



VI Congreso Iberoamericano de Acústica - FIA 2008
Buenos Aires, 5, 6 y 7 de noviembre de 2008

FIA2008-A207

Modelación de la función de transferencia del sistema altavoz-caja utilizando operadores espectrales de distinto orden

Marcelo Navía Alarcón^(a),
Sebastián Rolón Carreras^(b).

(a) Laboratorio de Acústica, Universidad Tecnológica de Chile INACAP. Brown Norte 290, Santiago, Chile. E-mail: marcelo.navia@alumnos.inacap.cl

(b) Departamento de Investigación y Desarrollo, Acústica S.R.L., Los Lirios 345, Cochabamba, Bolivia. E-mail: sebastian.rolon@acustica.com.bo

Abstract

The modelling and auralization of acoustic linear systems is an efficient and very useful tool, being one of its principal applications to assist in the design and analysis process of acoustic boxes. To obtain the transfer function of a speaker-box system to be used in modelling, it is necessary to know the spectral operators of the different elements that participate in the system. In the present investigation, the answer of voice-coil speaker frequency was obtained and analyzed, creating a prediction proposal working with known frequency responses and through the box modelling as an independent system. Subsequently, through experimental measurements of real transfer function of each system in anechoic chamber, predictions were numerically verified, being possible the auralization through systems impulsive response and its convolution with different temporary sequences. Using the system serial spectral operators, it is possible to obtain a precise and representative total transfer function, allowing a good auralization and through this an optimum design of speaker-box systems.

Resumen

La modelación y auralización de sistemas lineales acústicos es una herramienta eficaz y de gran utilidad, siendo una de sus principales aplicaciones el facilitar los procesos de análisis y diseño de cajas acústicas. Para la obtención de la función de transferencia de un sistema altavoz-caja, encaminado a la modelación, es preciso conocer los operadores espectrales de los distintos elementos que participan en dicho sistema. En el presente trabajo de investigación, se obtuvo y analizó la respuesta de frecuencia de altavoces de bobina, elaborándose una propuesta de predicción operando con respuestas de frecuencia conocidas y a través de la modelación de la caja como un sistema independiente. Posteriormente, mediante mediciones experimentales de la función de transferencia real de cada sistema en cámara anecoica, se comprobaron numéricamente las predicciones, siendo posible la auralización a través de la respuesta impulsiva de los sistemas y su convolución con diversas secuencias temporales. Mediante el uso de operadores espectrales en serie del sistema, es posible obtener una función de transferencia total de precisión y buena representatividad, posibilitando una correcta auralización y con ello un óptimo diseño de sistemas altavoz-caja.

1 Introducción

Una representación visual y numérica de un fenómeno sonoro puede muchas veces ser interpretada erróneamente, o simplemente no ser comprendida totalmente. Esta es una de las principales razones por las que una representación auditiva o auralización de un fenómeno sonoro, puede ser de ayuda en el análisis de sistemas acústicos lineales. Además, esta modelación puede ayudar a entender y percibir auditivamente el proceso del diseño a personas no relacionadas con aspectos teóricos de audio y acústica.

Este trabajo estudia los sistemas altavoz-caja, proponiendo mejorar la precisión de la modelación de sistemas de altavoces y con ello dar una representación fiel del comportamiento de los sistemas de este tipo. El problema a resolver está en torno a la función de transferencia teórica del altavoz. Para modelar el sistema altavoz-caja, es necesario conocer la función de transferencia real del altavoz y multiplicarla por algún operador espectral. A su vez, para hallar un operador espectral, se debe conocer la función de transferencia teórica del altavoz, de muy complicado desarrollo matemático, por lo que se propone un método empírico desarrollado a través de las mediciones realizadas.

2 Aspectos teóricos

Tres áreas teóricas fueron abordadas para el desarrollo del presente trabajo. Por un lado se estudió la función de transferencia de altavoces montados en pantalla infinita y en cajas acústicas; una segunda área estudiada fue la difracción en los bordes de la caja y la directividad; por último se desarrolló la respuesta de frecuencia real de altavoces y la auralización, esta última área enmarcada en el procesamiento digital de señales (DSP).

2.1 Sistemas de altavoces

Según Small [11], la función de transferencia de un altavoz montado en pantalla infinita está definida por la ecuación (1). Donde s es la variable de frecuencia compleja $\sigma + j\omega$, ω_s es la frecuencia angular de resonancia del altavoz y Q_{TS} el factor de calidad total del sistema que engloba los factores de pérdida mecánicos (Q_{MS}) y eléctricos (Q_{ES}).

$$G_P(s) = \frac{s^2 / \omega_s^2}{s^2 / \omega_s^2 + s / \omega_s Q_{TS} + 1} \quad (1)$$

Además, Small [12] propone que la función de transferencia de un altavoz dentro de una caja cerrada se puede representar por la ecuación (2). Siendo ω_c y Q_{TC} , los valores de frecuencia de resonancia y factor de calidad del altavoz dentro de una caja cerrada. Por último, Small [14] resuelve que la ecuación (3) representa la función de transferencia de un altavoz dentro de una caja reflector de bajos.

$$G_C(s) = \frac{s^2 / \omega_c^2}{s^2 / \omega_c^2 + s / \omega_c Q_{TC} + 1} \quad (2)$$

$$G_B(s) = \frac{s^4 T_o^4}{s^4 T_o^4 + a_1 s^3 T_o^3 + a_2 s^2 T_o^2 + a_3 s T_o + 1} \quad (3)$$

Dónde las constantes: T_o, a_1, a_2, a_3 incluyen los valores de frecuencia angular de resonancia ω_s , la frecuencia angular de resonancia del ducto ω_b , el factor de pérdida por fugas de la caja Q_L , el factor de pérdida total Q_{TS} y la relación de elasticidad del sistema α .

2.2 Difracción en los bordes

El modelo de difracción en los bordes que se utilizó en este trabajo fue el propuesto por Bews y Hawksford [2]. Estos autores aplicaron la teoría geométrica de la difracción y la teoría de la radiación y recepción de ondas acústicas para explicar el fenómeno de la difracción de la onda sonora en los bordes de una caja acústica, y la influencia de dicho fenómeno sobre la respuesta de frecuencia del altavoz. El modelo está representado por las ecuaciones (4) y (5).

$$G_D(\omega) = \frac{1}{M} \left| \sum_{L=1}^M \text{Re}\{A_L\} + \text{Im}\{A_L\} \right| \quad (4)$$

$$A_L(\omega) = \left[M_P + \sum_{k=1}^N M_K \cos(\varphi_K) \right] + j \left[\sum_{k=1}^N M_K \sin(\varphi_K) \right] \quad (5)$$

Este modelo representa a la difracción en los bordes como N fuentes puntuales, cada una emitiendo una cierta presión M_K y considerando una cierta diferencia de fase φ_K . A_L representa la presión en función de la frecuencia de una fuente puntual ubicado en el diafragma del altavoz, M representa la cantidad total de fuentes puntuales consideradas en el modelo y M_P es la presión de la fuente puntual en un punto de observación dado representada por la ecuación (6).

$$M_P = \frac{2A}{\sqrt{OBD^2 + OFD^2 + OFD'^2}} \quad (6)$$

Donde A es una amplitud dada, OBD es la distancia del centro del altavoz al punto de observación sobre el eje central, OFD es la distancia del eje al punto de observación sobre la horizontal y OFD' es la distancia del eje al punto de observación sobre la vertical, incluida debido a que el altavoz no se mantuvo en el centro de la caja. La amplitud de presión y la fase de cada fuente puntual están representadas por las ecuaciones (7) y (8) respectivamente. La figura 1 muestra una representación de las distancias consideradas en este modelo.

$$M_K = \frac{A dx}{2\pi r_K r_{OD}} \left(\frac{4\pi}{4\pi - \gamma} - 2 \right) \quad (7)$$

$$\varphi_K = \frac{-\omega \left(r_K + r_{OD} - \sqrt{OBD^2 + OFD^2 + OFD'^2} \right)}{c} \quad (8)$$

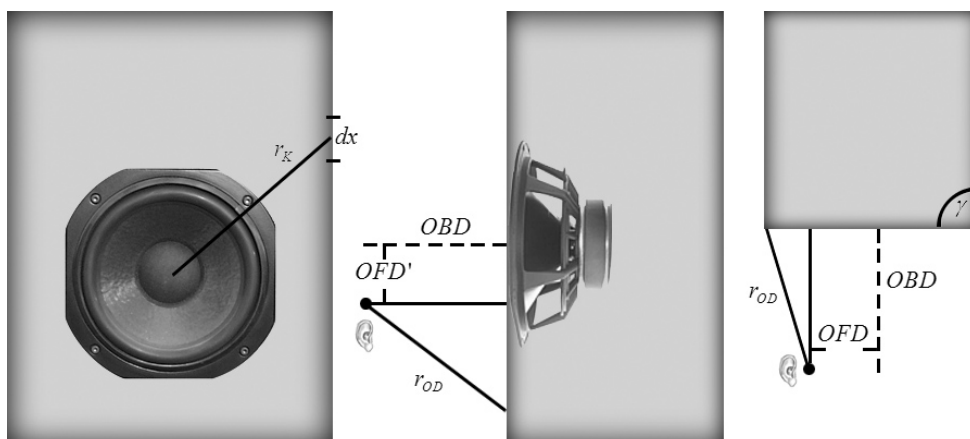


Figura 1. Distancias consideradas en el modelo de difracción de bordes.

2.3 Medición de la respuesta de frecuencia real de un altavoz

La técnica propuesta por Small [10] para la medición de la respuesta de frecuencia, es válida solo para bajas frecuencias. Por otro lado, Keele [5] utilizó mediciones de altavoces dentro de cajas acústicas ubicando el micrófono de medición a una corta distancia del altavoz obteniendo valores muy aceptables para el rango de frecuencias medias y bajas, presentando dificultades en altas frecuencias debido al campo reactivo y su consecuencia de inestabilidad.

Conociendo la respuesta en pantalla infinita, la modelación del comportamiento del altavoz dentro de una caja se simplificaría considerablemente; sin embargo, existen limitaciones prácticas en el montaje experimental debido a los materiales y dimensiones asociadas. Por otro lado, existirá baja precisión en aquellas frecuencias cuya longitud de onda sean similares o superiores a las dimensiones de la pantalla.

3 Metodología

Se analizaron tres sistemas de altavoces, cada caja acústica construida con alineaciones distintas. De acuerdo a Müller y Massarani [6], la mejor señal de prueba para la medición de un sistema de altavoces es un barrido de frecuencias logarítmico. Dicha señal de prueba se utilizó para excitar el sistema y después deconvolucionarla con la señal procesada. La ecuación (9) representa la respuesta de frecuencia del sistema, expresada en frecuencia discreta de $N/2$ puntos. La transformada discreta de Fourier, se calculó con un algoritmo de diezmado en el tiempo de N puntos. Obtenida la respuesta de frecuencia de un sistema, a través de la ecuación (10) se determina la influencia de ésta sobre una señal cualquiera.

$$G_{med}[k] = \frac{DFT(swepp_{rec}[n])}{DFT(swepp_{ori}[n])} \quad (9)$$

$$Sec_{final}[n] = DFT^{-1}(G_{total}[k]G_{Sec}[k]) \quad (10)$$

Donde $G_{Sec}[k]$ es la transformada discreta de Fourier de la señal a auralizar, $G_{total}[k]$ la respuesta de frecuencia del sistema lineal, y DFT^{-1} la transformada inversa de Fourier. Para la auralización se utilizaron fragmentos musicales y discursos orales.

Se denomina *operadores espectrales* a las funciones de transferencia de los elementos individuales con el fin de distinguirlos de las funciones de transferencia teóricas ya conocidas y de las funciones de transferencia medidas. De la ecuación (1), (2) y (3) se descomponen las ecuaciones (11), (12) y (13) describiendo las funciones de transferencia para el caso de pantalla finita, caja cerrada y reflector de bajos respectivamente.

$$G_{pantalla}(s) = \frac{G_P(s)}{G_{altavoz}(s)} \quad (11)$$

$$G_{cajaC}(s) = \frac{G_C(s)}{G_{altavoz}(s)} \quad (12)$$

$$G_{cajaR}(s) = \frac{G_R(s)}{G_{altavoz}(s)} \quad (13)$$

Realizando un análisis básico de la ecuación (1), y correlacionándola con datos empíricos, en la ecuación (14) se propone una función de transferencia teórica del altavoz.

$$G_P(s) = \frac{s^2 / \omega_s^2}{s^2 / \omega_s^2 + s / \omega_s Q_{TSA} + 1} \quad (14)$$

La amplitud de la ecuación (1) está en función del valor de Q_{TS} . Considerando que el altavoz estuviese al aire libre, ésta debería decrecer una cierta proporción debido a la ausencia de la pantalla infinita, obteniéndose un nuevo valor Q_{TSA} , de menor valor que Q_{TS} . En la ecuación (15) se plantea el valor de Q_{TSA} en función de $\beta(r)$ que a su vez depende de la distancia.

$$Q_{TSA}(r) = \frac{Q_{TS}}{\beta(r)} \quad (15)$$

El último operador espectral a considerarse en el modelo corresponde a la ecuación (4) que representa la difracción en los bordes de la caja y la directividad con respecto a un punto de audición. Finalmente, la ecuación (16) presenta la expresión de la función de transferencia total del sistema.

$$G_{Total}(s) = G_{Almed}(s)G_{Caja}(s)G_D(s) \quad (16)$$

Donde los tres operadores espectrales utilizados representan la función de transferencia real del altavoz, la función de transferencia de la caja, y la función de transferencia dada por la difracción en los bordes. Las mediciones reales de las distintas respuestas de frecuencia se realizaron dentro de una cámara anecoica, con los altavoces al aire libre y a un metro de distancia. Para la medición de las funciones de comparación se efectuó el mismo procedimiento, salvo que con el sistema altavoz-caja completo, además se incluyó una

medición del sistema completo ubicando el micrófono a 45° sobre el eje vertical y 45° sobre el eje horizontal para analizar la directividad.

Relacionando las modelaciones en campo cercano con las modelaciones a un metro de distancia, de tal forma que se aproximen a la función de transferencia real del sistema, se propone una aproximación lineal del valor $\beta(r)$. Dicha aproximación se representa en la ecuación (17).

$$\beta(r) \approx 3r + 1 \tag{17}$$

Una vez obtenido el valor de Q_{TSA} incluyendo la ecuación (17), se modeló la función de transferencia total del sistema utilizando la ecuación (16).

3.1 Equipamiento

Los equipos utilizados en las mediciones fueron: Micrófono omnidireccional de condensador Behringer ECM-8000, interfaz de audio M-Audio Delta 66, amplificador de potencia QSC, computador, software DIRAC v3.0 y MATLAB v7.2.

4 Resultados

En la tabla 1 se presentan los parámetros Thielle-Small de cada altavoz y el tipo de caja involucrada en la investigación.

Tabla 1. Parámetros de altavoces utilizados

Altavoz	Fs [Hz]	Vas [Lit]	Qms	Qes	Qts	Tipo de caja	Volumen [Lit]
Altavoz 1	85,46	10,04	5,31	0,32	0,31	Reflector de Bajos	28,7
Altavoz 2	76,03	10,79	13,14	0,637	0,6	Reflector de Bajos	112
Altavoz 3	59,88	6,05	4,63	1,15	0,92	Cerrada	14,45

De forma empírica, a través de las mediciones realizadas, se consideró $\beta(r) = 4$, por otro lado, se realizó las mediciones en campo cercano de las respuestas de los tres altavoces, y se obtuvo una buena modelación con $\beta(r) = 1$. En la figura 2 se presentan las mediciones en campo cercano, las cuales no fueron utilizadas para la auralización sino para entregar una mejor aproximación de Q_{TSA} .

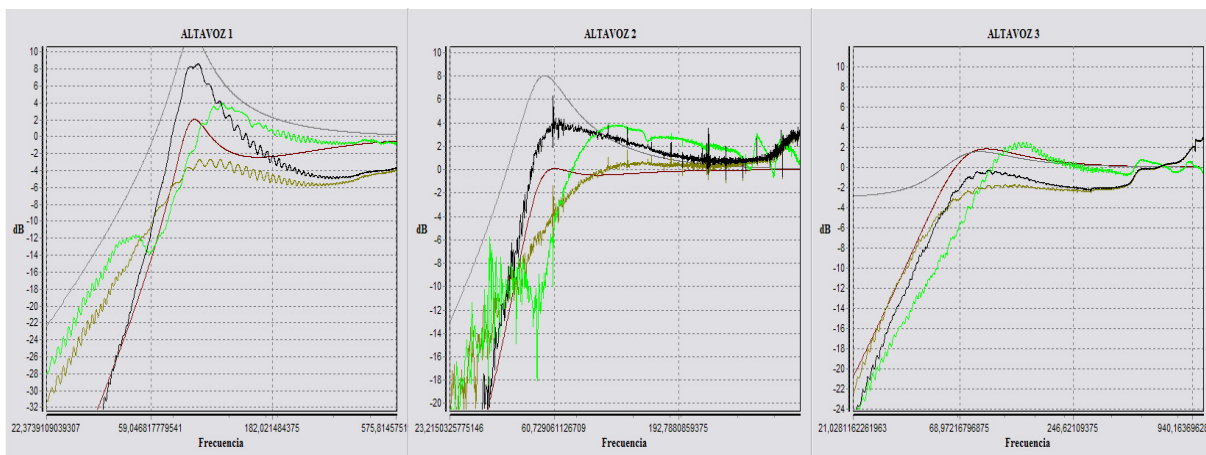


Figura 2. Medición y modelación de los tres altavoces en campo cercano.

Las figuras 3, 4 y 5 presentan los resultados para los tres altavoces estudiados. La línea verde corresponde a la medición del sistema altavoz-caja, la línea de color café claro a la medición del altavoz al aire libre, el operador espectral de la caja está representada por la línea gris, la respuesta teórica del sistema por el la línea guinda, la amarilla muestra el comportamiento del operador espectral asociado a la difracción y finalmente, la línea negra, representa la modelación o predicción.

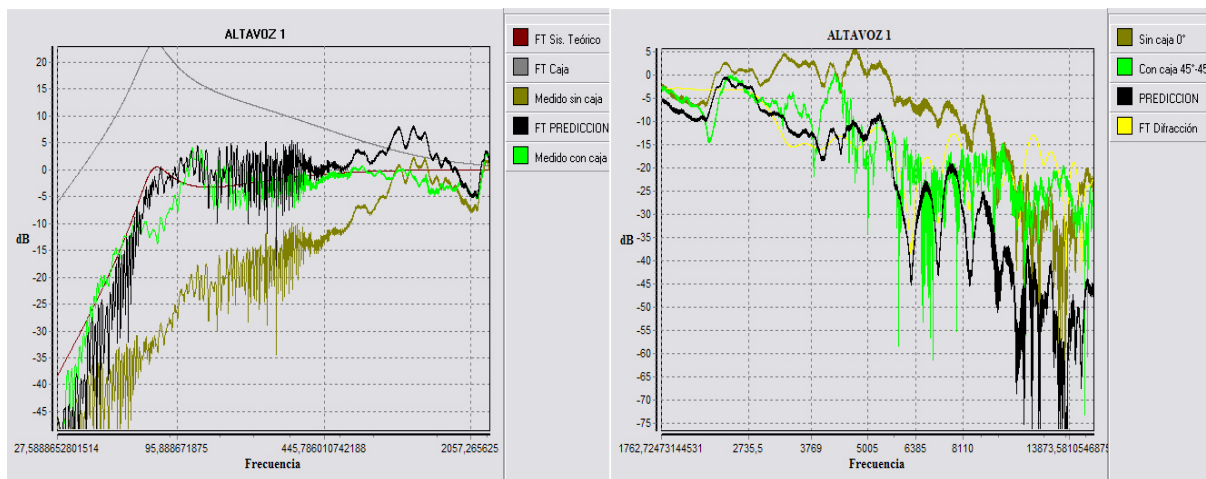


Figura 3. Medición y modelación del Altavoz 1.

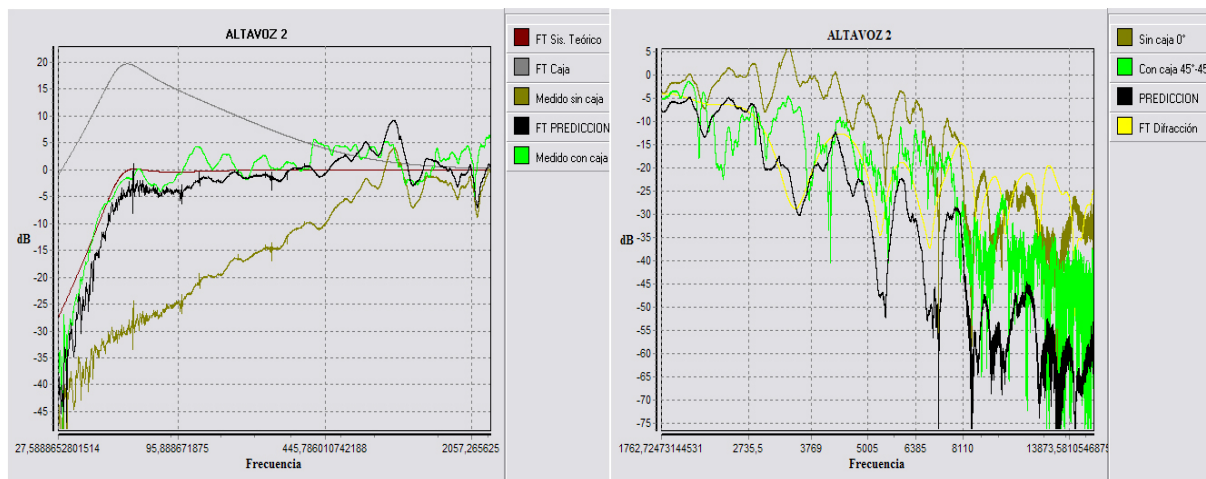


Figura 4. Medición y modelación del Altavoz 2.

En los tres casos, dentro del rango de frecuencias bajas, la modelación presenta un patrón muy similar al comportamiento del sistema completo. En el caso del altavoz 3, la modelación de las frecuencias medias-bajas y medias no presenta una buena aproximación, sin embargo, la comparación de ambas curvas sigue siendo parecida, en especial en el rango de principal interés, el de bajas frecuencias. Para el rango de frecuencias altas, la modelación realizada presenta una relativa concordancia con el sistema medido. En el caso de la figura 4,

la aproximación es bastante buena, presentándose una buena correlación entre la curva modelada (línea negra) y la curva medida (línea verde). En la figura 3 se observa que la modelación pierde relación en altas frecuencias, mientras que en la figura 5 la modelación presenta una mala representación en el rango de frecuencias medias-altas.

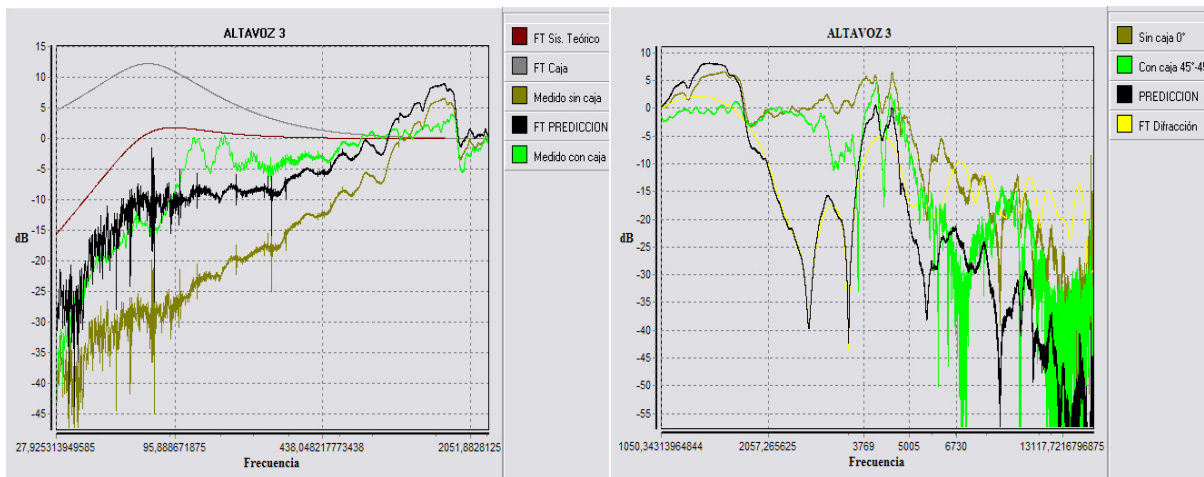


Figura 5. Medición y modelación del Altavoz 3.

Una vez obtenida la modelación, a través de la ecuación (10), se pudo auralizar distintas secuencias temporales, calculando previamente la respuesta impulsiva del sistema altavoz-caja. El valor N de las FFT fue de 262144 puntos, y se trabajó con una frecuencia de muestreo de 44100 Hz y una resolución de 16 bits. El proceso de convolución aplicado fue el método de solapamiento-almacenamiento, que utiliza convoluciones circulares recursivas solapándose para obtener el mismo resultado de la convolución lineal. En la figura 6 se puede observar la respuesta impulsiva del sistema modelado del Altavoz 1.

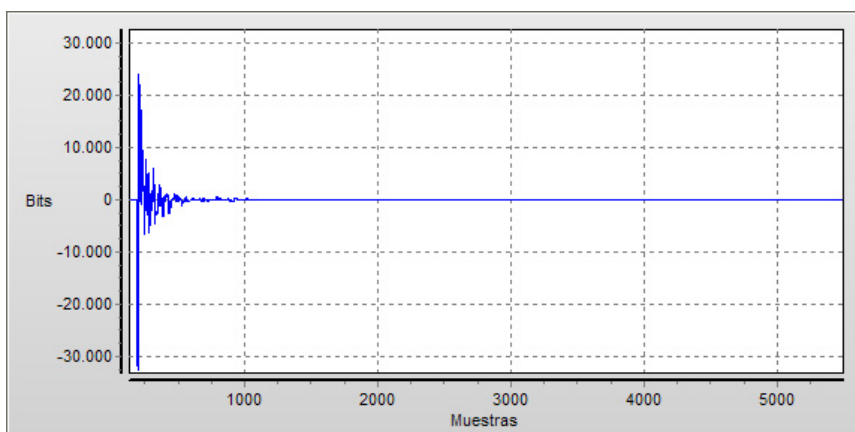


Figura 6. Respuesta Impulsiva de la función de transferencia modelada del Altavoz 1.

5 Conclusiones

Las modelaciones obtenidas y auralizadas con distintos fragmentos musicales, dieron una buena referencia del comportamiento del sistema altavoz-caja, mostrando una buena aproximación de modelo presentado en este trabajo. En lo referido al procedimiento de medición, se pudo observar dos aspectos importantes. El primero está referido a las condiciones para medir respuesta de frecuencias de sistemas de altavoces; por diversos factores, la medición no está estandarizada, por lo tanto se complica la generalización del modelo presentado. En caso de que se mida la respuesta del altavoz en una pantalla infinita, o bajo otras circunstancias, los resultados podrían variar notablemente, en especial referido al valor $\beta(r)$. También es importante notar, que la frecuencia de resonancia teórica del altavoz propuesta, varía levemente con respecto a la frecuencia medida, por lo que esta debería ser considerada y estudiada en nuevas investigaciones. El segundo aspecto está relacionado al modelo propuesto de Q_{TSA} , ya que este valor es obtenido empíricamente. Actualmente, este mismo equipo de trabajo se encuentra buscando una aproximación matemática de la función de transferencia del altavoz al aire libre, esperando poder presentar un trabajo del mismo en un futuro.

Para la modelación de la difracción en los bordes se utilizó 37 fuentes puntuales demandando un cálculo computacional de aproximadamente 20 minutos, incluyendo el cálculo de la modelación de la caja para un rango de frecuencias de 20 Hz a 16 KHz. Esto muestra la complejidad matemática de los modelos de difracción y por ende de difícil modelación. Si bien el modelo utilizado no mostró una buena aproximación gráfica, en términos auditivos, los resultados fueron muy satisfactorios.

Por otra parte, considerar la implementación de un filtro inverso del sistema de altavoces por los cuales se escuchará la auralización, aportaría positivamente; esto con el fin de no colorear la señal modelada, obteniéndose una representación más fiel aún.

Referencias

- [1] Backman, Juha (1989). "Computation of Diffraction for Loudspeaker Enclosures". Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 37, 353-362.
- [2] Bews, R.M.; Hawksford, M.J. (1986). "Application of the Geometric Theory of Diffraction (GTD) to Diffraction at the Edges of Loudspeaker Baffles". Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 34, 771-779.
- [3] Dickason, Vance (1997). "The Loudspeaker Design Cookbook". Audio Amateur Press, Peterborough, USA.
- [4] Gómez, Juan José (1999). "Sistemas de Altavoces de Radiación Directa". Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España.
- [5] Keele, D.B. (1974). "Low-Frequency Loudspeaker Assessment by Nearfield Sound-Pressure Measurement". An Anthology of Articles on Loudspeakers from the Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 1, 344-352.
- [6] Müller, Swen; Massarani, Paulo (2001). "Transfer-Function Measurement with Sweeps". Publicación AES, Prentice Hall, Madrid, España.
- [7] Oppenheim, Alan; Schaffer, Ronald (2000). "Tratamiento de Señales en Tiempo Discreto". Prentice Hall, Madrid, España.
- [8] Phillips, Alan S. (2004). "Measuring the True Acoustical Response of Loudspeakers". SAE International, 2004 SAE World Congress, 2004-01-1694.
- [9] Romero, Maximiliano; Saldías, Ricardo (1996). "Software para el Análisis de Sistemas de Altavoces de Radiación Directa, Caja Cerrada y Reflector de Bajos". Universidad Tecnológica Vicente Pérez Rosales, Santiago, Chile.

- [10] Small, Richard (1972). "Simplified Loudspeaker Measurements at Low Frequencies". An Anthology of Articles on Loudspeakers from the Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 1, 252-257.
- [11] Small, Richard (1972). "Direct-Radiator Loudspeaker System Analysis". An Anthology of Articles on Loudspeakers from the Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 1, 271-283.
- [12] Small, Richard (1972). "Closed-Box Loudspeaker System Part I: Analysis". An Anthology of Articles on Loudspeakers from the Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 1, 285-295.
- [13] Small, Richard (1973). "Closed-Box Loudspeaker System Part II: Synthesis". An Anthology of Articles on Loudspeakers from the Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 1, 296-303.
- [14] Small, Richard (1973). "Vented-Box Loudspeaker System Part I: Small Signal Analysis". An Anthology of Articles on Loudspeakers from the Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 1, 316-325.
- [15] Small, Richard (1973). "Vented-Box Loudspeaker System Part II: Large Signal Analysis". An Anthology of Articles on Loudspeakers from the Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 1, 326-332.
- [16] Small, Richard (1973). "Vented-Box Loudspeaker System Part III: Synthesis". An Anthology of Articles on Loudspeakers from the Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 1, 333-338.
- [17] Small, Richard (1973). "Vented-Box Loudspeaker System Part IV: Appendices". An Anthology of Articles on Loudspeakers from the Journal of the Audio Engineering Society, Volumen 1, 339-343.
- [18] Tohyama, Mikio; Koike, Tsunehiko (1998). "Fundamentals of Acoustic Signal Processing". Academic Press, Tokyo, Japón.