

ESTRATÉGIAS DE ACOPLAMENTO CONSIDERANDO MEIOS ACÚSTICOS E ELASTODINÂMICOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA – ESTUDO DE DESEMPENHO E CONVERGÊNCIA.

Kleber de Almeida Gonçalves¹, Luis Godinho², Delfim Soares Jr³, Pedro Alves Costa⁴

¹University of Coimbra, ISISE, Department of Civil Engineering, 3030-788 Coimbra, Portugal.

³Structural Engineering Department, Federal University of Juiz de Fora, 36036-330 Juiz de Fora, MG, Brazil.

⁴Faculty of Engineering of the University of Porto, CONSTRUCT, R. Roberto Frias, Porto, Portugal

RESUMO

Analisa-se, neste trabalho, estratégias de acoplamento entre BEM e FEM para a análise de problemas de interação entre meios elastodinâmicos e acústicos no domínio da frequência. Nestes problemas, geralmente modelos infinitos de domínio e meios heterogêneos complexos estão envolvidos, tornando a configuração de acoplamento em que nem o Método dos Elementos Finitos (Finite Element Method - FEM), nem o Método dos Elementos de Contorno (Boundary Element Method - BEM) são os mais apropriados para a sua análise numérica. Neste caso, o acoplamento destas metodologias é recomendado, permitindo explorar as respetivas vantagens. A interação entre diferentes meios físicos é aqui realizada por um procedimento iterativo de acoplamento otimizado. Esta técnica de acoplamento permite discretizações independentes, tornando mais eficiente a utilização tanto para o BEM quanto FEM, sem qualquer exigência de nós correspondentes nas interfaces comuns. Parâmetros de relaxamento ideais são calculados, a fim de garantir a convergência do processo iterativo, lidando devidamente com o problema mal condicionado de propagação da onda no domínio da frequência. Além disso, esse procedimento leva a menores sistemas de equações, melhor condicionados (diferentes solvers podem ser empregados, adequando-os para cada subdomínio), fornecendo uma metodologia eficiente.

1. INTRODUÇÃO

É comum a interação entre sistemas de diferentes propriedades físicas, sendo que, essas interações podem ocorrer entre um ou mais sistemas e com diferentes graus de intensidade. Tais interações [1] caracterizam os sistemas acoplados, uma vez que suas variáveis são dependentes dos diversos domínios componentes do todo. Esses sistemas podem descrever domínios físicos diferentes ou não, de forma que nenhum domínio possa ser resolvido separadamente e/ou seu conjunto de variáveis não possa ser desvinculado ao nível de equações diferenciais.

Note-se que a análise numérica de sistemas acoplados do tipo acústico-elastodinâmico é uma tarefa complexa, exigindo tratamento adequado de subdomínios nos quais diferentes

fenómenos físicos estão envolvidos, bem como modelação numérica adequada de propagação de onda através de interfaces de formato arbitrário. Neste contexto, o método dos elementos de contorno [2, 3] é aqui aplicado para discretizar subdomínios acústicos e elastodinâmicos, assim como os métodos dos elementos finitos [4, 5]. Fazendo uso dessas diferentes abordagens numéricas no presente trabalho, torna-se possível, por um lado, mostrar a independência da estratégia de acoplamento iterativo proposta em relação aos métodos adotados e, por outro, evidenciar as vantagens e desvantagens relativas de cada método para analisar algumas configurações particulares. Assim, uma comparação entre a eficácia dessas diferentes metodologias pode ser realizada levando em consideração as análises acopladas.

2. MODELO MATEMÁTICO – MEIO ELASTODINÂMICO

A equação da onda elástica no domínio da frequência é dada por [6]:

$$\rho(C_d^2 - C_s^2)u_{j,i}(X, \omega) + \rho C_s^2 u_{i,jj}(X, \omega) + (\omega^2 \rho)u_i(X, \omega) + b_i(X, \omega) = 0 \quad (1)$$

onde $u_i(X, \omega)$ e $b_i(X, \omega)$ representam as componentes de deslocamento e força de domínio, respetivamente. Na Eq. (1), C_d é a velocidade da onda de dilatação e C_s é a velocidade da onda de cisalhamento, eles são dados por: $C_d^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$ e $C_s^2 = \mu/\rho$, onde ρ é a densidade de massa e λ e μ são as constantes de Lamé e ω é a frequência. A Eq. (1) pode ser obtida a partir da combinação das seguintes equações mecânicas básicas (meios heterogêneos):

$$\sigma_{ij}(X, \omega)_{,j} + (\rho(X)\omega^2 - i\omega\nu(X))u_i(X, \omega) + b_i(X, \omega) = 0 \quad (2a)$$

$$\sigma_{ij}(X, \omega) = \lambda(X)\delta_{ij}\varepsilon_{kk}(X, \omega) + 2\mu(X)\varepsilon_{ij}(X, \omega) \quad (2b)$$

$$\varepsilon_{ij}(X, \omega) = (1/2)(u_{i,j}(X, \omega) + u_{j,i}(X, \omega)) \quad (2c)$$

onde $\sigma_{ij}(X, \omega)$ e $\varepsilon_{ij}(X, \omega)$ são, respetivamente, componentes do tensor de tensão e deformação, e δ_{ij} é o delta de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$, para $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$, para $i \neq j$). Eq. (2a) é a equação de equilíbrio de quantidade de movimento; Eq. (2b) representa a lei constitutiva do modelo linear elástico e a Eq. (2c) significa relações cinemáticas. As condições de contorno do problema elastodinâmico são dadas por:

$$u_i(X, \omega) = \bar{u}_i(X, \omega) \text{ for } X \in \Gamma_1 \quad (3a)$$

$$\tau_i(X, \omega) = \sigma_{ij}(X, \omega)n_j(X) = \bar{\tau}_i(X, \omega) \text{ for } X \in \Gamma_2 \quad (3b)$$

onde os valores prescritos são indicados por sobre barras, $\tau_i(X, \omega)$ denota o vetor de tração ao longo do contorno e $n_j(X)$ representa os componentes do vetor normal unitário. O contorno do modelo é descrito por Γ ($\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$ e $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = 0$, onde Γ_1 representa a condição de contorno essencial ou Dirichlet e Γ_2 a condição de contorno natural ou Neumann) e o domínio por Ω .

3. MODELO MATEMÁTICO – MEIO ACÚSTICO

A equação da onda acústica (Eq. de Helmholtz) é dada por [7]:

$$p(X, \omega)_{,ii} + \gamma^2 p(X, \omega) + s(X, \omega) \quad (4)$$

onde $p(X, \omega)$ e $s(X, \omega)$ representam a distribuição de pressão hidrodinâmica e força de domínio, respetivamente. Na Eq. (4) $\gamma = \sqrt{\omega^2/C^2}$ representa o número de onda complexo, onde $C = \sqrt{k/\rho}$ é a velocidade de propagação da onda, onde ρ representa a densidade e k a permeabilidade. As condições de contorno do problema acústico são dadas por:

$$p(X, \omega) = \bar{p}(X, \omega) \text{ for } X \in \Gamma_1 \quad (5a)$$

$$q(X, \omega) = p_{,j}(X, \omega)n_j(X) = \bar{q}(X, \omega) \text{ for } X \in \Gamma_2 \quad (5b)$$

onde os valores prescritos são indicados por barras e $q(X, \omega)$ representa o fluxo ao longo do contorno cujas componentes vectoriais normais são representadas por $n_j(X)$.

4. FINITE ELEMENT METHOD - FEM

A forma fraca das equações governantes na seção 2 e 3 pode ser escrita matricialmente como:

$$\int_{\Omega} (\mathbf{w}^T \mathbf{L}_d^T) \mathbf{D}(\mathbf{L}_d \mathbf{X}) d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{w}^T [\omega^2 \rho \mathbf{X}] d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{w}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{w}^T (\mathbf{L}_n^T \mathbf{O}) d\Gamma \quad (6)$$

onde \mathbf{X} representa deslocamento \mathbf{u} ou pressão p, σ_{ij} e kp_i são representados por $\mathbf{D}(\mathbf{L}_d \mathbf{X})$, onde \mathbf{D} descreve as relações constitutivas e \mathbf{L}_d as operações diferenciais, σ ou $k\nabla p$ são representadas como \mathbf{O} , onde \mathbf{L}_n é operador matricial. Na Eq. (6) \mathbf{w} ($\mathbf{w} = [w_x, w_y]^T$) representa uma função de peso, que é assumida como tendo valores nulos no contorno essencial (ou seja, $w(X) = 0$ para $X \in \Gamma_1$).

Ao introduzir aproximações espaciais para as variáveis do modelo na Eq. (6), e adotando essas mesmas aproximações para definir as funções de peso especificadas (Método de Galerkin), pode-se obter o seguinte sistema de equações, uma vez considerado o tratamento numérico adequado [1], [4] e [8]:

$$\mathbf{KX} - \omega^2 \mathbf{MX} = \mathbf{R} \quad (9)$$

onde \mathbf{M} , e \mathbf{K} representam a matriz de massa e rigidez do modelo, respetivamente, \mathbf{X} representa deslocamento \mathbf{U} ou pressão \mathbf{P} e \mathbf{R} representa vetor de excitação. As matrizes \mathbf{K} e \mathbf{M} são calculadas levando em consideração o primeiro e o segundo termos da Eq. (6), respetivamente, enquanto o vetor \mathbf{R} é calculado levando em consideração os dois últimos termos do lado direito da Eq. (6). Após considerar as condições de contorno do problema, as respostas FEM para o modelo elastodinâmico podem ser calculadas para cada frequência ω , levando em consideração a Eq. (6).

5. BOUNDARY ELEMENT METHOD – BEM

A equação integral BEM relacionada as equações governantes na seção 2 e 3 pode ser escrita matricialmente como:

$$\mathbf{C}\mathbf{X} = \int_{\Gamma} \mathbf{X}^*\mathbf{Y} d\Gamma - \int_{\Gamma} \mathbf{Y}^*\mathbf{X} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{X}^*\mathbf{b} d\Omega \quad (10)$$

onde \mathbf{C} depende de aspetos geométricos, \mathbf{b} representa possíveis contribuições das integrais de domínio (como fontes de corpo). Os vetores \mathbf{X} e \mathbf{Y} armazenarem, respectivamente, a variável fundamental e a variável derivada (deslocamento e força de superfície para o meio elastodinâmico; pressão e fluxo para o meio acústico) nos nós funcionais relativos aos elementos utilizados na discretização do contorno, sendo que os valores indicados com asterisco são soluções fundamentais para as grandezas anteriormente citadas [3].

Ao introduzir aproximações espaciais para as variáveis do modelo no integral da Eq. (10), o seguinte sistema de equações pode ser obtido, uma vez que o tratamento numérico adequado é considerado [2], [3] e [9]:

$$(\mathbf{C} + \mathbf{H})\mathbf{X} = \mathbf{G}\mathbf{Y} + \mathbf{S} \quad (11)$$

onde \mathbf{C} , \mathbf{G} e \mathbf{H} são matrizes de influência, \mathbf{S} é um vetor relacionado a integrais de domínio e \mathbf{X} e \mathbf{Y} são vetores de pressão e fluxo ou deslocamento e força de superfície, respetivamente, na frequência ω . Depois de considerar as condições de contorno do problema (traduzindo todas as variáveis conhecidas para o lado direito da Eq. (11), e os campos desconhecidos para o lado esquerdo), as respostas BEM para os modelos podem ser calculadas para a frequência dada ω .

6. ACOPLAMENTO ITERATIVO

Na metodologia de solução do acoplamento iterativo, inicialmente resolve-se isoladamente o primeiro subdomínio discretizado por um dos métodos, prescrevendo excitação nula na região de interface entre as sub-regiões. Calcula-se então a variável fundamental ${}^{(k+a)}_1\mathbf{X}$ ao longo de todo primeiro subdomínio modelado (subíndice 1), o que inclui a interface entre os domínios. Através do parâmetro α , conforme indicado abaixo em Eq. (12), realiza-se uma atualização dessas variáveis [11]:

$${}^{(k+1)}_1\mathbf{X} = \alpha {}^{(k+a)}_1\mathbf{X} + (1 - \alpha) {}^{(k)}_1\mathbf{X} \quad (12)$$

Uma vez calculados ${}^{(k+1)}_1\mathbf{X}$ nas interfaces relativas ao primeiro subdomínio modelado, estes darão origem a condições prescritas na interface relativa ao segundo subdomínio modelado (subíndice 2) de acordo com as propriedades físicas dos subdomínios envolvidos no acoplamento.

Assim, pode-se resolver a sub-região relativa ao segundo subdomínio. Uma vez resolvida esta sub-região, encontram-se variáveis derivadas relativas à interface de acoplamento ${}^{(k+1)}_2\mathbf{Y}$. Com a condição de contorno relativo à interface completa pode-se recalculas as grandezas relativas ao primeiro subdomínio.

6.1 Discretização Espacial Desconexa

Utilizada uma discretização espacial em cada sub-região resultado de uma malha desconexa na interface, as condições essenciais de contorno ${}^{(k+1)}_i \mathbf{X}$ podem ser interpoladas espacialmente seguindo as funções de forma pré-existentes, conforme indica a Eq. (13). Um esquema simplificado é apresentado na Figura 7.

$${}^{(k+1)}_i \mathbf{X}(w) = \int_{\Gamma_i} \delta^T(x - bx) {}_1 \mathbf{N}(x) d\Gamma {}^{(k)}_1 \mathbf{X}(w) \quad (13)$$

Semelhante à questão das condições essenciais, utilizando uma discretização espacial desconexa na interface, os valores das condições naturais podem ser interpolados espacialmente seguindo as funções de forma pré-existentes conforme indicado na figura (1). Neste caso, a excitação nodal ${}^{(k+1)}_1 \mathbf{F}$ em j obtida através da integração da excitação de superfície ${}^{(k+1)}_i \mathbf{Y}$ ao longo do contorno $\Gamma_{j,j+1}$ e $\Gamma_{j-1,j}$, Eq. (14).

$${}^{(k+1)}_1 \mathbf{F}(w) = \int_{\Gamma_i} {}_1 \mathbf{N}(x) {}_2 \mathbf{N}(x) d\Gamma {}^{(k+1)}_2 \mathbf{Y}(w) \quad (14)$$

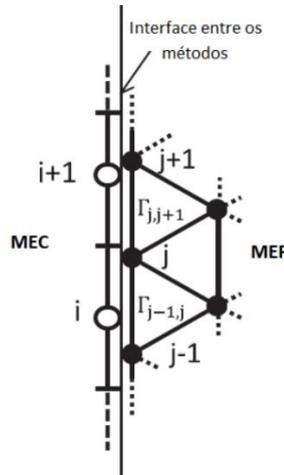


Figura 1: Transferência das condições de contorno. $j-1$, j e $j+1$ são nós do MEF (elemento triangular linear) enquanto i e $i+1$ são nós do MEC (elemento constante).

6.2 Parâmetro de relaxamento α

O parâmetro de relaxamento α é calculado tendo em consideração a minimização do funcional de erro [10]:

$$f(\alpha) = \left\| {}^{(k+1)}_1 \mathbf{Z}(\alpha) - {}^{(k)}_1 \mathbf{Z}(\alpha) \right\|^2 \quad (15)$$

onde ${}_1\mathbf{Z}$ são funções relativas a grandezas calculadas no primeiro subdomínio de acoplamento (subíndice 1) na qual se deseja aplicar o parâmetro de relaxamento para garantir a convergência e/ou acelerar o processo. O parâmetro de relaxamento é calculado para valores relativos às iterações $(k + 1)$ e (k) .

Tomando por base a equação (12) pode-se escrever as equações abaixo (16):

$${}^{(k+1)}{}_1\mathbf{Z} = \alpha {}^{(k+a)}{}_1\mathbf{Z} + (1 - \alpha) {}^{(k)}{}_1\mathbf{Z} \quad (16a)$$

$${}^{(k)}{}_1\mathbf{Z} = \alpha {}^{(k+a-1)}{}_1\mathbf{Z} + (1 - \alpha) {}^{(k-1)}{}_1\mathbf{Z} \quad (16b)$$

Substituindo as equações (16) na equação (15) acima, tem-se:

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \|(\alpha)\mathbf{W}^{(k+a)} + (1 - \alpha)\mathbf{W}^{(k)}\|^2 \\ &= (\alpha^2)\|\mathbf{W}^{(k+a)}\|^2 + 2\alpha(1 - \alpha)(\mathbf{W}^{(k+a)}, \mathbf{W}^{(k)}) + (1 - \alpha)^2\|\mathbf{W}^{(k)}\|^2 \end{aligned} \quad (17)$$

onde a definição produto interno empregada é $(\mathbf{W}, \mathbf{W}) = \|\mathbf{W}\|^2$ e $\mathbf{W}^{(k+a)} = {}^{(k+a)}{}_1\mathbf{Z} - {}^{(k+a-1)}{}_1\mathbf{Z}$.

Para achar o α ótimo que minimiza $f(\alpha)$, deriva-se a equação (17) em relação ao próprio α e iguala-se o resultado à zero. Isto leva a:

$$\alpha\|\mathbf{W}^{(k+a)}\|^2 + (1 - 2\alpha)(\mathbf{W}^{(k+a)}, \mathbf{W}^{(k)}) + (\alpha - 1)\|\mathbf{W}^{(k)}\|^2 = 0 \quad (18)$$

Rearranjando a equação acima, tem-se o valor ótimo de α :

$$\alpha = \frac{(\mathbf{W}^{(k)}, \mathbf{W}^{(k)} - \mathbf{W}^{(k+a)})}{\|\mathbf{W}^{(k)} - \mathbf{W}^{(k+a)}\|^2} \quad (19)$$

6.3 Acoplamento (BEM) Acústico – (FEM) Elastodinâmico

As forças nodais equivalentes de acoplamento sob o subdomínio elastodinâmico devido à interação do fluido pode ser expressa em nível de elemento por [11]:

$$\mathbf{R}_E = \int_{\Gamma} \mathbf{N}_E^T \mathbf{T} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{N}_E^T \mathbf{n}_A \mathbf{N}_A d\Gamma \mathbf{p} = \mathbf{Q}^T \mathbf{p} \quad (20)$$

onde os subíndices E e A , representam os subdomínios elastodinâmico e acústico, respectivamente. Sendo \mathbf{n}_A o vetor normal a interface de acoplamento e \mathbf{Q} a matriz de acoplamento responsável pela transformação em força nodal.

Analogamente as forças de acoplamento sob o subdomínio acústico (distribuição dos fluxos) devido à interação do sólido podem ser expressas em nível de elemento por:

$$q_A = -k_A \rho_A \omega^2 \mathbf{n}_A^T \mathbf{u} \quad (21)$$

6.4 Acoplamento (MEC) Elastodinâmico – (MEF) Acústico

As forças de superfície equivalentes de acoplamento sob o subdomínio elastodinâmico devido à interação do fluido podem ser expressas em nível de elemento por [11]:

$$\mathbf{T}_E = \mathbf{n}_E p \quad (22)$$

Analogamente as forças de acoplamento sob o subdomínio do acústico (fluxos nodais) devido à interação do sólido podem ser expressas em nível de elemento por:

$$\mathbf{R}_A = \int_{\Gamma} \mathbf{N}_A^T k_A \bar{q} d\Gamma = -k_A \rho_A \int_{\Gamma} \mathbf{N}_A^T \mathbf{n}_A^T \mathbf{N}_E d\Gamma \ddot{\mathbf{u}} = -k_A \rho_A \omega^2 \mathbf{Q} \mathbf{u} \quad (23)$$

7. ANÁLISES NUMÉRICAS

Como exemplo considera-se uma barra encastrada sujeita a um carregamento harmónico na frequência uniformemente distribuído. Um esboço do problema, assim como o as condições de contorno impostas, podem ser vistos na figura 2. A análise desse problema será realizada variando-se os subdomínios 1 e 2 entre meio acústico e elastodinâmico, assim como os métodos, entre MEF e MEC e finalmente o nível de discretização em cada método.

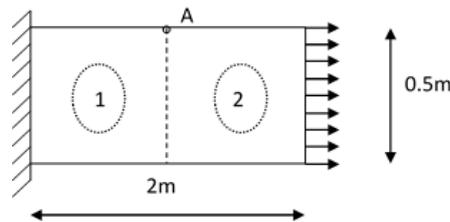


Figura 2: Barra retangular encastrada.

Estudou-se a movimentação horizontal do ponto A, utilizando uma variação de frequência de 5 a 250 rad/s onde, a discretização da frequência utilizada foi: $\Delta\omega = 5 rad/s$.

Serão testadas quatro malhas de FEM e quatro malhas de BEM, que foram combinadas para discretização espacial do problema em questão. Estas foram combinadas de forma conexa e desconexa, conforme apresentado na tabela 1. Dois grupos de malha são automaticamente criados a partir dessa combinação: o grupo de malhas conexas (malhas (A x A), (B x B), (C x C) e (D x D)), com nós coincidentes na interface, e o grupo de malha desconexas (demais malhas da tabela 1), com nós não coincidentes na interface.

7.1 Barra Elastodinâmica-Acústica modelo 1

Nesse exemplo será considerado o subdomínio 1 como meio acústico e o subdomínio 2 meio elastodinâmico (item 6.3), sendo o subdomínio 1 discretizado através do FEM-elastodinâmico e o subdomínio 2 através do BEM-acústico.

Tabela 1: Combinação entre as malhas de FEM e as malhas de BEM.

MEF \ MEC	Malha com 20 elementos lineares	Malha com 40 elementos lineares	Malha com 80 elementos lineares	Malha com 160 elementos lineares
Malha com 25 elementos retangulares	(A x A)			(A x D)
Malha com 100 elementos retangulares		(B x B)		(D x D)
Malha com 400 elementos retangulares			(C x C)	(C x D)
Malha com 1600 elementos retangulares	(D x A)	(D x B)	(D x C)	(D x D)

As propriedades da barra são: $E = 20 \times 10^6 \text{ N/m}$ (módulo de elasticidade), $k = 20 \times 10^6 \text{ N/m}$ (permeabilidade), $\rho = 10 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$ (densidade). O carregamento de intensidade de $20 \times 10^4 \text{ KN/m}$.

Os resultados através de uma malha conexa é apresentados na Figura 3a, uma vez que para esse tipo de acoplamento temos a variável campo como deslocamento pelo lado elastodinâmico. Novamente também é apresentada a solução pelo Método dos Elementos Finitos levando em consideração uma discretização duas vezes maior que a malha D. A convergência fica claramente explicitada através do refinamento das malhas mostrado na Figura 3b das análises entre malhas desconexas, convergência essa obtida novamente com uma baixa média de iterações que pode ser vista para as malhas regulares na figura 4a.

Por fim, apresenta-se na figura 4b o parâmetro de relaxamento α ótimo calculado ao longo do processo iterativo, para as malhas conexas na frequência escolhida de 110 rad/s , até que seja alcançada a convergência. Pode-se notar uma tendência constante do valor de α mesmo com a variação das malhas e seus refinamentos.

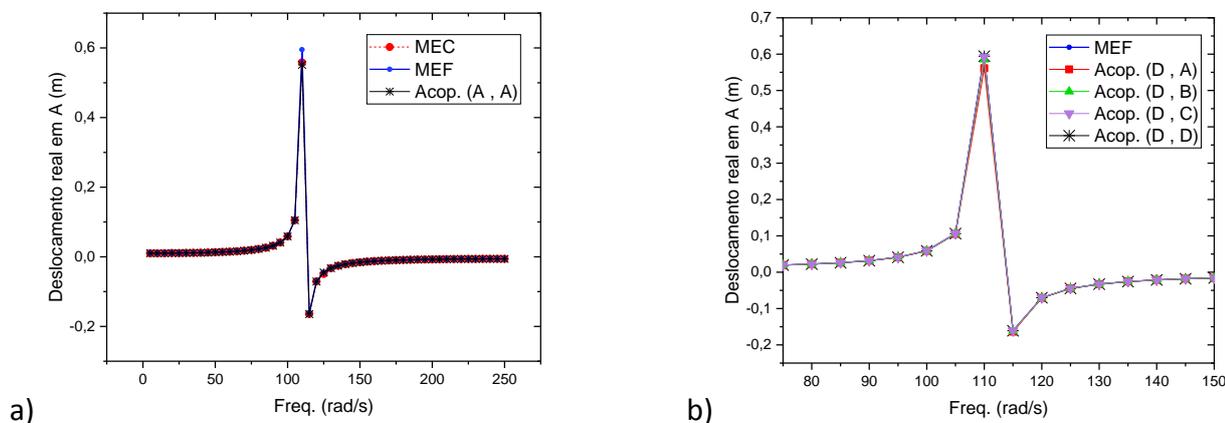


Figura a: Deslocamento real no ponto A; (a) malha AxA; (b) malhas DxA , DxB , DxC e DxD.

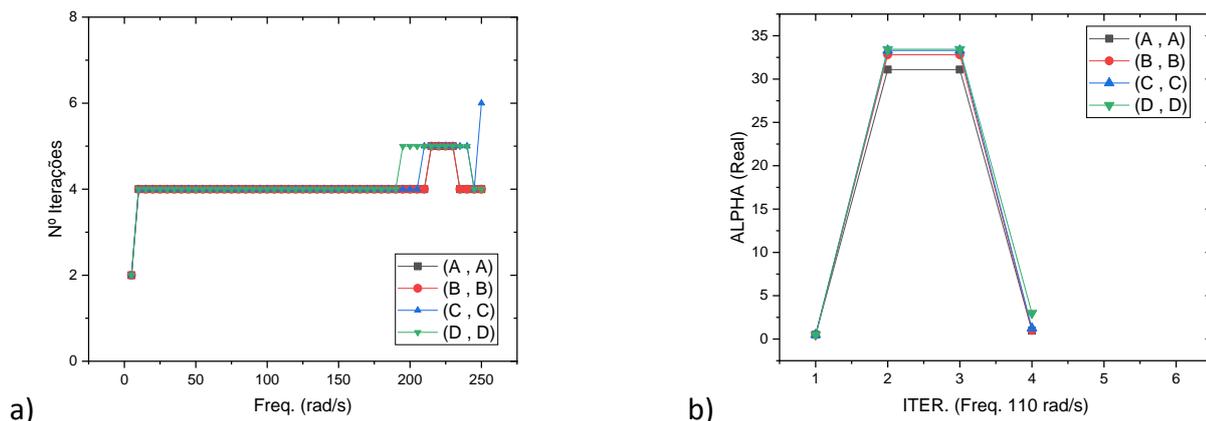


Figura 4: Análise da convergência:(a) Número de interações para convergência; (b) Análise do parâmetro de relaxamento Alfa na frequência de 110 rad/s.

7.2 Barra Elastodinâmica-Acústica modelo 2

Para o quarto exemplo será considerado o subdomínio 1 como meio acústico e o subdomínio 2 como meio elastodinâmico (item 6.4), sendo o subdomínio 1 discretizado através do MEC-elastodinâmico e o subdomínio 2 através do MEF-acústico. As propriedades e carregamento são os mesmos do exemplo anterior.

Um resultado através de uma malha conexa é apresentado na Figura 5a, uma vez que para esse tipo de acoplamento assim como no acoplamento anterior temos a variável campo como deslocamento pelo lado elastodinâmico. Os resultados entre malhas desconexas são apresentados na figura 5b.

Na figura 6a é mostrado o número de iterações, em todas as frequências analisadas, relativas à resolução do problema através das malhas desconexas, verifica-se um baixo número de iterações, embora superior ao primeiro exemplo. Através da comparação entre a Figura 5a e a Figura 6a pode-se perceber que a velocidade de convergência com α aplicado no deslocamento é superior à que se obtém quando é aplicado na pressão.

Por fim, apresenta-se na figura 6b o parâmetro de relaxamento α ótimo calculado em cada iteração para as malhas desconexas na frequência escolhida de 110rad/s , até que seja alcançada a convergência. É possível observar uma diferença significativa em relação ao exemplo anterior, novamente atribuída a aplicação do parâmetro α na pressão ao invés do deslocamento.

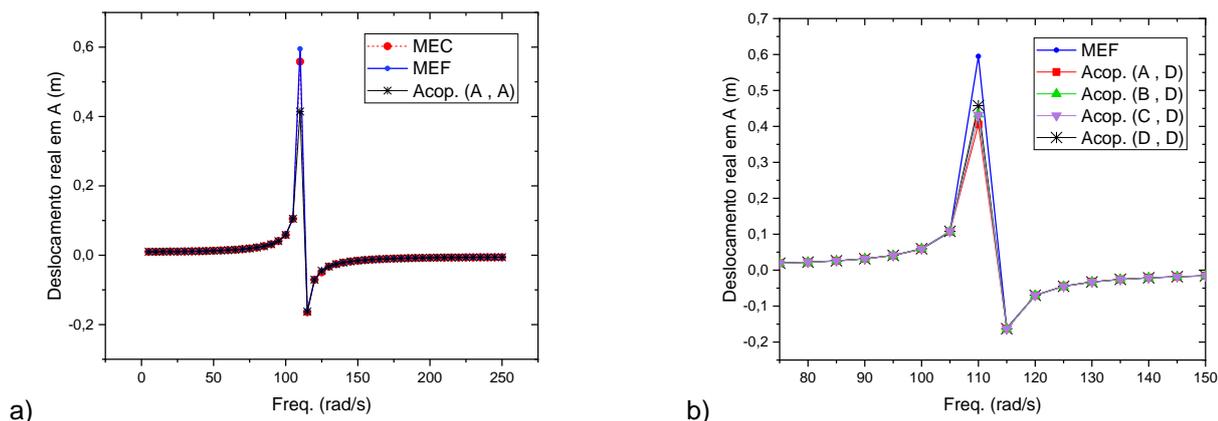


Figura 5: Deslocamento real no ponto A; (a) malha AxA; (b) malhas AxD , BxD , CxD e DxD.

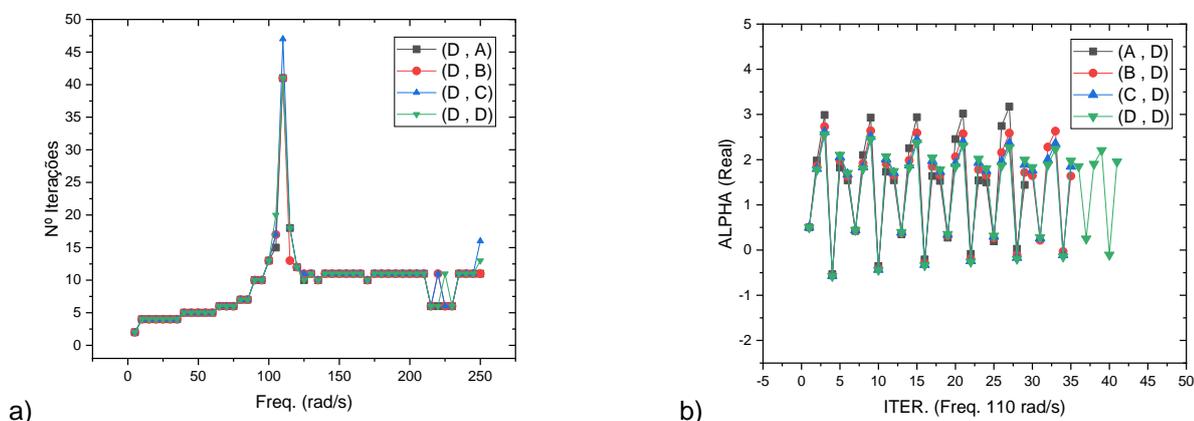


Figura 6: Número de interações para convergência; (a) Malhas conexas; (b) Malha desconexas.

8. CONCLUSÕES

O presente trabalho abordou a aplicação de metodologias de acoplamento entre FEM e BEM para a análise de problemas de interação entre meios acústicos e elastodinâmicos. A independência de discretização e resolução entre os subdomínios modelados torna-se possível devido à utilização de processos iterativos e técnicas de interpolação, apresentando várias vantagens quando comparadas aos esquemas de acoplamento direto. A fim de lidar com este problema, parâmetros de relaxação ótimos foram introduzidos nas análises de acoplamento iterativo, permitindo a convergência num número relativamente baixo de iterações. Uma expressão eficiente e fácil de implementar para calcular os parâmetros de relaxação ótimos foi discutida e testada, fornecendo um procedimento de acoplamento iterativo eficaz e robusto.

AGRADECIMENTOS

This work was partly financed by FCT/MCTES through national funds (PIDDAC) under the R&D Unit Institute for Sustainability and Innovation in Structural Engineering (ISISE), under reference

UIDB/04029/2020; by project POCI-01-0247-FEDER-033990 (iNBRail) co-funded by FEDER, through the Operational Programme for Competitiveness and Internationalization (POCI); and by Base Funding (UIDB/04708/2020) and Programmatic Funding (UIDP/04708/2020) of the CONSTRUCT - Instituto de I&D em Estruturas e Construções - funded by national funds through the FCT/MCTES (PIDDAC). The financial support by CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) and FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais) is also greatly acknowledged.

REFERENCIAS

- [1] Zienkiewicz, O.C., and Taylor, R.L., The finite element method, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2002.
- [2] von Estorff O, editor. Boundary elements in acoustics – advances and applications. Southampton: WIT Press; 2000.
- [3] Dominguez J. Boundary elements in dynamics. Southampton: Computational Mechanics Publications.; 1993.
- [4] Bathe KJ. Finite element procedures. New Jersey: Prentice Hall Inc; 1996.
- [5] Hughes TJR. The finite element method—linear static and dynamic finite element analysis. Mineola, New York: Dover Publications; 2000.
- [6] Gere, JM, and SP Timoshenko., Mecânica dos Sólidos. Vol. I, II,III ,Rio de Janeiro: Livros Tecnicos e Científicos ,1993
- [7] Batchelor, Cx K.; Batchelor, G. K. An introduction to fluid dynamics. Cambridge university press, 1967. [8] Hughes TJR. The finite element method – linear static and dynamic finite element analysis. Mineola, New York: Dover Publications; 2000.
- [9] Becker AA. The boundary element method in engineering. Berkshire: McGraw-Hill; 1992.
- [10] Soares Jr, D., Goncalves, K. A., & de Faria Telles, J. C. (2015). Elastodynamic analysis by a frequency-domain FEM-BEM iterative coupling procedure. Coupled systems mechanics, 4(3), 263-277.
- [11] Matuszyk, P. J., & Demkowicz, L. F. (2014). Solution of coupled poroelastic/acoustic/elastic wave propagation problems using automatic hp-adaptivity. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 281, 54-80.