

REPARACIÓN Y MEJORA DE LA RESPUESTA A TRANSITORIOS DE SISTEMAS MEDIANTE UN DESPLAZAMIENTO SUBROGADO

PACS: 43.20.Ye ; 43.40.At ; 43.40.Yq

David K. Anthony¹

Francisco Simón²

Instituto de Acústica (Consejo de Investigaciones Científicas)

C/ Serrano 144

28006 Madrid, Spain.

Tel: +34 91 561 8806

¹ E-mail: iaca344@ia.cetef.csic.es

² E-mail: psimon@ia.cetef.csic.es

Resumen

El uso de la repuesta al impulso es una técnica bastante utilizada para caracterizar sistemas SDOF, especialmente para medidas "in situ". Usar un martillo de impactos requiere destreza, y a pesar de ello la magnitud del impulso no es muy repetible. Además pueden ocurrir problemas como que la parte impulsiva de la aceleración medida quede recortada. Aquí, se resume una técnica que utiliza el desplazamiento subrogado para reconstruir el espectro de la respuesta lo suficiente como para medir los parámetros modales, e incluso para mejorar la calidad del espectro resultante. Se muestra como aplicar esta técnica a la respuesta de un sistema con comportamiento no-lineal, - función de la amplitud-, para detectar en qué momento el sistema se comporta linealmente.

Palabras-clave: ensayos de vibraciones, análisis modal, alto amortiguamiento

Abstract

The use of the impulse response in characterizing SDOF systems is common, especially so for in-situ measurements. The use of an impact hammer requires skill, but even still the magnitude of the impulse is no very repeatable, and because of this it is possible that the impulsive part of the acceleration signal could be truncated. Here, the technique of using the surrogate displacement is overviewed. It enables such signals to be repaired sufficient for the modal parameters to be estimated, and in general it can improve spectral quality. It is applied to a system with amplitude-related non-linear behaviour to detect from what point the system begins to acts linearly.

Keywords: vibration testing, modal analysis, heavy damping

1. Introducción

La caracterización de un sistema SDOF se puede realizar usando una excitación de forma continua y de banda ancha o usando una excitación impulsiva. De ésta, un método muy común es el uso de un martillo de impactos que tiene las ventajas de no requerir el coste ni el montaje de un shaker mecánico, además es más fácil realizar ensayos in situ. La respuesta del sistema se suele medir con un acelerómetro, especialmente para estos tipos de ensayo. El martillo puede ser un martillo especial que ofrece la señal de la fuerza aplicada. Esto facilitará el cálculo del espectro del sistema escalado correctamente, pero para la medida de los dos parámetros modales, la frecuencia natural (f_n) y el amortiguamiento viscoso (ζ), medir la excitación no es necesario si la duración del impulso es relativamente pequeña comparada con $1/f_n$.

Sin embargo el uso del martillo también tiene desventajas. Requiere un cierto nivel de destreza para evitar doble-impactos, y es difícil conseguir una repetibilidad entre impactos. Esto puede causar problemas en la adquisición de la señales. La ganancia de los canales del sistema de adquisición se ajuste por impactos de prueba antes de la medida adquirida. Hay que tomar cuidado de no saturar los canales, ni se quiere una señal ruidosa por estar muy conservador. Por eso, es posible que en la señal de la aceleración la parte impulsiva pueda ser truncada – algo que no siempre puede ser obvio. También, si el sistema tiene un comportamiento no-lineal que está relacionado con la amplitud de la oscilación, entonces la repetibilidad de la repuesta es difícil conseguir si la magnitud del impacto es difícil controlar. El ratio entre la magnitud máxima del impulso y la amplitud máxima de la parte oscilatoria se puede expresar como [1]

$$\frac{1}{\omega_n \varepsilon}, \quad (1)$$

donde ω_n es la frecuencia natural del sistema y ε es la duración del impulso. Así, para valores de ε pequeños en comparación con el periodo natural del sistema, como se requiere si la señal de la fuerza no está disponible, el factor puede ser importante.

Aquí, se presenta una técnica que facilita la reparación de señales truncadas en amplitud, que también se puede usar para mejorar la calidad de la señal aunque no esté dañada. Esta técnica ya ha sido publicada por los autores en Applied Acoustics [1] y aquí se amplia con una aplicación para detectar el punto desde el que un sistema tiene comportamiento no-lineal debido a su amplitud.

En este artículo las frecuencias se expresan en forma circular o angular y se entiende que con el mismo subíndice se representa la misma frecuencia.

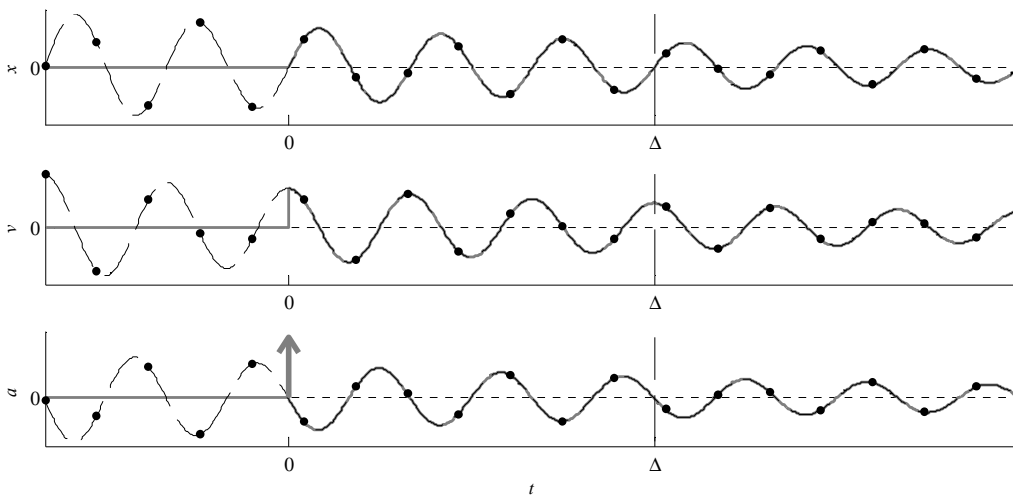


Figura 1. Las dos interpretaciones de la repuesta oscilatoria de un sistema SDOF en desplazamiento (x), velocidad (v) y aceleración (a). Clave: (—) sistema empezando a oscilar a $t = 0$ (\uparrow denota un impulso de Dirac delta); la oscilación existiendo en tiempo negativo (- -●- -).

2. Respuesta temporal de un sistema SDOF a una excitación impulsiva

La repuesta temporal de un sistema SDOF a una excitación impulsiva se suele describir en términos de desplazamiento como [2,3,4]

$$x_{imp}(t) = B e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_d t) \quad , \quad t \geq 0, \quad (2)$$

donde B y ω_d (la frecuencia amortiguada del sistema) se definen

$$B = \frac{1}{m \omega_d} \quad , \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (3a,b)$$

Como se ha descrito en [1], la repuesta en (2) sólo está definida para tiempos positivos, y sólo si se interpreta asumiendo que la repuesta es debida a un impulso ideal en $t = 0$ (2) lo que no crea ambigüedad. En caso contrario, lo que se describe es una repuesta que existe en tiempo negativo cuando se ha aplicado una ventana temporal que es igual a cero para tiempo negativo. Las dos interpretaciones se muestran en la Figura 1. Se ve que la diferencia entre esas dos interpretaciones, es que en la aceleración hay un impulso que es responsable de arrancar el sistema del reposo. Esto es la base de la técnica descrita aquí.

La repuesta del sistema en le Figura 1 es obviamente ideal, en realidad el impulso tiene duración y amplitud finitas. En [1] se considera el sistema bajo excitación más real usando un impulso de forma rectangular. Ahora la velocidad arranca con un rampa lineal y el desplazamiento con una rampa cuadrática. En realidad la forma del impulso suele ser de forma de una campana asimétrica [5].

En la literatura se suele definir la repuesta en desplazamiento (2) por ser más conveniente. Para una impulso ideal (de tipo delta de Dirac) la función de la velocidad necesitaría una función escalón (Heaviside) y la función de la aceleración necesitaría un impulso ideal. Considerando el desplazamiento en $t = 0$, en el mismo instante en que se arranca a oscilar, (2) no permite reconocer el cambio de estado: no-oscila/oscila,. Se puede usar este hecho para definir una señal llamada “desplazamiento subrogado” (en inglés: *surrogate displacement*). La razón del término “subrogado” se puede entender mejor más adelante. La técnica se ilustra en la Figura 2. Tomando la repuesta en desplazamiento, con amplitud cero en $t = 0$, se traslada positivamente la repuesta en tiempo y se añaden delante dos puntos con valor cero. Ahora, derivando el desplazamiento en tiempo se puede reconstruir la velocidad primero y luego la aceleración. Éstas dos reconocen el arranque correcto del sistema, y la aceleración, además, contiene el impulso que corresponde a la oscilación subsiguiente. Para conseguir el espectro de la aceleración correctamente, el impulso tiene que corresponder con la oscilación siguiente. Además, su área es igual al gradiente inicial de la velocidad.

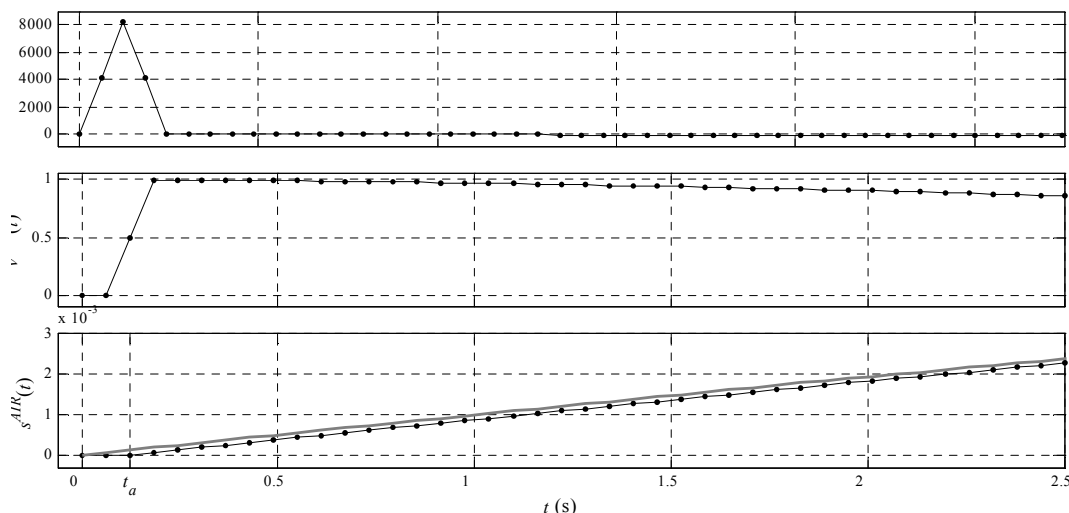


Figura 2. La generación de la respuesta de impulso artificial (AIR) durante los primeros instantes de la respuesta. Clave: desplazamiento original o señal subrogada (—), la señal trasladada y con la adición de muestras de valor cero (-●-), y las correspondientes historias de la velocidad y la aceleración.

Las señales en la Figura 2 han sido procesadas en MATLAB [6], y la derivación se ha llevado a cabo usando la función “gradient”. El valor de la derivada en cada punto se calcula mediante el gradiente entre los dos puntos cada lado de este punto. Esto genera un impulso

reconstruido con tres puntos de duración. Como este impulso es menor que un impulso real, la banda donde la señal representa el sistema es más ancha. Esto también mejora los espectros de la velocidad y del desplazamiento [1]. Como la señal de desplazamiento se ha trasladado en tiempo se provoca una distorsión en la fase de los espectros calculados. Para un impulso simétrico el punto medio con respecto a su duración debe estar alineado con el origen de tiempos, así que suele ser más conveniente corregir esto en el dominio de frecuencias mediante un vector complejo [5].

3. El desplazamiento subrogado (“surrogate displacement”)

Se pueden representar las respuestas temporales en desplazamiento, velocidad y aceleración por una señal generalizada, s , como

$$s_{\langle p \rangle}(t) = BC_{\langle p \rangle} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_d t + \psi_{\langle p \rangle}) \quad \text{donde} \quad C_{\langle p \rangle} = \begin{cases} 1 & : \langle p \rangle = x \\ \omega_n & : \langle p \rangle = v \\ \omega_n^2 & : \langle p \rangle = a \end{cases} \quad (4)$$

donde $\langle p \rangle$ representa el parámetro de respuesta. $\psi_x = 0$, así, la repuesta temporal de desplazamiento siempre empieza en $t=0$, incluso para un impulso real que tiene duración finita. Por esta razón, se construye la respuesta reparada o mejorada del desplazamiento. Se podría pensar que se puede construir artificialmente la repuesta de la velocidad haciendo un escalón en el valor máximo de la mitad del periodo, pero la fase de la velocidad sólo es 90° con respecto al desplazamiento estrictamente cuando $\zeta = 0$. Las fases para la velocidad (ψ_v) y aceleración (ψ_a) con referencia al desplazamiento pueden ser calculadas [1], y en la Figura 3 las muestra como función de ζ , y se ve que las fases aumentan casi linealmente con ζ . También se ve que ψ_a , hasta $\zeta = 0.7$, es casi el doble que la de ψ_v . Es decir, no se puede construir la respuesta de velocidad sin saber ζ de antemano. La construcción de la aceleración sería aun más difícil.

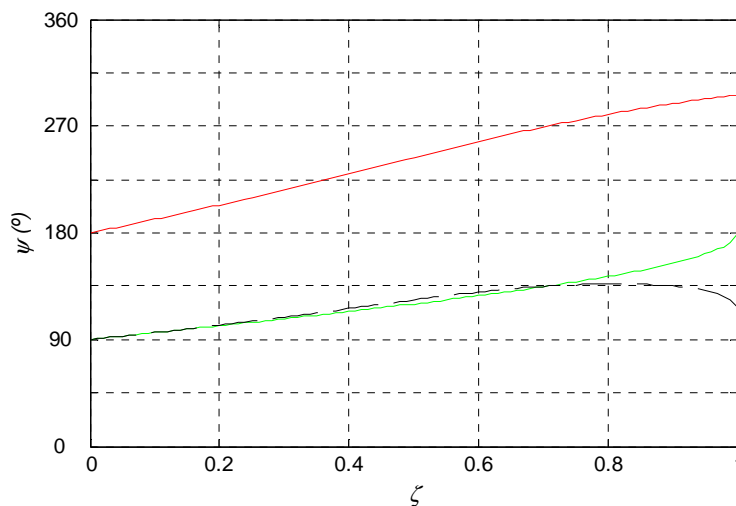


Figura 3. Fase de la velocidad (ψ_v , —) y de la aceleración (ψ_a , —) con respecto al desplazamiento como función de ζ para un sistema SDOF. También se muestra la diferencia, $\psi_a - \psi_v$, (- - -).

De (4) se ve que, salvo la escala de s , y $\psi_{\langle p \rangle}$, la repuesta en cada p tiene las mismas propiedades: una oscilación con ventana que disminuye exponencialmente. De este modo, si no se necesita un espectro correctamente escalado, (como por ejemplo para la medida de los dos parámetros modales considerados), se puede usar la respuesta temporal en cualquier parámetro para construir el desplazamiento “ideal”. Por esta razón, se llama desplazamiento

subrogado, porque se puede haber construido a partir de la velocidad o de la aceleración. Hay que usar la señal elegida a partir de un punto donde su valor sea cero.

Esto tiene ventajas porque muy a menudo la respuesta de un sistema se mide en aceleración, especialmente para medidas in situ. Y el convertir la señal en desplazamiento involucrará dos procesos de integración temporal, la cual amplificaría frecuencias muy bajas y también causaría problemas con los niveles de dc presentes en la señal debido al procesamiento de la cadena de su adquisición que no es perfecto.

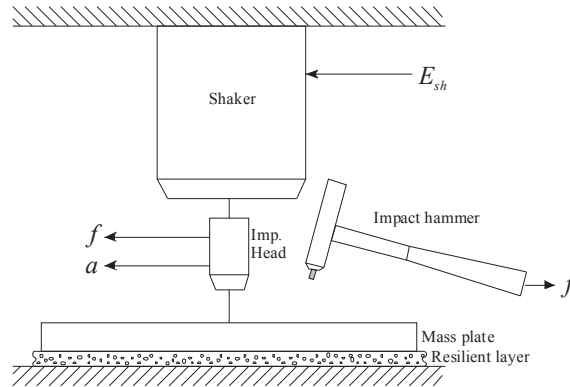


Figura 4. Sistema experimental con una masa rígida encima de una capa elástica. Aquí se excita la masa con el martillo aunque el shaker esté conectado.

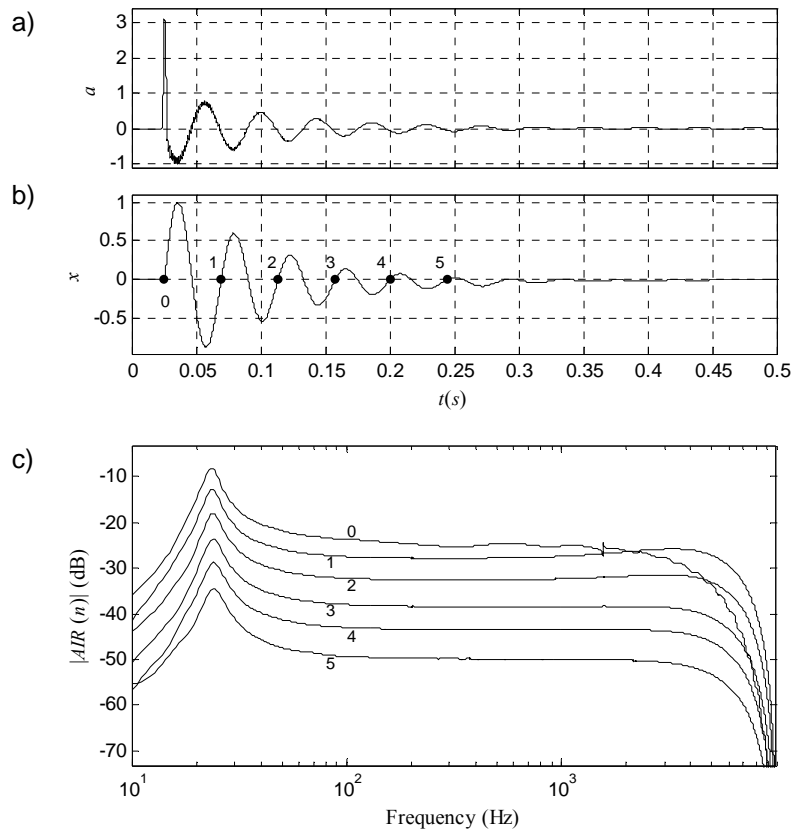


Figura 5. Detección de la parte lineal de la respuesta temporal: a) historia temporal de la aceleración, b) historia temporal del desplazamiento mostrando las índices (n) de los cruces de cero amplitud, y c) el espectro $AIR(n)$.

4. Aplicando el desplazamiento subrogado para detectar no-linealidades

En [1] se ha mostrado el uso del desplazamiento subrogado para mejorar el espectro de la respuesta de un sistema SDOF, y también para reparar la respuesta cuando el impulso en la respuesta de aceleración ha sido truncado. Aquí se muestra otro uso de esta técnica: cómo detectar el límite de comportamiento lineal de un sistema, cuando la no-linealidad es función de la amplitud de la oscilación. La Figura 4 muestra el sistema experimental que consiste de una masa de 4kg encima de una capa elástica (de espuma de forma célula-cerrada). La masa se puede excitar con martillo o con shaker (que no se necesita aquí aunque se dejó conectado). La aceleración de la masa se mide mediante una cabeza de impedancia.

La Figura 5 muestra la respuesta de aceleración de una medida, y el desplazamiento correspondiente. Esta señal está truncada en tiempo en los puntos indicados y trasladado hacia el origen temporal. Después se añade en la parte delantera de la señal dos muestras de valor cero y se generan la repuestas temporales de aceleración, como se mostró en la Figura 2. El espectro de aceleración se denota $AIR(n)$, donde n indica el punto de corte de la señal original. Se ve que naturalmente aparece una gráfica de tipo cascada (waterfall) porque como n aumenta la energía de la repuesta cada vez disminuye. Se ve que $AIR(0)$ está significativamente distorsionado respecto de la forma del espectro de aceleración esperado. $AIR(1)$ y $AIR(2)$ también muestran pequeñas distorsiones donde sus residuos a frecuencias por encima de la resonancia suben ligeramente. Sin embargo para $n > 4$ hay poco cambio aparente en el espectro, y como la amplitud de la señal disminuye con n , se puede decir que ahí se está comportando linealmente. En resumen, $AIR(4)$ es más representativo del sistema SDOF lineal que $AIR(0)$, aunque el espectro queda escalado.

Agradecimientos

El primer autor realizó este trabajo durante un Permiso de Estancia en el IA-CSIC. Este trabajo ha sido parcialmente apoyado por el proyecto del Ministerio de Fomento (C5/2006).

Referencias

- [1] Anthony DK, Simón F. Generating 'idealised' impulse response functions to improve or repair single degree of freedom system measurements. *Applied Acoustics* 2009; 70(4); 531-539.
- [2] Fahy FJ, Walker JG (Eds.). *Fundamentals of noise and vibration*. Great Britain: E & FN Spon, 1998.
- [3] Mierovitch L. *Fundamentals of vibrations*. Singapore:McGraw-Hill, 2001.
- [4] Ewins DJ. *Modal Testing: theory, practice and application*. Great Britain: Research Studies Press Ltd, 2000.
- [5] Anthony DK. Practical Improvements to real and imaginary spectral based modal parameter measurements of SDOF systems. *Applied Acoustics* 2009; 70(9); 1219-1225.
- [6] MATLAB 7.0. The MathWorks Inc., Natick, MA. <www.mathworks.com>