



## INVERSIÓN DE MODELO, TEORÍA Y APLICACIÓN

Albert Isnardo Iglesias<sup>1\*</sup>

Pere Vicenç Rodríguez Sorribes<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ICR, Ingeniería para el Control del Ruido S.L., C/Berruguete 52, 08035 Barcelona, España

### RESUMEN

La Teoría del Problema Inverso es una teoría matemática que integra métodos para extraer toda la información posible de los datos medidos, con el fin de encontrar los valores más probables para un modelo físico desconocido a priori. Se basa en el cálculo de probabilidades y aporta una extensión natural de varios criterios de optimización.

En este artículo, la teoría se aplica para reconstruir el campo acústico en varios sectores, entre ellos el industrial, para obtener las potencias acústicas de un conjunto de fuentes sonoras que no pueden parar su actividad, tanto para ruido interior como para ruido exterior. También se ha aplicado para diseñar un tratamiento optimizado de una soplante e incluso para reconstruir el campo acústico de media-alta frecuencia en el habitáculo de un Ferrari 456. En todos estos casos, a partir de un conjunto de mediciones de ruido ( $L_{eq}$ ), se obtuvieron las potencias acústicas de todas las fuentes que estaban funcionando en el momento de la medición.

La teoría no solo abarca el campo acústico, sino que también se usa para la obtención de las fuerzas en operación a partir de la medición del nivel de vibraciones en funcionamiento real y un modelo numérico.

### ABSTRACT

The Inverse Problem Theory is a mathematical theory that integrates methods to extract as much information as possible from measured data, to find the most probable values for an a priori unknown physical model. It is based on the calculation of probabilities and provides a natural extension of various optimization criteria.

In this article, the theory is applied to reconstruct the acoustic field in several sectors, including industry, to obtain the acoustic powers of a set of sound sources that cannot stop their activity, both for indoor and outdoor noise. It has also been applied to design an optimized treatment of a blower and even to reconstruct the medium-high frequency acoustic field in the passenger compartment of a Ferrari 456. In all these cases, from a set of noise measurements ( $L_{eq}$ ), the acoustic

powers of all sources operating at the time of measurement were obtained.

The theory not only covers the acoustic field but is also used to obtain the forces in operation from the measurement of the vibration level in real operation and a numerical model.

**Palabras Clave**— Inversión, Modelo, Ruido, Industria, Automoción

### 1. INTRODUCCIÓN

El método de inversión de modelos se basa en un cálculo de probabilidad para encontrar unos parámetros no conocidos y no accesibles, como pueden ser unas potencias acústicas, a partir de la combinación de un conjunto de informaciones conocidas y usando un operador lineal o no lineal que los relacione (modelo numérico).

Los siguientes pasos describen la aplicación del método:

- 1) Se divide la actividad o fuente bajo estudio en varias partes, identificándolas como posibles generadoras de ruido/vibración, pudiendo ubicar al menos un punto de control cercano y uno más alejado y realizar una medición de ruido/vibración en cada punto.
- 2) Con el funcionamiento real de la actividad, se mide en los diferentes puntos de control.
- 3) Combinando los resultados de las mediciones y la información disponible, se aplica la teoría brevemente descrita en el capítulo siguiente.
- 4) Se obtienen las contribuciones de cada parte definida en 1). Tras esto, se pueden evaluar las mejoras al ir eliminando cada una de las contribuciones en orden de mayor a menor (diagrama de espiral).
- 5) Se puede evaluar la estabilidad de los resultados y la desviación estándar (errores de reconstrucción).
- 6) Con los resultados, se aplica la matriz de covarianza o correlación (correlación = covarianza / desviación estándar) para detectar qué contribuciones son dependientes.

ICR ha aplicado este método en varios casos, tanto en ámbito industrial como en automoción. Se muestran en este

\* **Autor de contacto:** [aisnardo@icrsl.com](mailto:aisnardo@icrsl.com)

**Copyright:** ©2023 First author et al. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 3.0 Unported License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

documento tres de ellos, considerados representativos. En estos casos de éxito, se han obtenido las potencias acústicas y las contribuciones individuales y acumuladas de las fuentes de ruido y se ha podido aplicar una mejora y reducir el nivel de ruido hasta el objetivo del proyecto.

## 2. BREVE INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE INVERSIÓN DE MODELOS

De un modo general, podemos decir que el método de la inversión de modelo es el proceso que se puede aplicar cuando los parámetros que definen un proceso físico, como puede ser una actividad en la que se genera ruido y/o vibraciones, no son directamente accesibles. Se obtendrán estos parámetros a partir de la medición de sus efectos, por ejemplo, el ruido/vibraciones que generan en su entorno las fuentes a evaluar.

Cabe anotar que el nivel de ruido/vibraciones obtenido en una medida no es el verdadero valor. La mejor forma de indicar este nivel medido es la probabilidad de que el verdadero valor del parámetro se encuentre entre un conjunto de valores aproximados [3].

La resolución de una inversión de modelo general puede plantearse como la resolución del problema de combinación de distintos tipos de información. En un caso general de aplicación en el campo de la acústica, esta información serían las mediciones del nivel de presión sonora, el programa informático de propagación del sonido y, si se dispone de ella, cualquier información *a priori* sobre los valores de las potencias acústicas. Mediante estos tres conjuntos de datos, es posible obtener las potencias acústicas reales de cada una de las fuentes identificadas.

La relación entre estos conjuntos de datos puede enunciarse como sigue [1]:

$$F(p(r_M, f)) = G(d, w(r_N, f)) \quad (1)$$

Donde:

$F(p(r_M, f))$  es un vector que contiene una función F de los valores de presión acústica, p, en M puntos de recepción a una frecuencia dada f.

$w(r_N, f)$  es un vector que contiene potencia acústica real de N fuentes ubicadas en el entorno a una frecuencia dada f.

G puede ser cualquier operador lineal o no lineal que relacione p (la presión acústica) y w (potencia acústica) que dependa de una cierta cantidad de parámetros d. En muchas aplicaciones en el ámbito de la acústica, G es un operador lineal energético que relaciona el valor cuadrático de la presión sonora en una gran cantidad de puntos de recepción con la potencia acústica de las fuentes. En el mercado actual, este modelo numérico, se encuentra en múltiples softwares comerciales [4] [5] [6].

d correspondería a el conjunto de parámetros que se pueda conocer del entorno del estudio: posición de las fuentes y de

los puntos de recepción, la frecuencia, la geometría del problema, los efectos de difracción, etc.

Resolver el "problema inverso" consiste en obtener w una vez que se tengan algunas mediciones sobre un subconjunto finito p o F(p), con sus inevitables errores, y conociendo G con un cierto grado de precisión.

Una vez que se dispone de las potencias acústicas de cada fuente, el siguiente paso es comprobar la validez de los resultados estudiando la estabilidad de la solución y buscando posibles errores.

Finalmente, la matriz de covarianza nos dará la información de cuales de las fuentes identificadas tienen relación entre ellas y no pueden tratarse de manera independiente.

## 3. MEDICIONES EN CAMPO

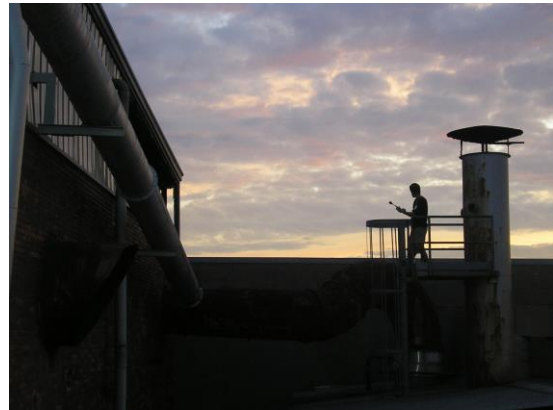


Figura 1. Mediciones de ruido en una industria

La campaña de mediciones puede ser más o menos compleja en función de las dimensiones de la actividad bajo estudio y el número de fuentes identificadas. Pero es importante tener en consideración dos aspectos.

El primero de ellos, es que para que el método funcione, el número de puntos de medición de control debe ser mayor que el número de fuentes de ruido identificadas, para tener un sistema de ecuaciones sobre determinado. Es recomendable que la ubicación de estos puntos se divida entre cercanos a la fuente y alejados a esta. Esto tiene un efecto que puede traducirse en una limitación: al tener un gran número de puntos de medición, hay que conseguir gestionar el funcionamiento de las fuentes para que puedan estar activas durante largos periodos de tiempo, recomendando que sea un ruido lo más estacionario posible.

El segundo tiene que ver con la elección de los puntos de medición, pues desempeña un papel crucial en la obtención de una buena solución del problema, sobre todo para identificación de las fuentes que se encuentran muy próximas entre ellas. En este caso, las dos fuentes pueden considerarse como una fuente puntual desde un punto distante, y se obtendrá el mismo nivel de presión acústica en ese punto

asignando el valor de potencia acústica global a la primera fuente y un valor nulo a la segunda, o viceversa. Cuando se aplique el método de inversión, sólo se obtendrá una de estas soluciones y será imposible saber cuál es la fuente realmente problemática, a menos que se tomen más puntos de medición entre ellas. Si esto no es posible, sólo a posteriori, realizando un análisis de la estabilidad de la solución, se podrá detectarlos y encontrar la manera de resolver la incertidumbre. Por este motivo, se recomienda hacer un análisis previo *in situ* antes de definir los puntos de medición.

#### 4. CASOS DE ÉXITO EN EL ÁMBITO INDUSTRIAL

##### 4.1 Industria de gas-líquido

El primer caso de éxito presentado es el de una industria de Toulouse dedicada a la producción de gas líquido, en la que se identificaron 40 fuentes de ruido y se realizaron más de 70 puntos de medición. En la Figura 2 se muestra una comparación entre el campo medido y el reconstruido en forma de espectrograma. Se aprecia una gran similitud entre ellos, excepto en los puntos de recepción 68 y 69, donde las diferencias alcanzan los 10-15 dBA. Estas grandes diferencias en estos puntos se deben a deficiencias en la simulación. Los puntos estaban situados en la fábrica real debajo de una cabina, que no se tuvo en cuenta en la modelización. Esto nos da una idea de cómo es de importante es tener en cuenta todo el entorno a la hora de definir un modelo numérico que se aproxime al máximo a la realidad. Los puntos de recepción 68 y 69 se eliminaron del grupo de datos y el problema se resolvió sin ellos.

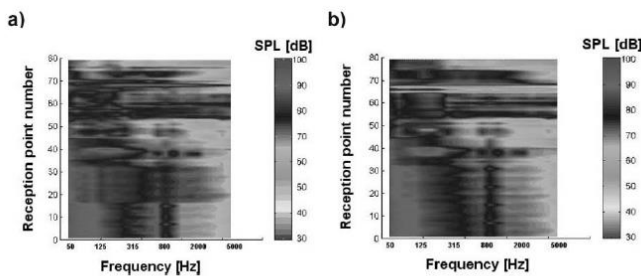


Fig. 3. (a) Measured SPL field; (b) reconstructed SPL field.

Figura 2. Comparativa entre SPL medido y reconstruido

Para probar la solución, se generaron miles de nuevos vectores SPL en torno a los medidos. Los valores generados seguían un patrón gaussiano de varianza 1 dB, lo que significa que el 95% de ellos se encuentran en un intervalo de 2 dB alrededor del SPL medido. A continuación, se resolvió el problema inverso con la restricción positiva para cada nuevo vector y se obtuvo un conjunto de miles de vectores de potencia acústica para cada frecuencia.

En la Figura 3 se obtiene un mapa de niveles de presión sonora en dBA de la zona cercana mediante el software de propagación del sonido y utilizando la potencia acústica calculada para cada fuente.

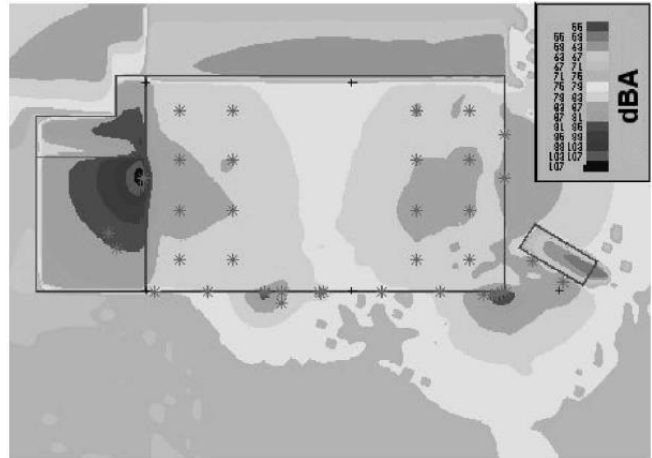


Figura 3. Mapa de niveles de la presión sonora mediante el software de propagación usando las potencias acústicas calculadas

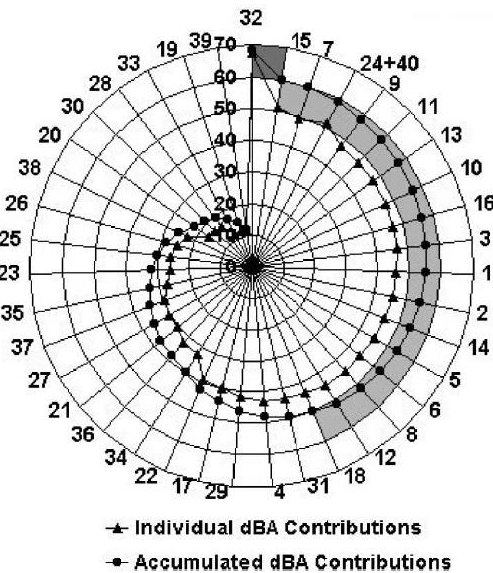
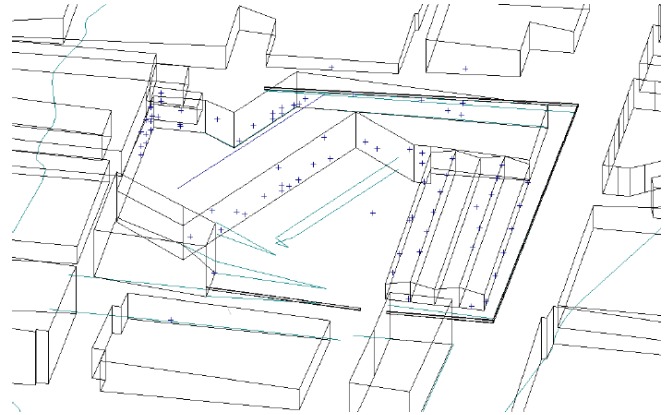


Figura 4. Gráfico radial de contribuciones individuales y acumuladas

Los resultados de las secciones anteriores se utilizaron para calcular las contribuciones al nivel de presión acústica global en la ubicación de un punto receptor en campo lejano. Un estudio independiente y previo había indicado un nivel de presión acústica global de 68 dBA en ese punto. Este valor coincide exactamente con nuestra predicción utilizando la potencia acústica obtenida para cada fuente de ruido.

En la Figura 4 un gráfico radial muestra las contribuciones individuales y acumuladas de las fuentes al nivel de presión sonora en el punto receptor de control. Observándolo se puede saber qué fuentes de ruido deben modificarse para reducir el ruido y la mejora que se obtendrá.

La fuente 32, un ventilador industrial, es la que más contribuye. Como se deduce de la Figura 4, si reducimos su contribución de 68 dBA a 50 dBA se obtendrá una reducción global de 68 dBA a 60 dBA en el punto receptor. Siguiendo las deducciones anteriores, la fuente 32 se silenció mediante un silenciador de baffles paralelos. Su nueva contribución calculada en el punto receptor fue de 52 dBA, lo que supone una reducción global del nivel de presión sonora de 68 a 61 dBA. Una medición de prueba a posteriori mostró una buena concordancia con la predicción dando un valor global en el receptor de 61,5 dBA.



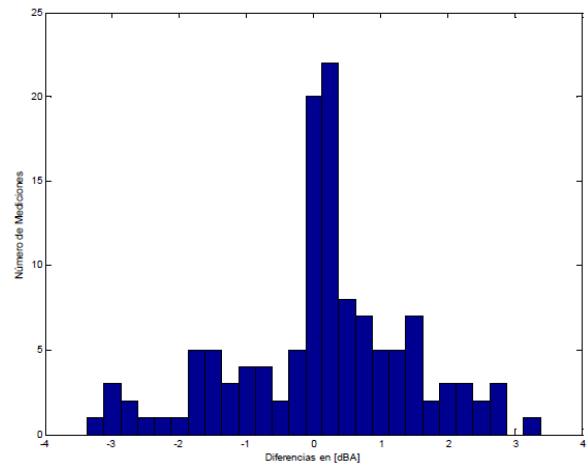
**Figura 5.** Vista isométrica del modelo con las fuentes de ruido identificadas

#### 4.2. Industria de piezas mecánicas

Otro ejemplo de caso de aplicación en el ámbito industrial se centra en una industria dedicada a la fabricación de piezas para la automoción ubicada en un entorno residencial, con varios puntos receptores afectados. Tras la evaluación de la industria, se identificaron 82 posibles fuentes de ruido y se realizaron 125 mediciones en diferentes puntos de control durante dos jornadas de 8 h, además de tener en cuenta 6 mediciones realizadas previamente por una ECA en 6 puntos receptores cercanos, que sirvieron para validar el modelo y obtener la reducción tras la aplicación de una mejora acústica en las fuentes con más nivel. Para ello, se realizó un modelo numérico reconstruyendo la situación acústica actual y la futura. Tras obtener las contribuciones de cada una de las fuentes en cada uno de los puntos de control, se estableció una prioridad en la aplicación de medidas correctoras.

Para evaluar la incidencia de las desviaciones entre los niveles de presión sonora medidos *in situ* y los niveles de presión sonora obtenidos aplicando el método de inversión de modelo, se representa el histograma de las diferencias entre ambos valores en dBA. Con el histograma de la Figura 6 podemos ver como más de la mitad de los puntos medidos se reconstruyen con una precisión situada en  $\pm 1$  dBA que es desde luego mejor que la precisión de medida e incluso mejor que la estabilidad del ruido.

Una vez obtenidas las potencias de las diferentes fuentes y constatada la validez del proceso, se realizó una reconstrucción del campo acústico en dBA alrededor de la planta industrial y se obtuvo los valores en los receptores sensibles, tal como muestra la Tabla 1. Las diferencias entre las mediciones y la reconstrucción mediante el modelo son inferiores a 3.5 dB.



**Figura 6.** Histograma de diferencias entre presiones sonoras reconstruidas y presiones sonora medidas

**Tabla 1.** Comparativa de la reconstrucción del modelo y las mediciones realizadas previamente por una ECA.

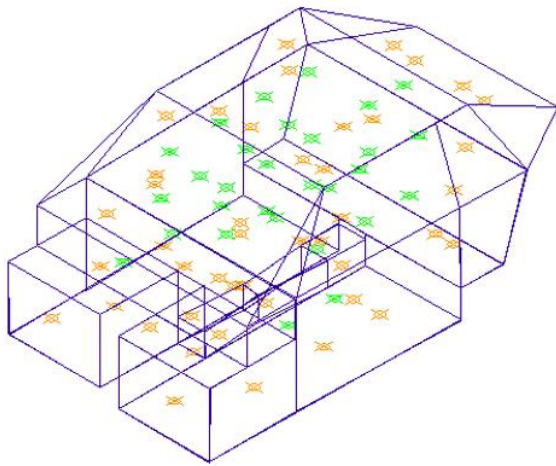
Punto	Reconstrucción de la situación actual [dBA]	Medición nocturna ECA [dBA]	Diferencia [dB]
1	54.4	53	-1.4
2	53.3	53.6	0.3
3	52.2	52.4	0.2
4	54.9	54.6	-0.3
5	67.8	68.9	1.1
6	60.8	57.7	-3.1

## 5. CASOS DE ÉXITO EN AUTOMOCIÓN

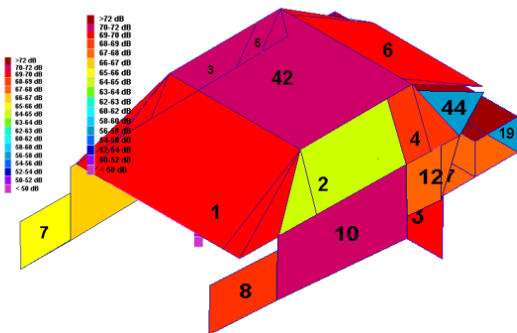
### 5.1 Fabricante de vehículos (Ferrari 456)

También se ha aplicado el método en automoción en un vehículo ya construido, identificando como fuentes de ruido 44 superficies y realizando mediciones en 73 puntos en el interior de la cabina, con el objetivo de conocer los principales contribuidores en el ruido en el rango frecuencial entre 315 Hz y 5.000 Hz.

En este caso de aplicación, el modelo numérico utilizado se implementó a medida para el proyecto por personal de ICR mediante una herramienta de programación [6].



**Figura 7.** Ubicación de los puntos de medición dentro de la cabina



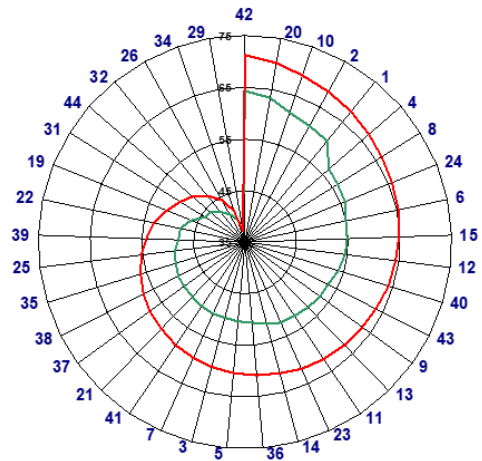
**Figura 8.** Potencias acústicas en el modelo numérico implementado para Ferrari

Tras obtener las potencias (Figura 8 y 10), se realizó el diagrama de contribuciones individuales y acumuladas (Figura 9) al nivel sonoro en el oído del conductor. Con esto, es posible ver cuáles son las superficies que más radian y la resultante mejora al reducir su contribución.

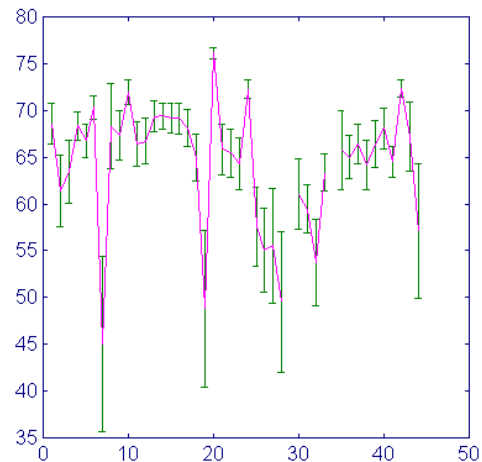
Para probar la solución se generó miles de nuevos vectores SPL alrededor de los valores de las mediciones,

siguiendo una distribución gaussiana de varianza 1 dB, y se resolvió el problema inverso para cada uno de ellos. Como dato a destacar, se obtuvieron diferencias de 15 dB para la superficie número 7, lo que significa que el nivel de presión sonora en puntos cercanos a esta superficie no está justificado por esta, como parecían indicar las mediciones.

También se calculó la matriz de covarianza *a posteriori* y la raíz cuadrada de sus elementos diagonales (desviaciones estándar), utilizado para obtener el margen de variación. Esto se muestra en la Figura 10 como barras de error alrededor del valor promedio obtenido de la potencia acústica de cada fuente. A partir de la matriz de covarianza se evaluó también la matriz de correlación. Esta no da correlaciones apreciables excepto para las superficies 6 y 40, indicando así que no se han resuelto de forma independiente. Para solucionar esto, se necesitarían más puntos de medida entre ellas.



**Figura 9.** Gráfico radial de contribuciones individuales (verde) y acumuladas (rojo)



**Figura 10.** Potencias acústicas y margen de variación al aplicar las desviaciones estándar

## 6. CONCLUSIONES

Tras una breve explicación del método de inversión de modelos y los casos de éxito mostrados, se demuestra que es posible aplicar el método ante cualquier problema de ruido y vibraciones donde se cumpla lo siguiente: ha de ser posible realizar mediciones de manera controlada en varios puntos, reproducir la situación mediante un modelo numérico y conocer el máximo de parámetros que caracterizan su entorno. Con esto, el método nos permite caracterizar las fuentes de ruido/vibraciones y obtener las contribuciones de cada una de ellas, pudiendo distinguir qué fuentes hay que reducir y qué nivel resultante habrá tras unas mejoras aplicadas. Además, con las matrices de covarianza y las matrices de correlación obtenidas se puede comprobar si hay relación entre las fuentes y se resuelven de forma independiente.

La mayor ventaja de esta metodología es que puede aplicarse con la actividad bajo estudio en condiciones normales de funcionamiento y requiere menos mediciones que otras técnicas (por ejemplo, la intensimetría). No obstante, una desventaja es que el ruido tiene que ser principalmente estacionario o permanecer estacionario durante largos periodos de tiempo.

A modo de resumen, las ventajas que presenta el método respecto a otros métodos tradicionales son:

- 1) La modelización puede hacerse una vez terminado el diseño y/o en funcionamiento normal de la actividad.
- 2) El tiempo dedicado a las mediciones se reduce respecto a otros métodos.
- 3) Para cálculo y el análisis de los resultados se necesita menos de una semana.
- 4) Las mediciones se realizan sin cambiar ni afectar a la forma en que funciona la actividad bajo estudio (industria, automóvil, etc), ya que no es necesario modificar ninguna superficie.
- 5) El método permite conocer las fuentes identificadas de ruido/vibraciones a modificar y la mejora que se puede conseguir.

## 7. REFERENCIAS

[1] Guasch O., Magrans F.X.,Rodriguez P.V.; 2002. An inversion modellig method to obtain the acoustic power of the noise sources in a large factory. *Applied Acoustics* 63, 401-417.

[2] Guasch O, Magrans FX, Rodriguez PV, Manacorda G. An innovative approach for the noise reconstruction and analysis at the medium-high frequencies. In: *Proceedings of euro-noise, Munich, Germany, October 1998*. Vol I. p. 503–9.

[3] A.Tarantola, *Inverse Problem Theory*. (Elsevier Science B.V 1994)

[4] DataKustik GmbH, CadnaA-Software for Environmental Noise: <http://www.datakustik.com/>

[5] iSimpa, software for 3D sound propagation modelling <https://i-simpa.univ-gustave-eiffel.fr/>

[6] Matlab, The MathWorks, Inc. sistema de cómputo numérico que ofrece un entorno de desarrollo integrado con un lenguaje de programación propio. <https://es.mathworks.com/>