



VI Congreso Iberoamericano de Acústica - FIA 2008  
Buenos Aires, 5, 6 y 7 de noviembre de 2008

FIA2008- A213

## **Modelo matemático del eco generado en la escalinata de la pirámide de Kukulcan basado en la dispersión- difracción del sonido en superficies periódicas**

Jorge Antonio Cruz Calleja <sup>(a)</sup>,

(a) Laboratorio de Acústica, Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica UC, Av. Santa Ana No. 1000 Col San Francisco Culhuacan, México D.F.

### **Abstract**

In front of Kukulcan's Pyramid in Chichen Itza, when an impulsive sound in front of its staircase is emitted, the echo generated does not correspond exactly to the sound of the original impulse, the produced sound is similar to a chirp. Various mathematical models have been proposed to explain the mentioned phenomenon, having some bigger reaches than other ones and few of them validated with reality. In this work is exposed a mathematical model various experimental works accomplished by the author, based at the theory of the diffraction - dispersion of the sound, which allows explain completely the produced effect in front of stairs of Kukulcan's pyramid. The model has been established using the physical principles of the phenomenon and it has been validated using measurements in situ.

### **Resumen**

Frente a la Pirámide de Kukulcan en Chichen Itzá, cuando se emite un sonido impulsivo frente a una de sus escalinatas, el eco generado no corresponde exactamente al sonido del impulso original, sino que se produce un sonido parecido a un chirrido. Diversos modelos matemáticos se han planteado para explicar dicho fenómeno, teniendo unos mayores alcances que otros y pocos de ellos validados con la realidad. En éste trabajo se expone un modelo matemático resultado de diversos trabajos experimentales realizados por el autor, basado en la teoría de la difracción- dispersión del sonido, el cual permite explicar en su totalidad el efecto producido (eco en forma de chirrido) frente a la escalinata de la pirámide de Kukulcan. El modelo ha sido establecido con base en los principios físicos del fenómeno y ha sido validado utilizando mediciones in situ.

## 1 Introducción

El efecto producido al generar un sonido impulsivo frente a la escalinata de la pirámide de Kukulcan en Chichen Itzá es bien conocido. También es conocido que el fenómeno se presenta en otros sitios precolombinos, como Teotihuacán, Uxmal y Mayapan, de hecho como será demostrado y era de esperarse se presenta en la mayoría de los templos con escalinatas, de manera más o menos pronunciada y que por lo tanto es difícil afirmar que tal fenómeno haya sido diseñado a propósito por los constructores de la pirámide, o que simplemente sea un hecho casual. Obviamente el eco causado por cada una de estas pirámides estrictamente diferente en su contenido en frecuencias debido a que el tamaño de sus escalones es diferente en cada una de ellas. Este hecho es conocido desde hace tiempo haciéndose muy popular en el año de 1994 debido a un foro en Internet llamado “Mayan Ruins and Unexplained Acoustics” en el que Wayne Van Kirk reportó una serie de fenómenos acústicos en sitios arqueológicos Mayas. En el foro ya se daban indicios de las causas del fenómeno, por ejemplo se puede leer: “many phenomena are probably easy explained (flutter echoes, pitch changes from time delay reflections of the steps)” comentario escrito por Arno S. Bomer.

Dicho fenómeno llamó la atención de varios científicos en el mundo; el californiano David Lubman, llegó a la conclusión de que el eco era generado por difracción de Bragg de las ondas sonoras. Esta afirmación ya había sido descrita en el foro “Mayan Ruins and Unexplained Acoustics” anticipadamente. David Lubman concluyó que las líneas de difracción podían observarse en el espectro del eco generado.

Frans A. Bilsen plantea que dicho efecto fue observado por el científico Alemán Christian Huygens en el castillo de Chantilli en Francia en el siglo XI, aunque evidentemente no se dio en aquel entonces una formulación matemática al evento pero se dio una explicación bastante convincente y acertada. Otros científicos, como Athanasius Kircher el cual plasma en su libro “Neue Hall und Tonkunst, Nordinglen, 1684” diversos tipos de reflexiones en estructuras solidas entre las que se encuentran algunas de carácter periódico lo cual indica que probablemente algunos efectos sonoros causados por las mismas fueron conocidos ya en el siglo XVI. ¿Pudo ser este fenómeno un efecto intencional? No sabemos con certeza lo que sí es muy probable es que el efecto haya sido conocido por los diseñadores de la pirámide pero no así concebido.

Posteriormente otros científicos han planteado diversas teorías para explicar el fenómeno.

El efecto y su intencionalidad han sido ligados por David Lubman con el canto del Quetzal, pero aun quedan dudas planteadas por Arqueólogos y otros autores. En este artículo son presentadas diversas pruebas que permitirían romper con esta aseveración.

## 2 Los Modelos matemáticos existentes

### 2.1 El modelo de Lubman

En el año de 1998 el californiano David Lubman llegó a la conclusión de que el eco era generado por difracción de Bragg de las ondas sonoras. Esta afirmación como vimos anteriormente ya había sido descrita en el foro “Mayan Ruins and Unexplained Acoustics” anticipadamente. David Lubman concluyó que las líneas de difracción podían observarse en el espectro del eco generado. Los planteamientos iniciales de Lubman solo permiten calcular ciertas frecuencias que no corresponden con las reales y no expone el modelo matemático completo que permita calcular las curvas de difracción.

## 2.2 Los Trabajos de Beristáin

En el año del 2002 Sergio Beristáin y otros realizaron un estudio acerca del eco generado en el templo de Quetzalcoatl en Teotihuacán. Aunque no se presenta un modelo matemático del fenómeno en dicho estudio Beristáin ya había encontrado la relación existente entre el cambio de frecuencia observado en el eco proveniente una estructura periódica (la escalinata de la pirámide de Quetzalcoatl en Teotihuacán) y el incremento entre la distancia recorrida por los rayos reflejados ( $\sum \Delta dr = \Delta \lambda$ ) al cual llamó “corrimiento escalonado”. Además ligo esta variación con el cambio de frecuencia presente en las curvas de difracción del eco. De hecho, este modelo es muy similar al de Bilsen pero prácticamente se adelanto a este aunque no llego a calcular las frecuencias presentes en el eco.

## 2.3 El modelo de Declercq

Posteriormente en el año de 2005, el científico Belga Nico Declercq realizó un análisis y simulación matemática más complicado, basado en la teoría de difracción de una onda plana no homogénea monofrecuencial de Claeys. El modelo permite calcular completamente las curvas de difracción del eco generado, además de simular el mismo. Las frecuencias calculadas con el modelo coinciden claramente con las del eco real pero su variación se realiza en menor tiempo que en el eco real. Este análisis aporoto nueva información acerca del fenómeno; algunas nuevas hipótesis generadas eran la dependencia del eco generado con el tipo de fuente sonora utilizada para generarlo y la influencia de la señal reflejada en el suelo frente a la escalinata. Las frecuencias calculadas varían correctamente con la distancia a la que se emite el impulso.

## 2.4 El modelo RP de Bilsen

En Mayo del 2006 Frans. A Bilsen propuso un modelo alterno basado en la teoría de “Corrimiento de la repetición del tono”, este modelo permite calcular las curvas de difracción en función de las dimensiones de los escalones, aunque los resultados tienen una pequeña variación por no haber tomado en cuenta la reflexión debida al primer escalón de la escalinata. El modelo se encuentra limitado al no tomar en cuenta otros factores como las reflexiones en el suelo y la constitución del material.

## 2.5 Modelo por el método de elementos finitos

En el año del 2007, un modelo basado en el Método de Elementos Finitos usando FEMLAB, fue presentado por Pablo Padilla y Alejandro Ramos de la Universidad Nacional Autónoma de México. El modelo permite simular el efecto, pero no brinda una explicación acerca de la generación del eco y mucho menos puede entregar cálculos del contenido frecuencial ni de otros parámetros del mismo. Las imágenes de la simulación muestran que parece tener graves errores, pues según se indica en un fotograma han transcurrido 0.9 segundos y la onda sonora generada por una fuente sonora a 15 metros no ha terminado de recorrer la escalinata, lo cual es inconsistente con las mediciones in situ y otras simulaciones.

## 2.6 El modelo de Tsingos

También en el año del 2007 N. Tsingos, C. Dachsbache y otros, adaptaron un modelo geométrico a la pirámide de Kukulcan, usando técnicas geométricas de trazado de rayos y haces sonoros basadas en la integración de superficie y la aproximación de Kirchhoff. El modelo no explica en si el fenómeno, sino que permite auralizar el sonido de manera muy similar a como se escucharía en la realidad a causa de las reflexiones generadas en su

superficie, es decir, cuando se introduce a su entrada una grabación real de un aplauso en el lugar. Analizando el sonido generado es posible corroborar la formación de curvas de difracción y las frecuencias presentes en el eco. El sonido generado por este modelo es muy cercano al del eco real y tal vez es la mejor auralización del efecto hasta entonces.

## **2.7 El modelo de Convolución – Dispersión de Lubman**

En el año de 2008 Lubman presento un modelo del eco generado basado en la teoría de convolución dispersión del sonido. Este modelo es capaz de auralizar el eco de la pirámide aunque el resultado es un diferente al sonido real pues al no tomar en cuenta los límites para la dispersión difracción sonora causados por el tamaño de los escalones, la auralización del eco contiene altas frecuencias que no existen en el eco real. La auralización por medio de este modelo no es mejor que la realizada por Tsingos. Además al no tomar en cuenta que la función de impulso del eco es función de la distancia,

## **3 El modelo propuesto “RP Dispersión – Difracción”**

En el año de 2008 fue presentado por el autor un artículo en Paris2008 (Francia), en que se analizan los principios físicos y las condiciones que influyen en la formación del eco generado en la pirámide de Kukulcan, el cual se analiza a continuación. El modelo es resultado de numerosos experimentos in situ llevados a cabo desde hace tres años y de diversas consideraciones y planteamientos teóricos.

Los diversos modelos propuestos no satisfacen al cien por ciento las características reales del eco generado en la pirámide de Kukulcan y como se ha mencionado anteriormente y diversos autores han afirmado que un modelo de rayos o de ondas planas no podría explicar totalmente el fenómeno, lo cual es equivoco.

### **3.1.1 Principios físicos del fenómeno**

El modelo propuesto se basa en la teoría de la “Corrimiento de Repetición del Tono” de Bilsen que estrictamente hablando es un modelo de interferencia constructiva- destructiva.

El eco generado al frente de la escalinata de la pirámide de Kukulcan, debido a que en este caso el impulso choca y se ve reflejado por una superficie periódica la cual provoca que el sonido arribe con retrasos de tiempo diferentes. La primera reflexión se deberá al primer escalón de la escalera, y las ultimas debido a los escalones superiores.

El arribo de una onda sonora debido a dos escalones contiguos provoca interferencia de las ondas sonoras debido a que se reflejan en la escalinata y tienen un desfaseamiento en el tiempo, por lo que para ciertas frecuencias la señal se verá reforzada y para otras cancelada. Como la diferencia de trayectoria varía, pues cada vez la onda viaja en un ángulo diferente, la frecuencia reforzada es diferente para cada retraso en tiempo, siendo esta cada vez más pequeña, proporcionalmente a la diferencia de distancia entre las trayectoria. Esto explica porque solo se refuerzan ciertas frecuencias comportándose la escalinata como un filtro acústico y porque se forman las curvas de difracción.

### **3.1.2 Planteamiento del modelo RP Dispersión - Difracción**

Declercq indica las posibles trayectorias que puede recorrer el sonido para ser recibidas por el observador en la posición indicada en la figura.

1. El sonido que viaja directamente a la pirámide y es recibido directamente.
2. El sonido que viaja directamente a la pirámide y es recibida después de haberse reflejado en el suelo.

3. El sonido que se refleja en el suelo antes de viajar a la pirámide y que es recibido directamente.

4. El sonido que ha sido reflejado en el suelo antes de viajar a la pirámide y que es recibido después de haberse reflejado en el mismo.

Usando la teoría de repetición del tono, en la ecuación permite calcular las trayectorias de los rayos  $S(n)$  provenientes de la escalinata para la consideración número 1.



**Figura 1.** Posibles trayectorias para una onda sonora que llega a la pirámide y es reflejada por la escalinata.

La distancia de la fuente sonora a la escalinata es  $d$  y su altura  $h$ . La expresión que permite calcular la trayectoria  $S(n)$  para un escalón con altura y anchura diferentes la expresión será:

$$S(n) = \sqrt{(d + (n \cdot q_x))^2 + (((n + 1) \cdot q_y) - h)^2} \tag{1}$$

Donde

$q_x$ = Ancho del escalón

$q_y$ = Alto del escalón

Siendo  $n$  el número de escalón, y su valor inicial cero.

La ecuación matemática que permite calcular las frecuencias presentes en dicho corrimiento se deduce de la siguiente forma.

El incremento en distancia entre trayectorias de dos reflexiones sucesivas está dada por:

$$\Delta S(n) = S(n + 1) - S(n) \tag{2}$$

El incremento en distancia es igual a la longitud de onda reforzada para una reflexión dada.

$$\Delta S(n) = \lambda(n)$$

El tiempo que tardaría una onda en recorrer este incremento de distancia está dado por:

$$T = \frac{\lambda}{c} \quad \tau(n) = \frac{\Delta S(n)}{c} \tag{3}$$

El incremento en distancia no es constante, debido al aumento progresivo de la pendiente de las trayectorias, por lo que la diferencia entre dos incrementos de distancia sucesivos está dado por:

$$\angle S(n) = \Delta_{n+1} S(n) - \Delta_n S(n) \tag{4}$$

La suma de estos incrementos es igual a la variación total de la longitud de onda y está dado por:

$$\sum \angle S(n) = \Delta\lambda \quad \therefore \Delta\lambda = \frac{c}{f_f} - \frac{c}{f_i} = \lambda_f - \lambda_i \quad \therefore \Delta f = f_f - f_i$$

Para calcular la frecuencia  $f(n)$  usamos el siguiente procedimiento:

$$c = \frac{\lambda}{T} \quad T = \frac{\lambda}{c} \quad \therefore f = \frac{c}{\lambda}$$

y

$$f(n) = \frac{c}{\Delta S(n)} \quad \therefore f(n) = \frac{c}{2S(n+1) - 2S(n)} \quad (5)$$

La expresión final que permite calcular la frecuencia para un escalón n es:

$$f(n) = m \cdot \frac{c}{2 \cdot \left[ \sqrt{(d + ((n+1) \cdot q))^2 + ((n+2) \cdot q) - h)^2} - \sqrt{(d + (n \cdot q))^2 + ((n+1) \cdot q) - h)^2} \right]} \quad (6)$$

En donde m es el número de armónico.

### 3.1.3 Expansión del modelo en 3D

Podemos expandir la teoría a tres dimensiones agregando el posible desplazamiento del rayo sonoro a lo largo de la escalinata (eje z). La expresión que permite calcular las trayectorias para los rayos sonoros es:

$$S(n) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \therefore S(n) = \sqrt{(d + (n \cdot q_x))^2 + (((n+1) \cdot q_y) - h)^2 + z^2} \quad (7)$$

Los valores de z están limitados por el ancho de la escalinata (9m) y van de 0 a 4.5 y de 0 a -4.5, tomando como valor cero el punto central de la misma. La variación de S(n) en función de z para el caso de la pirámide de Kukulcan es pequeña, por lo que la variación de f(n) también lo debe ser.

Las curvas de difracción para los diferentes valores de "z" se presentan muy próximas a las del valor central (z=0). Esto podría explicarse por que las curvas presentes en los sonogramas del sonido real no se presentan como líneas delgadas si no que tienen un grosor determinado, pues las curvas de difracción para los posibles valores de z están presentes en el.

### 3.1.4 Parámetros involucrados

Para modelar el fenómeno tenemos que estudiar los diferentes parámetros que afectan al eco, y que modifican ciertas características de él como su duración, su contenido en frecuencias,

### 3.1.5 La posición de la fuente sonora

El eco resultante del proceso de difracción es función de la distancia y altura a la que se emite el impulso. La posición de la fuente sonora influye en las trayectorias S(n) y por tanto en las frecuencias de difracción. A distancias muy cercanas a la escalinata el incremento de  $\Delta S(n)$  tiende a cero muy rápidamente, por lo que la difracción de las ondas sonoras es poco perceptible. Cuando la distancia de la fuente sonora a la escalinata es grande, el incremento de  $\Delta S(n)$  tiende a cero lentamente y el cambio de f(n) se realiza de una manera suave; la difracción de las ondas sonoras es claramente apreciable.

La altura de la fuente también esta involucrada en la formación del eco modificando la trayectoria recorrida por las ondas sonoras; cuando la altura de la fuente sonora se incrementa, las trayectorias de los rayos sonoros para los escalones inferiores se incrementan, y para los superiores disminuyen. Esto se ve reflejado en las curvas de difracción de tal modo que los valores iniciales de  $f(n)$  se incrementan.

### 3.1.6 La influencia del suelo

En 2.8.2. fueron establecidas las posibles trayectorias para las ondas sonoras recibidas en la posición del receptor. En esta sección analizaremos las trayectorias para los puntos los puntos 2,3 y 4. El suelo frente a la escalinata permite que una parte de la señal sonora que se dirige hacia el, sea reflejada a la escalinata. El ángulo  $\theta_r$  que permitiría que un rayo reflejado en el suelo se dirija al último escalón de la escalinata se puede calcular con la siguiente expresión:

$$\theta_r = \arctan \frac{(H + h)}{(D + d)} \tag{8}$$

Para ángulos menores a  $\theta_r$  la onda sonora es reflejada en dirección a la escalinata.

$$x_1 = \frac{h}{\tan \theta_r} \tag{9}$$

La trayectoria recorrida por un rayo reflejado en el suelo y cuya reflexión se dirige a un escalón “n” esta dada por:

$$S_r(n) = \frac{x}{\cos \theta_r} \tag{10}$$

y para una reflexión dada

$$\theta_r = \arctan \frac{((n + 1) \cdot q) + h}{(n \cdot q) + d} \tag{11}$$

Entonces

$$S_r(n) = \frac{(n \cdot q) + d}{\cos \left[ \arctan \frac{((n + 1) \cdot q) + h}{(n \cdot q) + d} \right]} \tag{12}$$

Para calcular las trayectorias que cumplen las condiciones del punto 2 y 3 tenemos que:

$$f(n) = m \cdot \frac{c}{\left[ \frac{((n + 1) \cdot q) + d}{\cos \left[ \arctan \frac{((n + 2) \cdot q) + h}{(n \cdot q) + d} \right]} + \frac{((n + 1) \cdot q) + d}{\cos \left( \arctan \frac{((n + 2) \cdot q) - h}{(n \cdot q) + d} \right)} \right] + \left[ \frac{(n \cdot q) + d}{\cos \left[ \arctan \frac{((n + 1) \cdot q) + h}{(n \cdot q) + d} \right]} + \frac{(n \cdot q) + d}{\cos \left( \arctan \frac{((n + 1) \cdot q) - h}{(n \cdot q) + d} \right)} \right]} \tag{13}$$

Y para las condiciones establecidas en el punto 4:

$$f(n) = m \cdot \frac{c}{2 \left[ \frac{((n+1) \cdot q) + d}{\cos\left(\arctan\frac{((n+2) \cdot q) + h}{((n+1) \cdot q) + d}\right)} - \frac{(n \cdot q) + d}{\cos\left(\arctan\frac{((n+1) \cdot q) + h}{(n \cdot q) + d}\right)} \right]} \tag{14}$$

### 3.1.7 Dependencia con la fuente sonora

Por lo general la forma de excitación utilizada para la formación del eco es batiendo las palmas de las manos, la utilización de otro tipo de fuentes permite demostrar que el eco generado tiene una fuerte dependencia con el sonido que lo provoca, por lo que el eco generado por otro tipo de fuentes difiere en su contenido en frecuencia.

## 4 Características del impulso

El impulso usado para generar el eco debe tener una duración menor a  $2d/c$ , en donde  $d$  es la distancia de la fuente al primer escalón and  $c$  es la velocidad del sonido. Estas condiciones previenen la interacción entre la onda incidente y la onda refleja si el sonido es mayo o continuo se presentara un filtro de peine.

## 5 Los limites de difracción – dispersión

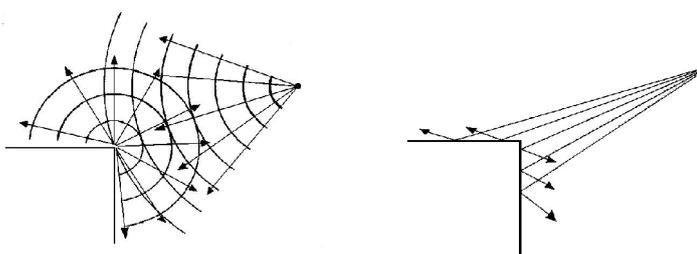
Estos están dados por las características dimensionales de la superficie periódica.

El eco generado es causa de la combinación de los fenómenos de difracción, dispersión y reflexión del sonido.

$$\text{Limites de difracción dispersión} \begin{cases} \text{Ondas difractadas} \left( \frac{2c}{q} \geq f_d \geq \frac{c}{2D} \right) \\ \text{Reflexiones especulares} \left( f_s > \frac{2c}{q} \right) \end{cases} \tag{15}$$

$$\tag{16}$$

En donde  $q$  es la periodicidad de la estructura y  $D$  la distancia entre el centro de dos escalones.



**Figura 2.** Posibles trayectorias para una onda sonora que llega a la pirámide y es reflejada por la escalinata.

**Tabla 1.** Frecuencias limite para la difracción - dispersión

$\frac{2c}{q}$	$\geq f_d \geq$	$\frac{c}{2D}$	q(m)	D(m)
2608.36Hz	Chichen Itzá	461.09 Hz	0.263	0.3719
2302.01Hz	Teotihuacán	406.94Hz	0.298	0.4214

La dispersión del sonido es entonces posible en el sentido vertical de la escalinata, no siendo posible a lo largo de la escalinata es decir en el sentido horizontal.

### 6 Características del medio

La humedad y temperatura tiene influencia en la velocidad del sonido. El aire húmedo de Yucatán tiene una densidad de  $\rho=1.1466 \text{ kg/m}^3$  y la velocidad del sonido fue tomada como  $c=343 \text{ m/s}$  [1]. En los cálculos realizados se tomaron datos aunque deben ser verificados en el sitio.

### 7 Absorción sonora

La absorción de la onda sonora se debe principalmente a los factores de atenuación por distancia, absorción debido al aire, la absorción del material que conforma la escalinata y la absorción aparente debida a la dispersión de la onda sonora en la superficie periódica.

La absorción total de la onda sonora estará dada por:

$$A_T = A_D + A_A + A_d + A_m \tag{17}$$

$A_D$ =Absorción por distancia

$A_A$ =Absorción debida al aire

$A_d$ =Absorción aparente por difracción

$A_m$ = Absorción debida al material de la escalinata

### 8 Periodicidad de la estructura

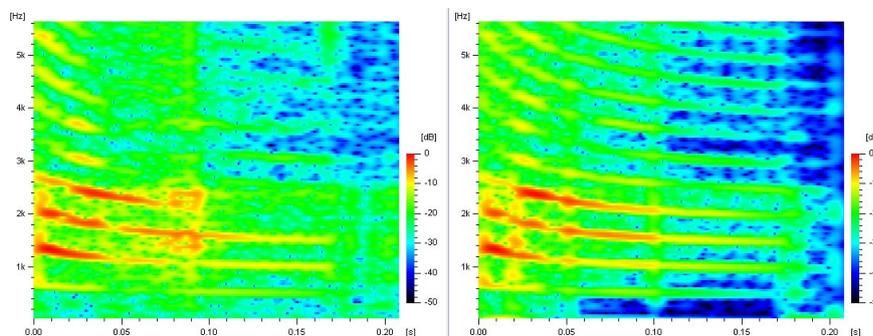
El número de escalones afecta la longitud del eco la cual esta dada por:

$$D_e = D_i + \sum \angle S(n) \tag{18}$$

En donde  $D_e$  es la duración total del eco y  $D_i$  es la duración del impulso usado para generarlo. De tal manera una escalinata de menor número de escalones que la pirámide de Kukulcan generara un eco más corto y si tiene más un eco de mayor longitud.

### 9 Resultados

El eco generado por el modelo es muy similar al obtenido por Tsingos presentando la misma duración y contenido en frecuencias; corresponde también con el eco real. Los límites de difracción pueden ser observados en los sonogramas. Los resultados teóricos fueron comparados con medidas experimentales para verificar la validez del modelo.



**Figura 2.** Sonogramas del eco obtenido con el modelo geométrico de Tsingos y con el modelo de J Cruz respectivamente

La ecuación (18) fue verificada midiendo la duración del eco a diferentes distancias y comparándola con los cálculos aportados por el modelo. Además se puede verificar este dato usando la simulación geométrica de Tsingos El efecto del suelo es más pronunciado para distancias cortas, así como el efecto causado por el ancho de la escalinata (eje Z).

**Tabla 2.** Mediciones y cálculos para el eco en la pirámide de Kukulcan

Valor medido		Valor calculado		h=1.5m
Tiempo de arribo	Longitud eco	Tiempo de arribo	Longitud eco	Distancia
0.029	0.152	0.029s	0.184	5m
0.057	0.179	0.058s	0.179	10m
0.348	0.156	0.349s	0.156	60m

## 10 Conclusiones

En el modelo propuesto se toma en cuenta los límites de difracción - dispersión para la difracción del sonido, la posición en donde se emite el impulso, las dimensiones de los escalones, el ancho de la escalinata, el suelo frente a la escalinata, etc.; rompe con la falsa idea que asume que un modelo basado en la teoría de rayos u ondas planas no puede modelar el fenómeno, además ha sido validado por medio de diversos experimentos in situ. En resumen, con el modelo propuesto se obtienen resultados más certeros que modelos más complejos, y aun que los modelos basados en convolución los cuales no toman en cuenta la dependencia del eco con la distancia y la altura a la que se emite el impulso así como tampoco consideran los límites de difracción propuestos por lo que los sonidos auralizados por dichos modelos presentan un excesivo contenido en altas frecuencias.

## Referencias

- Declercq Nico F. (2004). "A theoretical study of special acoustic effects caused by the staircase of the El Castillo pyramid at the Maya ruins of Chichen-Itza in Mexico". *Journal of the Acoustical Society of America*, 116, (6), 3328 -3335.
- Cruz C. Jorge A. (2007), "Acoustic phenomena in archaeological zones in Mexico", 19th International Congress on Acoustics, Madrid, España, 2-7 September.
- Cruz C. Jorge A. (2008), "Sound diffraction in periodic surfaces in ancient architectural structures", *Acoustics 2008*, Paris, Francia, 29 junio-4 Julio.
- Cruz C. Jorge A. (2008), "Fenómenos Acústicos en Chichen Itza", [www.acusticaweb.com](http://www.acusticaweb.com).
- Sergio Beristáin, Cecilia Coss, Gabriela Aquino, and Jose Negrete (2002), "Tonal response on the stairway of the main pyramid at La Ciudadela, Teotihuacan archaeological site", *Journal of the Acoustical Society of America*, 112, 2285.
- Frans A. Bilsen (2002). "Repetition Pitch glide from the step pyramid at Chichen Itza", *Journal of the Acoustical Society of America* 120,(2), 594 -596.
- Tsingos Nicolas, Lefebvre Sylvain; Dachsbacher Carsten; Dellepiane Matteo (2007) "Extending geometrical acoustics to highly detailed architectural environments", 19th International Congress on Acoustics, Madrid, España, 2-7 September.
- David Lubman: <http://www.ocasa.org/MayanPyramid.htm> ~site visited on 12/13/2007.
- David Lubman (2008) "Convolution- scattering model for staircase echoes at temple of Kukulcan", *Acoustics2008*, Paris, Francia, 29 Junio -4 Julio.
- Padilla Longoria Pablo (2006), "Arqueoacústica Maya", Septimo congreso Internacional de Mayistas, México.