

HOMOGENEIZACIÓN DE UN RECUBRIMIENTO DE RESONADORES MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

Francisco Simón Hidalgo^{1}*
Marcos Chimeno Manguán²
Pedro Cobo Parra¹

¹ITEFI - CSIC, Madrid, España

²Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España

RESUMEN

Los resonadores son una herramienta útil para el acondicionamiento acústico y el control de ruido. Presentan una gran absorción del sonido en su banda de trabajo. En la actualidad se pueden conseguir anchos de banda de al menos una octava lo que ha ampliado su utilidad. Estos dispositivos son muy conocidos y han sido muy estudiados de forma que existen gran cantidad de modelos que permiten describir su comportamiento y prestaciones. Cuando se integran dentro de una estructura compleja y su rango de trabajo pertenece a las bajas frecuencias se necesita incluirlos en modelos de elementos finitos que permiten tener en cuenta la contribución de su respuesta en la global de la estructura. Dado el pequeño tamaño de estos elementos el modelo numérico de configuraciones en las que su uso es extensivo es muy grande y en consecuencia poco práctico o incluso impracticable. En este trabajo se describe un método que reduce el tamaño del modelo de un recubrimiento de resonadores mediante su homogeneización a un fluido isótropo de propiedades acústicas equivalentes. Se describe el método utilizado, se verifica mediante la comparación con la respuesta para onda incidente plana y después se aplica a un caso realista.

ABSTRACT

Resonators are a useful tool for acoustic conditioning and noise control. They present high sound absorption values in their working band. Currently, they can have bandwidths of at least one octave, which has expanded their usefulness. These devices are very well known and have been well studied so that there are a large number of models that allow describing their response and performances. When they are

integrated into a complex structure and their working range is in the low frequencies, they need to be included into finite element models that allow their response to be into the global response of the structure. Given the small size of these elements, the resulting numerical model is very large and consequently impractical or even unfeasible. This work describes a method that reduces the model size of a resonators array covering a plate structure by homogenization to an acoustically equivalent isotropic fluid. The method is described, verified by comparison with the response for plane incident wave and then applied to a realistic case.

Palabras Clave— resonador de Helmholtz, impedancia acústica, homogeneización.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de resonadores es una herramienta muy extendida dentro del acondicionamiento y control del ruido. Ofrecen una respuesta con una absorción muy alta lo que permite controlar con precisión el campo reflejado sobre una frontera o estructura. Cuando se utilizan de forma intensiva como recubrimientos de paredes presentan algunos inconvenientes desde el punto de su diseño y posterior caracterización mediante métodos de elementos finitos como puede ser la necesidad de realizar una discretización muy precisa lo que conduce a modelos extremadamente grandes que son difíciles de gestionar con tiempos de cálculo inasumibles.

Una forma de simplificar estos modelos es mediante homogeneización, entendiéndose por tal un procedimiento que consiste en la sustitución de un material heterogéneo por uno homogéneo equivalente. Este proceso es importante cuando se intenta, por ejemplo, estudiar propiedades de materiales

* *Autor de contacto:* f.simon@csic.es

Copyright: ©2023 Francisco Simón et al. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 3.0 Unported License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

con heterogeneidades ya que permite la simplificación de los modelos y la implementación de procedimientos de ingeniería. En acústica este proceso se utiliza ampliamente para el estudio de la propagación dentro de medios porosos como lanas, espumas o aglomerados granulares [1,2,3] en los que el material se sustituye por un fluido homogéneo equivalente. Éste es el principio en el que se apoya este trabajo. Un resonador tiene una estructura tal que no permite homogeneizar su interior pero lo que si permite es definir un fluido equivalente cuya impedancia superficial coincide con la impedancia de entrada al resonador, que es el parámetro necesario para su uso como acondicionador acústico.

El objetivo de este trabajo es la homogeneización de un array 2D de resonadores de Helmholtz a una capa de fluido de espesor dado para su uso como sustituto en los modelos de propagación acústica. Para ello se calcularán los parámetros del fluido equivalente mediante los resultados obtenidos de la simulación de ensayos de impedancia acústica superficial en tubo de impedancia. El método se validará mediante su aplicación a un material poroso de propiedades conocidas, después se aplicará a los resonadores objeto de estudio y por último se aplicará el resultado a la caracterización del campo acústico de una cavidad cilíndrica.

2. MÉTODO

Las propiedades que definen las características de propagación de fluido son su densidad, r , velocidad de propagación, c , módulo de compresibilidad, k , número de onda, k_c , e impedancia característica, Z_c . Estas propiedades no son independientes una de otras si no que están relacionadas de forma que es suficiente con determinar dos de ellas para conocer el resto. De esta manera existen tres parejas de posibles propiedades que pueden utilizarse para definir un fluido acústicamente homogéneo. Éstas son: (r,c) , (Z_c,k_c) , o (k,r) .

En este trabajo se considera la segunda de las opciones de forma que para definir el fluido que sustituya a nuestro array de resonadores se debe obtener la impedancia característica y el número de onda que tendría un fluido de forma que a su salida tenga una impedancia acústica superficial igual a la impedancia superficial a la salida del resonador.

La determinación de Z_c y k_c se realiza mediante simulación de ensayos destinados a la obtención de estos parámetros. El ensayo a simular se corresponde con el de la determinación de la impedancia superficial en tubo de impedancia según norma UNE-EN ISO 10534-2:2002 [4].

Se considera la configuración mostrada en la Figura 1. En la que se puede ver la muestra (de color) instalada en un tubo de impedancia y separada de la contramasa por una cavidad de aire con dos espesores diferentes.

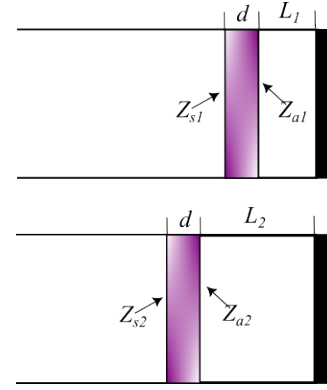


Figura 1. Esquema de la configuración de ensayo simulada para la determinación de Z_c y k_c equivalentes del resonador.

La expresión de la impedancia superficial en la cara exterior de la muestra para cualquiera de las dos configuraciones es [5]:

$$Z_{si} = Z_c \frac{Z_c - jZ_{ai} \cot(k_c d)}{Z_{ai} - jZ_c \cot(k_c d)} \quad (1)$$

donde Z_{si} es la impedancia superficial calculada para cada configuración, d el espesor del array de resonadores (y de la capa de fluido equivalente) y Z_{ai} la impedancia superficial de la cavidad de aire en su encuentro con la superficie interior de la muestra. La expresión de Z_{ai} es [2]:

$$Z_{ai} = -jZ_0 \cot(kL_i) \quad (2)$$

siendo Z_0 la impedancia característica del aire, k el número de onda del campo sonoro en el aire y L_i el espesor de la cavidad de aire.

Dado que las variables a calcular son dos (Z_c y k_c), se necesitan dos ecuaciones independientes. Aquí ambas ecuaciones se obtienen a partir las dos configuraciones mostradas en la Figura 1. En ellas las características de la muestra son las mismas pero las ecuaciones no gracias al cambio de espesor de la cavidad de aire. Si se despeja la cotangente de la Ec. 1 se obtiene:

$$\cot(k_c d) = \frac{Z_{si}Z_{ai} - Z_c^2}{Z_{ai}Z_c - Z_{si}Z_c} \quad (3)$$

Y dado que este valor es el mismo para ambas configuraciones de las ecuaciones resultantes se puede despejar el valor de Z_c :

$$Z_c = \pm \sqrt{\frac{Z_{s1}Z_{s2}(Z_{a1} - Z_{a2}) - Z_{a1}Z_{a2}(Z_{s1} - Z_{s2})}{(Z_{a1} - Z_{a2}) - (Z_{s1} - Z_{s2})}} \quad (4)$$

y el valor de k_c a través de la Ec. 3:

$$k_c = \frac{1}{d} \cot^{-1} \left(\frac{Z_{si}Z_{ai} - Z_c^2}{Z_{ai}Z_c - Z_{si}Z_c} \right) \quad (5)$$

De acuerdo a la Ec. 5 el valor de k_c se puede obtener de cualquiera de las dos configuraciones simuladas.

3. MODELOS NUMÉRICOS

3.1. Validación

Los modelos numéricos se implementan en COMSOL [6], programa de cálculo científico basado en elementos finitos. El primer modelo es la implementación de un tubo de impedancia en el que se ha instalado una muestra consistente en una espuma de melamina. En la parte posterior de la muestra absorbente se dejan dos cavidades de aire diferentes, lo que da lugar a las dos configuraciones descritas. La espuma es un material poroso del que se conocen sus datos y su comportamiento como material absorbente de modo que se utiliza como referencia para validar el método.

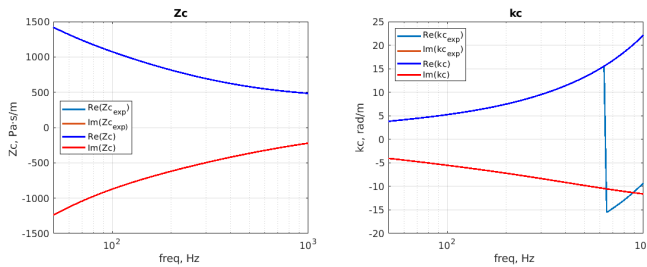


Figura 2. Valores teóricos y numéricos de Z_c y k_c de la espuma de melamina.

En la Figura 2 se muestran los resultados de la simulación comparados con los datos teóricos de la espuma de melamina simulada. Se puede ver su coincidencia salvo para k_c en un intervalo de frecuencias donde se produce un salto de fase que no afecta a los valores de Z_s como se puede apreciar en la Figura 3

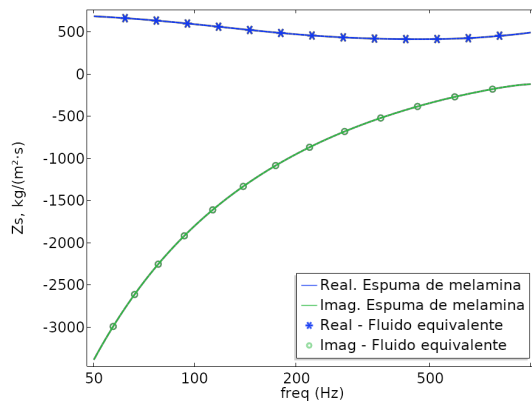


Figura 3. Impedancia superficial de la espuma de melamina calculada a partir tanto de los valores teóricos como de los valores del fluido equivalente.

3.2. Fluido equivalente de un resonador

Una vez validado el método de cálculo se aplica a un resonador de Helmholtz cuyas características son: volumen, 50 cm^3 , sección del cuello, 1.2 cm^2 , longitud del cuello, 8 cm y resonancia situada en 272 Hz . En la Figura 4 se muestra su geometría así como su disposición dentro del tubo en el que se modela el ensayo, junto con la ubicación de la posición de los “micrófonos” utilizados para el cálculo de Z_{sj} .

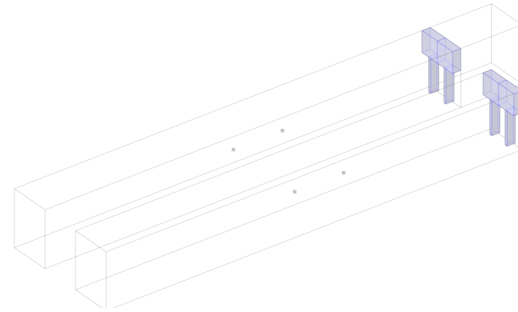


Figura 4. Geometría del modelo del ensayo de los resonadores dentro del tubo de impedancia.

En la Figura 5 se muestran los valores de Z_c y k_c del fluido equivalente y en la Figura 6 la curva de absorción del resonador y del fluido equivalente. En todas ellas se observa como la resonancia está situada donde se espera.

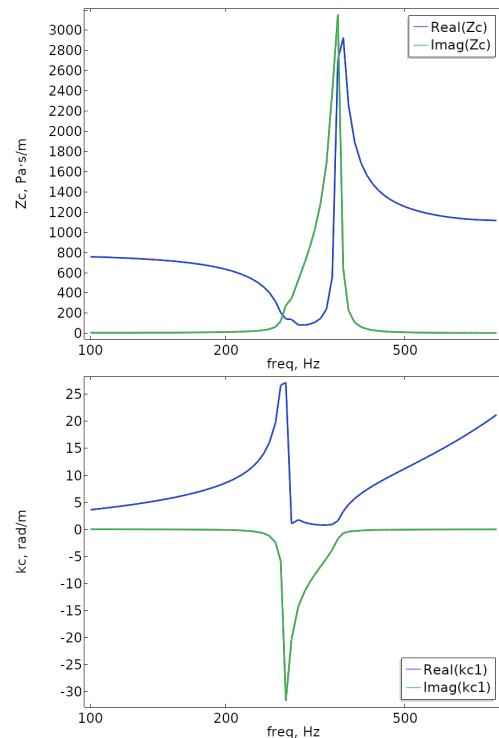


Figura 5. Valores teóricos y numéricos de Z_c y k_c del resonador de Helmholtz.

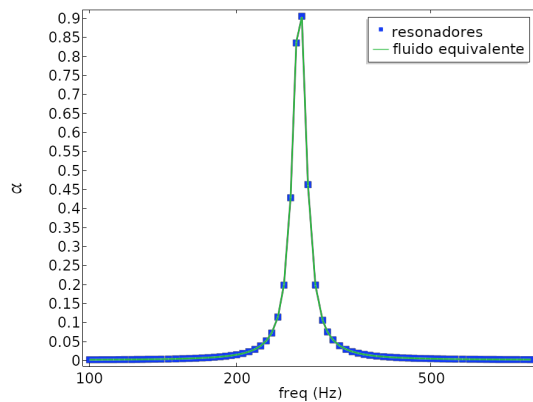


Figura 6. Coeficiente de absorción en tubo de impedancia de los resonadores y del fluido equivalente.

3.2. Campo acústico en el interior de un cilindro

En este apartado se estudia el efecto de introducir un recubrimiento de resonadores sobre las paredes de un cilindro. El cilindro posee un radio de 60 cm y una altura de 2 m de altura y está cerrado por sus dos bases formando una cavidad de 2.26 m^3 , las fronteras exteriores tienen una superficie total de 9.80 m^2 .

Éste es un caso típico para el que está pensado el uso del fluido equivalente calculado en este trabajo. El modelado del recubrimiento (el array de resonadores) requiere de tal cantidad de nodos para describir con la suficiente precisión el campo acústico que el tamaño del modelo no es viable por la cantidad de memoria necesaria. Sólo el uso de grandes sistemas de cálculo permitiría implementar el modelo pero en ese caso el tiempo de cálculo necesario lo haría poco práctico.

En cambio, sustituyendo el array de resonadores por una capa de fluido equivalente el tamaño del modelo se reduce lo suficiente para ser calculado.

En el modelo se supone que exclusivamente acústico y el campo acústico se carga con una fuente puntual en su interior. La Figura 7 muestra el resultado del campo sonoro medio en el interior del recinto antes y después de aplicar el tratamiento. La comparación entre ellos muestra una reducción de los niveles de presión sonora en la banda de trabajo del resonador mientras que en el resto de frecuencias ambos modelos presentan un comportamiento similar.

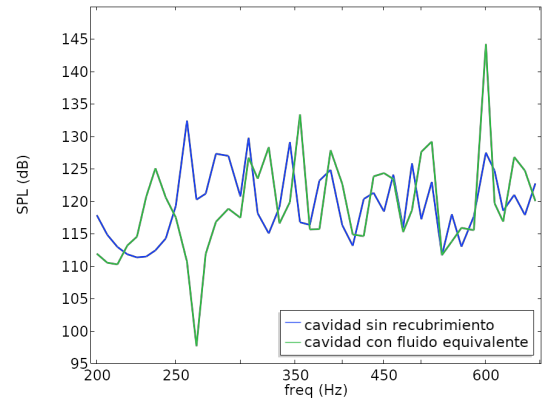


Figura 7 Niveles sonoros medios en el interior del cilindro con y sin recubrimiento de fluido equivalente.

12. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este trabajo se ofrece una alternativa a la modelización directa de recubrimientos formados por gran cantidad de celdas de pequeño tamaño. Esta sustitución ayuda a reducir el tamaño de los modelos numéricos lo que permite trabajar con sistemas y estructuras que de otra forma, por su tamaño, sería imposible.

La simplificación se realiza mediante la homogeneización de un array de resonadores a un fluido equivalente lo que permite sustituir una capa altamente heterogénea por una homogénea que requiere un mallado menos exigente.

La homogeneización se realiza mediante la determinación de la impedancia característica y el número de onda que tendrían dicho fluido para lo que se utiliza el método del cálculo de la impedancia superficial en tubo de impedancia.

El método se ha validado mediante su aplicación a una espuma porosa conocida y después se ha aplicado a la determinación de un resonador dado.

Por último el fluido equivalente obtenido se aplica a un caso tipo como es el recubrimiento de una cavidad cilíndrica.

12. REFERENCIAS

- [1] Delany, M. and Bazley, E. “*Acoustical Properties of Fibrous Materials*”. App. Acoust., vol. 3, pp. 105-116, 1970
- [2] Johnson, D., Koplik, J., & Dashen, R. “*Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media*”. Journal of Fluid Mechanics, vol. 176, pp. 379-402, 1987
- [3] Yvan Champoux, Jean-F. Allard; “*Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media*”. J. Appl. Phys. 15; vol. 70 no. 4, pp. 1975–1979, 1991



[4] UNE-EN ISO 10534-2:2002. *Acústica. Determinación del coeficiente de absorción acústica y de la impedancia acústica en tubos de impedancia. Parte 2: Método de la función de transferencia.* (ISO 10534-2:1998).

[5] Allard, J.F. and Atalla, N. (2009) *Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials.* 2nd Edition, Wiley-Blackwell, Hoboken

[6] COMSOL Multiphysics® v. 5.5. www.comsol.com. COMSOL AB, Stockholm, Sweden.