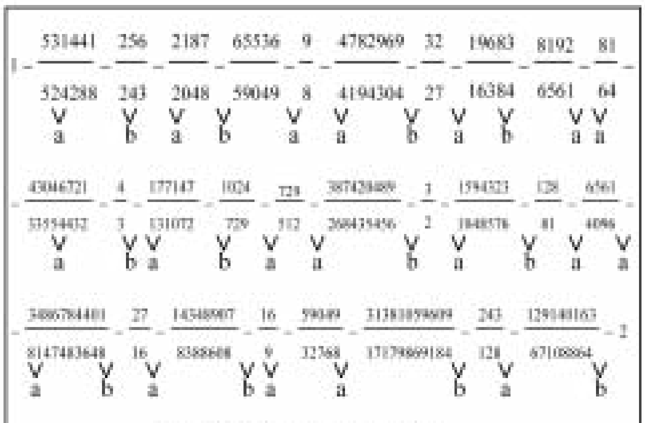

Fig. 9.b Escala de 30 sonidos

Esta escala, como ocurrió en casos anteriores, está construida solamente por superposición de quintas, lo que indica que está utilizando solamente los armónicos I, 2 y 3. Los puntos negros en la Fig. 9.a (al igual que los de la Fig. 10.a) indican la ausencia de la quinta correspondiente. Aunque la relación de frecuencias a partir de la cual se genera toda la escala es sencilla, al reorganizar todas las frecuencias en una sola octava, los intervalos que se forman entre cada nota consecutiva no guardan una relación tan sencilla. Tenemos $a=\frac{531441}{524288}$ y $b=\frac{134217728}{129140163}$, aunque ambos son fracciones cuyo numerador y denominador son potencias de 2 y 3. En este caso, no existe relación entre ambos intervalos, pero lo que si existe es la simetría, rota la final al carecer de la última a en la última repetición del esquema *ababa* por el que está formado toda la escala.

32 Sonidos

La escala de 32 sonidos recuerda en la construcción a la escala de Salinas. Las relaciones interválicas para su construcción han sido las mismas, pero los puntos en los que cortar la serie hasta completar los 32 sonidos han sido diferentes. Los puntos negros representan valores de la serie que no forman parte de la escala, pero que son necesarios para no romper el esquema.

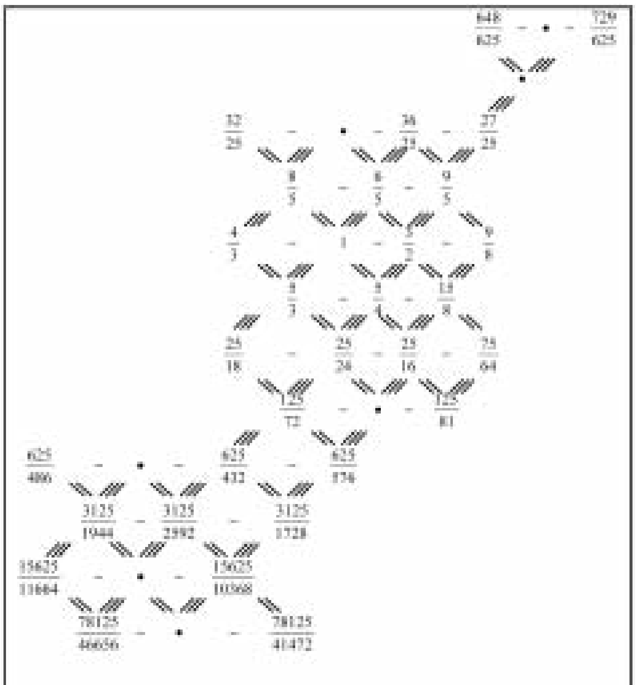

Figura 10.a Escala de 32 sonidos

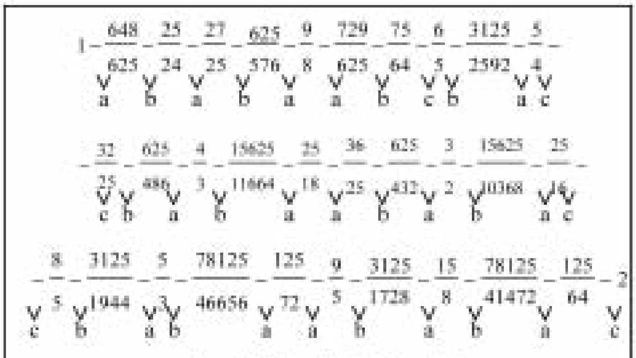

Fig. 10.b Escala de 32 sonidos

Como se ha podido observar, todas las escalas indias han sido construidas a partir de los mismos intervalos que las escalas occidentales, quintas 3:2, terceras mayores $\frac{5}{4}$ y terceras menores $\frac{5}{3}$, i.e. utilizando los armónicos 2, 3 y 5 y al igual que en este tipo de escalas, los intervalos que se forman entre cada sonido sucesivo, si bien no son relaciones de frecuencia sencilla, sí son potencias de estos tres armónicos.

Escalas Árabes:

Las escalas árabes están formadas por la combinación de *maqamat*, recordemos que los *maqamat* se han definido como escalas de siete notas ordenadas dentro de una octava en el estilo griego antiguo por la superposición de dos grupos de cuatro notas o tetracordos.

A continuación mostraremos una serie de *maqamat*, con sus correspondientes relaciones de frecuencia y junto a ellos las relaciones interválicas entre cada sonido consecutivo.

Ajam:

$$1-\frac{10}{9}-\frac{5}{4}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{10}{9}\quad\frac{9}{8}\quad\frac{16}{15}$$

$$1-\frac{9}{8}-\frac{81}{64}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{9}{8}\quad\frac{9}{8}\quad\frac{256}{243}$$

Sikah:

$$1-\frac{12}{11}-\frac{40}{33}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{12}{11}\quad\frac{10}{9}\quad\frac{11}{10}$$

Nahawand:

$$1-\frac{10}{9}-\frac{32}{27}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{10}{9}\quad\frac{16}{15}\quad\frac{9}{8}$$

$$1-\frac{9}{8}-\frac{32}{27}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{9}{8}\quad\frac{16}{15}\quad\frac{9}{8}$$

Rast:

$$1-\frac{10}{9}-\frac{120}{99}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{10}{9}\quad\frac{12}{11}\quad\frac{11}{10}$$

Kurd:

$$1-\frac{16}{15}-\frac{32}{27}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{16}{15}\quad\frac{10}{9}\quad\frac{9}{8}$$

$$1-\frac{256}{243}-\frac{32}{27}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{256}{243}\quad\frac{9}{8}\quad\frac{9}{8}$$

Superponiendo dos tetracordos y representado estas escalas árabes como se ha hecho con las indias y con las occidentales se obtendría:

$$\frac{3}{2}-\frac{5}{3}-\frac{15}{8}-1-\frac{10}{9}-\frac{5}{4}-\frac{4}{3}$$

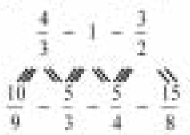

Fig.11a Ajam

$$\frac{3}{2}-\frac{27}{16}-\frac{243}{128}-1-\frac{9}{8}-\frac{81}{64}-\frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{3}-1-\frac{3}{2}-\frac{9}{8}-\frac{27}{16}-\frac{81}{64}-\frac{243}{128}$$

Fig.11b Ajam

$$\frac{3}{2}-\frac{18}{11}-\frac{20}{11}-1-\frac{12}{11}-\frac{40}{33}-\frac{4}{3}$$

Fig.12 Sikah

$$\frac{3}{2}-\frac{18}{11}-\frac{18}{10}-1-\frac{12}{11}-\frac{6}{5}-\frac{4}{3}$$

Fig.13 Bayati

$$\frac{3}{2}-\frac{5}{3}-\frac{16}{9}-1-\frac{10}{9}-\frac{32}{27}-\frac{4}{3}$$

Fig.14a Nahawand

$$\frac{3}{2}-\frac{27}{16}-\frac{16}{9}-1-\frac{9}{8}-\frac{32}{27}-\frac{4}{3}$$

$$\frac{32}{27}-\frac{16}{9}-\frac{4}{3}-1-\frac{3}{2}-\frac{9}{8}-\frac{27}{16}$$

Fig.14a Nahawand

$$\frac{3}{2}-\frac{5}{3}-\frac{20}{11}-1-\frac{10}{9}-\frac{120}{99}-\frac{4}{3}$$

Fig.15 Rast

$$\frac{405}{256}-\frac{27}{16}-\frac{15}{8}-1-\frac{16}{15}-\frac{32}{27}-\frac{4}{3}$$

Fig.16a Kurd

$$\frac{3}{2}-\frac{128}{81}-\frac{16}{9}-1-\frac{256}{243}-\frac{32}{27}-\frac{4}{3}$$

$$\frac{256}{243}-\frac{128}{81}-\frac{32}{27}-\frac{16}{9}-\frac{4}{3}-1-\frac{3}{2}$$

Fig.16b Kurd

En el caso de las *Fig. 12, 13 y 15* no se ha podido hacer una representación como las anteriores por utilizar armónicos distintos del 2, 3 y 5.

Otros tetracordos utilizados son:

$$1-\frac{8}{7}-\frac{64}{49}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{8}{7}\quad\frac{8}{7}\quad\frac{49}{48}$$

$$1-\frac{8}{7}-\frac{9}{7}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{8}{7}\quad\frac{9}{8}\quad\frac{28}{27}$$

$$1-\frac{8}{7}-\frac{80}{63}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{8}{7}\quad\frac{10}{9}\quad\frac{21}{20}$$

$$1-\frac{8}{7}-\frac{26}{21}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{8}{7}\quad\frac{13}{12}\quad\frac{14}{13}$$

$$1-\frac{8}{7}-\frac{25}{21}-\frac{4}{3}\rightarrow\frac{8}{7}\quad\frac{25}{24}\quad\frac{28}{25}$$

Destacar como esta música utiliza otros armónicos en la construcción de sus escalas, además del 2. 3 y 5 utilizados en las escalas occidentales e indias, aparecen ahora el 7 y el 11. Recuérdese que el intervalo $\frac{7}{5}$ era consonante (Fdez. llenero. O.; Lorcnte. M. 2006).

Los musicólogos y teóricos han intentado esquematizar las escalas utilizadas en el mundo musulmán. Barkechli (1958) recoge los estudios de Lafiad-Din cuya escala a dos octavas compuesta de tetracordos ligados fue aceptada durante los siglos siguientes a su formulación por todo el mundo musulmán.

1ª oct: L, L: C, L, L, C. L, L, L, C, L, L, C, L, L, L, C
2ª oct: L, L, C, L, L. L. C. L, L, C, L, L, L, C, L, L, C

Establece también la relación de frecuencias de ambos intervalos, asi el primero, limma, $L = \frac{256}{243}$ y el segundo, comma, $C = \frac{531441}{524288}$ este intervalo corresponde con el que se ha llamado a en la escala india de 30 sonidos. Partiendo del 1 y añadiendo cada intervalo se obtiene:

$$\begin{array}{cccccccccc}
1 - & \frac{256}{243} - & \frac{65536}{59049} - & \frac{9}{8} - & \frac{32}{27} - & \frac{8192}{6561} - & \frac{81}{64} - & \frac{4}{3} - & \frac{1024}{729} - & \frac{262144}{177147} - \\
\mathrm{C} & \mathrm{Db} & \mathrm{Ebb} & \mathrm{D} & \mathrm{Eb} & \mathrm{Fb} & \mathrm{E} & \mathrm{F} & \mathrm{Gb} & \mathrm{Abb}
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc}
- \frac{3}{2} - & \frac{128}{81} - & \frac{32768}{19683} - & \frac{27}{16} - & \frac{16}{9} - & \frac{4096}{2187} - & \frac{1048576}{531441} - & 2 \\
\mathrm{G} & \mathrm{Ab} & \mathrm{Bbb} & \mathrm{A} & \mathrm{Bb} & \mathrm{Cb} & \mathrm{Dbb} & \mathrm{C}
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc}
1 - & \frac{256}{243} - & \frac{65536}{59049} - & \frac{9}{8} - & \frac{32}{27} - & \frac{8192}{6561} - & \frac{2097152}{1594323} - & \frac{4}{3} - & \frac{1024}{729} - & \frac{262144}{177147} - \\
\mathrm{C} & \mathrm{Db} & \mathrm{Ebb} & \mathrm{D} & \mathrm{Eb} & \mathrm{Fb} & \mathrm{Gbb} & \mathrm{F} & \mathrm{Gb} & \mathrm{Abb}
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc}
- \frac{3}{2} - & \frac{128}{81} - & \frac{32768}{19683} - & \frac{8388608}{4782969} - & \frac{16}{9} - & \frac{4096}{2187} - & \frac{1048576}{531441} - & 2 \\
\mathrm{G} & \mathrm{Ab} & \mathrm{Bbb} & \mathrm{Cbb} & \mathrm{Bb} & \mathrm{Cb} & \mathrm{Dbb} & \mathrm{C}
\end{array}$$

Como se puede ver, la escala, tanto en la primera octava como en la segunda está formada a partir de intervalos formados por el armónico 2 y por el 3, los más consonantes.

Tomando las frecuencias de la escala de Pitágoras (*Fig. 1b*) y empezando en $\frac{3}{2}$, obtenemos la escala modal G A B C D E F G. Transportando esta escala modal una quinta inferior (dividir por $\frac{3}{2}$) obtenemos las frecuencias $1, \frac{9}{8}, \frac{81}{64}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{27}{16}, \frac{16}{9}, 2$ que están contenidas en la primera octava de la escala de Lafiad-Din. Construyendo la escala modal A B C D E F G A obtenemos las frecuencias de la 2ª octava.

Si ambas escalas se colocan por superposición de quintas:

$$\frac{1048576}{531441} - \frac{262144}{177147} - \frac{65536}{59049} - \frac{32768}{19683} - \frac{8192}{6561} - \frac{4096}{2187} -$$
$$- \frac{1024}{729} - \frac{256}{243} - \frac{128}{81} - \frac{32}{27} - \frac{16}{9} - \frac{4}{3} - 1 - \frac{3}{2} - \frac{9}{8} - \frac{27}{16} - \frac{81}{64}$$

$$\frac{8388608}{4782969} - \frac{2097152}{1594323} \frac{1048576}{531441} - \frac{262144}{177147} - \frac{65536}{59049} - \frac{32768}{19683} -$$
$$- \frac{8192}{6561} - \frac{4096}{2187} - \frac{1024}{729} - \frac{256}{243} - \frac{128}{81} - \frac{32}{27} - \frac{16}{9} - \frac{4}{3} - 1 - \frac{3}{2} - \frac{9}{8}$$

Los investigadores de la música oriental han demostrado que la escala de la música iraní, base de la música oriental, no es otra cosa que un sistema basado en las dos escalas de Pitágoras y Aristógenes llamadas escala melódica y escala armónica (Barkechli 1958).

Bibliografía:

- Barkechli, M.M. (1959) “L’Évolution de la gamme dans la musique orientale” en Canac, M.(ed) (1959) “*Accoustique musicale*” Editions du centre national de la recherche scientifique. París
- Fdez. Herrero, O. (2008) “*Explicación física de la consonancia y disonancia musical y su aplicación a las estructuras armónicas de las escalas occidentales y orientales*” Tesis doctoral.Universidad de Oviedo
- Fdez. Herrero, O.; Lorente, M. (2006) “Comprobación experimental de la teoría de la consonancia y disonancia musical” *Revista de Acústica*. Vol. 37 nº 1-2, pp. 5-10
- Fdez. Herrero, O.; Lorente, M. (2007) “Officialpublication of the 19th international congress onacoustics” *Revista de Acústica* vol. 38 nº 3 y 4 MUS-07-003
- Gruber, B.J. (2005) “Mathematical-Physical Properties of Musical Tone Systems” Sitzungsber. Öst. Akad. Wiss. Wien, math.-nat. Kl. pp. 43-79
- Gruber, B.J. (2006) “Mathematical-Physical Properties of Musical Tone Systems II” Sitzungsber. Öst. Akad. Wiss. Wien, math.-nat. Kl. pp 45-105
- Krishnaswamy, A. (2003) “On the twelve Basic Intervals in South Indian Classical Music” Audio Engineering Society. Convention Paper 5903, Convention 115, N.Y.
- Lorente, M. (1994) “Ciencia y música en el Renacimiento español” *Revista de Musicología*, vol. XVII, nº 1-2. pp 11-40
- Malm, W.P. (1985) “*Culturas musicales del Pacífico,el Cercano Oriente y Asia*”Alianza Música.
- Sambamurthy, P. (1982) “*South Indian Music*” vol. 4The Indian Music Publishing House, Madras
- Sánchez González, J. (1985) “*La música árabe cultaooriental*” Coop. Univ. Cisneros. Madrid
- Sanchez Gonzalez, J. (1989) “*The great ton (8/7) interval in Arab and Related Musics*” Simposio sobre música oriental, Bagdag (no publicado) CSIC
- Wade, B.C. (2004) ”*Music in India – the ClassicalTraditions*” Monahor