

## DISEÑO Y CARACTERIZACIÓN VIBROACUSTICA DE PLACAS FONÓNICAS EN RANGO AUDIBLE

PACS: 43.40

Rincón-Carrero, Enrique<sup>1</sup>; Poveda-Martínez, Pedro<sup>1</sup>; Carbajo-San Martín, Jesús<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física, Ingeniería de sistemas y Teoría de la señal, Universidad de Alicante {erc48@alu.ua.es; pedro.poveda@ua.es}.

**Palabras Clave:** Cristales fonónicos; Metamateriales; FEM; Vibración; Propagación de onda

### ABSTRACT.

The control of wave propagation in a solid medium has a wide range of applications in many fields such as telecommunications or civil engineering. In the telecommunications area this control is used for Surface Acoustic Wave (SAW) technology. Furthermore, in civil engineering, the applications are focused on vibration control.

In the present work, these crystals are studied on a reduced scale, designing them by means of the finite element method (FEM). Once the design stage was concluded, a phononic slab with a periodicity of 3x4 was manufactured in Poly methyl methacrylate (PMMA) by using a laser cutter. This slab has been characterised by using a vibrational analysis in an audible range (0 – 20 kHz). In this stage, the Insertion Loss (IL) has been computed as key parameter, being able to validate the behaviour of the structure experimental and numerically. The results of this study can be optimized to design different structures, tuned to the frequency of interest by using the programs developed and the feedback of the experimental results.

### RESUMEN.

El control de la propagación de ondas mecánicas sobre sólidos elásticos es complejo, y presenta un amplio abanico de aplicaciones en el campo de las comunicaciones y de la ingeniería civil, entre otros. Con el fin de controlar la propagación de ondas, han sido ampliamente estudiadas las estructuras periódicas, denominadas normalmente como cristales de sonido o cristales fonónicos.

En el presente trabajo se estudian dichos cristales en una escala reducida, diseñándolos mediante el método de los elementos finitos (FEM). Una vez finalizada la etapa de diseño, se presenta una placa fonónica de periodicidad 3x4, que se mecaniza en metacrilato de colada (PMMA) mediante corte láser. Dicha estructura se analiza mediante técnicas vibroacústicas en un rango de frecuencia audible. En esta etapa de análisis experimental, se hace uso de las pérdidas por inserción como parámetro clave, y se consigue finalmente validar el comportamiento de la estructura diseñada de manera numérica, pudiendo ser este diseño optimizado y sintonizado a otras frecuencias de interés en base a los resultados experimentales.

## 1. INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO

La propagación de ondas en estructuras periódicas resulta de gran interés en diversas ramas de la ciencia, tomando como base la física de estado sólido [1]. Una de sus características más relevantes es la presencia de *bandgaps*, pudiendo ser generados por resonancia o por dispersión, consiguiendo la reflexión de ondas incidentes a determinadas frecuencias. A partir de esta interesante propiedad emergen otras como la localización de defectos, excitación de ondas evanescentes, aplicaciones de guía de onda, focalización de haz, entre otras.

Estas aplicaciones han llevado a realizar grandes esfuerzos para el diseño de nuevos materiales que pueden manipular la luz (cristales fotónicos – *photonic crystals*), las ondas sonoras y elásticas (cristales fonónicos – *phononic crystals*) o incluso ambos tipos de onda a la vez (*phoxonic crystals*). En este proyecto nos enfocaremos en los cristales fonónicos, los cuales han sido ampliamente estudiados para el control de las ondas elásticas en sólidos, siendo de gran utilidad tanto en medios continuos como discretos. Lo cual ha llevado a su estudio sobre todo en el en el ámbito de la ingeniería civil.

En el ámbito civil han sido estudiados cristales fonónicos que exhiben resonancia local en muy baja frecuencia. No obstante, también requieren una buena relación en cuanto a su tamaño, peso y coste. En este contexto podemos encontrar estudios para aplicaciones en medio continuo de barreras acústicas, de algunos metros. Estas ondas son capaces de convertir ondas de Rayleigh en ondas S a partir de estructuras resonantes soterradas [2], consiguiendo atenuar de manera significativa las vibraciones en la superficie. El mismo efecto se ha estudiado mediante el uso de pilares sobre la superficie con una disposición en cuña, tal y como muestra el trabajo realizado por A. Columbi et al [3, 4]. Otras estructuras resonantes bidimensionales que presentan función de barrera acústica son aquellas conformadas por una matriz de inserciones cilíndricas vacías [5–14] o rígidas [14, 16]. A partir de las mismas se comenzó a buscar inserciones más complejas, de tal modo que se pudiera ajustar la resonancia de la estructura, observándose inclusiones cuadradas, en cruz y otras formas más complejas que buscaban imitar estructuras resonantes (masa – muelle) naturales, como es el caso de las telas de araña [2, 9, 10, 13, 17–23].

Evidentemente, la investigación de estos materiales orientada a aplicaciones relativas al ámbito de la ingeniería civil es muy costosa y presenta grandes incertidumbres desde el punto de vista experimental. Por esto, gran parte del esfuerzo se ha enfocado en cálculos numéricos y analíticos, obteniendo diagramas de dispersión a partir de una celda unidad según las zonas de Brillouin y el teorema de Bloch – Floquet. Para esto, y para la comprobación del comportamiento de la estructura, han sido utilizadas diversas metodologías, como puede ser el método de la expansión de onda plana (*Plane Wave Expansión* – PWE) [17, 18], el método de diferencias finitas (*Finite-Difference Time-Domain* – FDTD) o el método de elementos finitos (*Finite Element Method* – FEM) [2, 3, 5–7, 9–1, 13, 14, 18–23, 24, 25], entre otros.

El presente proyecto toma como base estructuras de tamaño relativamente reducido, enfocándose en el diseño numérico y en la caracterización experimental de placas fonónicas de periodicidad bidimensional para la atenuación de frecuencias dentro del rango audible. Trabajar en este rango es clave, ya que se busca diseñar estructuras a una escala razonable, desde el punto de vista económico. Por todo esto se plantea, partiendo de la rama de la vibroacústica, el estudio modal de placas fonónicas que pudieran ser utilizadas como baldosas mitigadoras de vibración de reducido coste, al estar realizada en PMMA (*Poly – Methyl Methacrylate*). A parte de su evidente uso como estructura a escala para caracterización en laboratorio.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

El presente proyecto se encuentra dividido en un apartado de diseño numérico y un apartado de análisis experimental. Por tanto, a lo largo de esta sección serán desarrollados ambos apartados, cuyos resultados quedan presentados en la sección tercera del proyecto.

### 2.1. Diseño numérico del cristal de sonido

El diseño numérico del cristal de sonido busca generar una estructura finita, a una escala trabajable en laboratorio, que presente *bandgaps* completos en rango audible. Para conseguir esto se hizo uso de un *software* de elementos finitos que permitió su análisis de manera sencilla y automatizable. Además, se tomó como material base el metacrilato de colada (PMMA).

Tomando todo esto en consideración, este diseño tuvo dos estadios fácilmente diferenciables. El primero de estos fue el análisis modal, que perseguía la obtención de una celda unidad conveniente. El segundo perseguía determinar la periodicidad necesaria para poder realizar el estudio en una escala razonable, para lo cual se utilizó un análisis armónico.

#### 3.1.1. Análisis modal - Diseño de la celda unidad

El estudio modal planteado trabajara con una celda unidad tridimensional, la cual se extiende de manera periódica en dos de sus tres ejes, tal y como se muestra en la Figura 1, donde queda referenciadas las condiciones de contorno periódicas como  $PBC_x$  y  $PBC_y$  (*Periodic Boundary Condition*) que obedecen a una periodicidad de Bloch-Floquet. El eje que no presenta periodicidad posee una condición de contorno libre,  $FBC_z$  (*Free Boundary Condition*). Adicionalmente,  $a$  hará referencia al lado de la celda y  $H$  a su espesor. Con todo esto queda definida la parametrización de la celda, cuya escisión interna será modificada atendiendo a geometrías circulares, cuadradas y en forma de cruz.

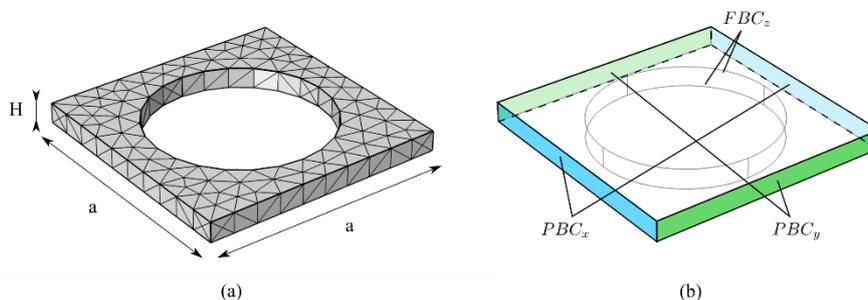


Figura 1 - Presentación de la celda unidad. (a) Malla tridimensional a partir de tetraedros libres y cotas de los parámetros que definen el contorno de la celda unidad. (b) Condiciones de contorno sobre estructura alámbrica.

Para cada una de las celdas se realizará un estudio de las curvas de dispersión sobre las tres direcciones de gran simetría M-  $\Gamma$ -X de la primera zona de Brillouin. Para el cálculo de estas curvas, se debe realizar el análisis modal para cada valor del vector de onda reducido  $k$ , definiéndose un barrido paramétrico sobre este. Este proceso de diseño mediante análisis modal se limitó a celdas entre 4 y 6 cm de lado y a espesores de entre 1 y 5 mm, debido a las limitaciones en el material compositivo y pruebas iniciales de diseño, siendo escogidas inclusiones de geometrías sencillas (cuadradas y circulares), así como algo más maleables (en forma de cruz), variando su factor de llenado.

#### 3.1.2. Análisis armónico - Diseño de la placa fonónica

Con la finalización del análisis modal de celda unidad se obtiene el diseño de la estructura básica de repetición del cristal de sonido. En esta segunda etapa de diseño, basada en un análisis armónico, se busca validar la funcionalidad de dicho diseño con una periodicidad finita y reproducible en laboratorio.

Por todo lo anteriormente expuesto, se plantea un diseño de  $N \times M$  celdas unidad, embebidas en una probeta rectangular, presentada en la Figura 2.

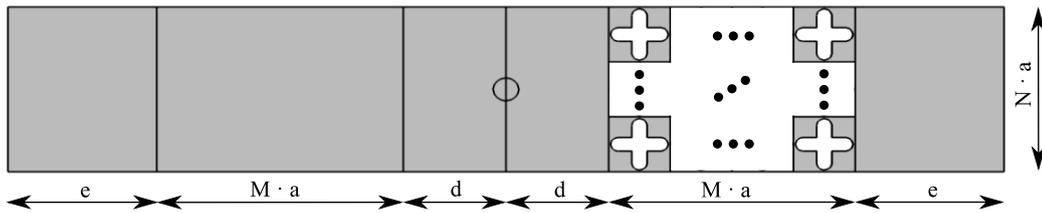


Figura 2 - Diseño de placa fonónica con periodicidad  $M \times N$ . Se distinguen: El lado de la celda ( $a$ ), distancia desde la excitación al cristal ( $d$ ) y desde el final del cristal al final de la probeta ( $e$ ).

La estructura presentada en esta figura se diseña pensando directamente en la caracterización experimental. En esta se puede medir directamente la señal sin el efecto del cristal de sonido en el lateral izquierdo (Sin Cristal – SC), mientras que el lateral derecho queda completamente aislado por el cristal (Con Cristal – CC), dejando la misma distancia entre ambos laterales y el centro, lugar donde se excitará la estructura mediante un desplazamiento prescrito. Además, la periodicidad queda parametrizada por la repetición  $M$  y  $N$  de la celda unidad.

Evidentemente, cuanto mayor sea  $M$  y  $N$ , más se parecerá su comportamiento a un cristal ideal. No obstante, no es posible fabricar una placa infinita, y tampoco debe ser sometida a un pandeo excesivo en configuraciones experimentales. Teniendo esto en cuenta, se decidió que unas dimensiones adecuadas para la placa son las de la Tabla 1.

Tabla 1 - Selección de parámetros para el estudio armónico de la red parcialmente infinita.

Parámetro	Valor	Unidades
$a$	60	mm
$d$	100	mm
$e$	145	mm
$H$	5	mm
$N$	Iterar	-
$M$	Iterar	-

Dando paso a la configuración del método numérico, al contrario que en el estudio modal, se debe haber tenido en cuenta un desplazamiento prescrito y transversal a la estructura, imitando a una excitación que pudiera ser producida por un martillo de impactos o actuador en un análisis experimental. El punto de excitación queda marcado en la estructura mostrada en la Figura 3. Además, se tuvo en cuenta un factor de pérdidas isotrópico de 0.07. Siendo evaluada la función de respuesta frecuencia (FRF) de 25 pares de puntos en las zonas equidistantes al punto de excitación, marcadas en la Figura 3, donde además ya puede observarse la elección de periodicidad  $N = 3$  y  $M = 4$ . Esta elección fue debida a un estudio previo donde se observa que a partir de estas mínimas periodicidades el efecto del cristal es suficientemente apreciable.

## 2.2. Análisis experimental del cristal de sonido

Tras las etapas de diseño numérico se consigue diseñar una placa fonónica de periodicidad bidimensional que cumple con los requisitos necesarios para ser mecanizada y analizada de manera experimental. El diseño queda recogido en la Figura 3, junto con el resultado tras el corte láser.

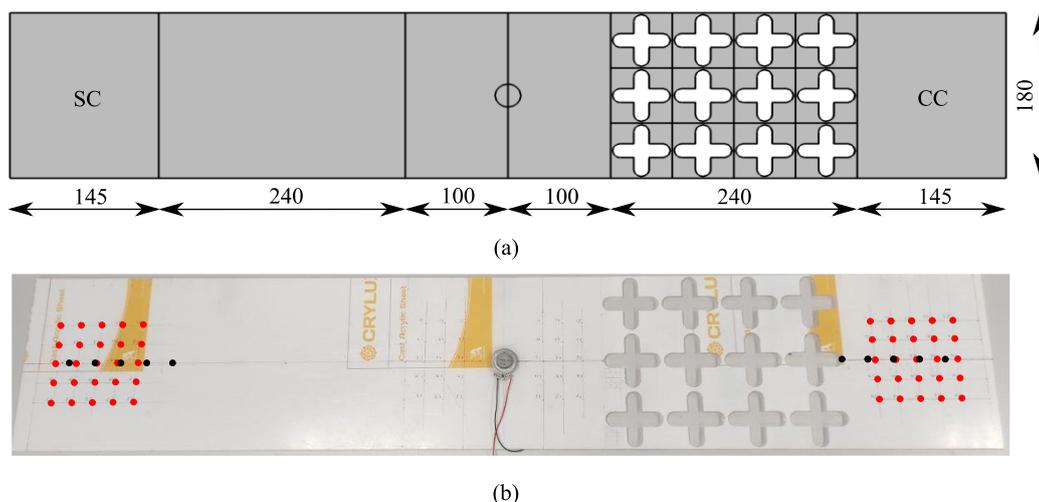


Figura 3 – (a) Placa fonónica de periodicidad finita (4x3). Acotada (mm) y con el punto de desplazamiento prescrito marcado, así como sus regiones: Sin Cristal (SC) y Con Cristal (CC). (b) Placa fonónica en PMMA, quedando marcados los puntos de medida en línea (negro) y en malla de 25 pares de puntos (rojo), siendo claramente visible la ubicación del actuador.

El sistema de medida de medida básico a utilizar busca imitar el análisis numérico previo y queda resumido en la Figura 4. Para este montaje se utilizó ARTA como software de medición, permitiendo generar y emitir la señal excitadora, recibir la señal medida y procesar de manera somera los datos. Para la excitación del sistema se hizo uso de una señal MLS, obteniendo la respuesta al impulso del sistema, mediante el módulo correspondiente (Imp – Impulse Response). Además, para cada uno de los puntos de medida se realizaron 10 mediciones, promediándose de manera lineal para reducir el ruido.

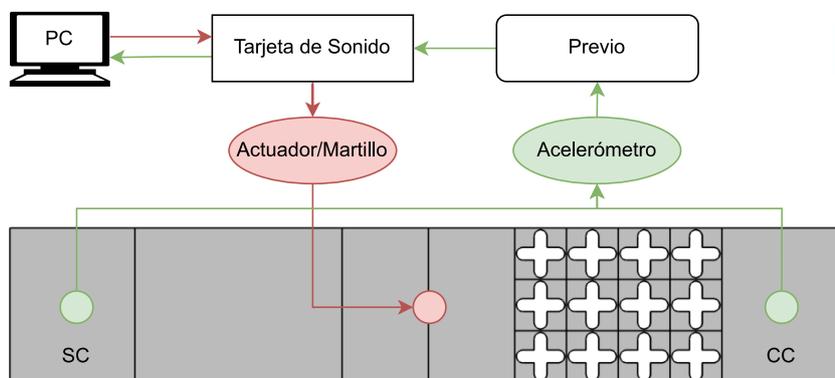


Figura 4 - Configuración básica de medida para la placa fonónica. En rojo quedan marcadas las salidas y en verde se recogen las entradas de datos.

Por otro lado, la señal de excitación generada por ARTA, debía ser recibida por el actuador electrodinámico seleccionado. En este caso se utiliza el actuador HIAX13C02 – 8/RH 12 22, presentando este una impedancia de  $8 \Omega$ , un peso de 10 g y unas dimensiones de 32.2x 26.3x9 mm (alto x ancho x espesor). Teniendo su resonancia en los 500 Hz y una respuesta bastante plana dentro del rango de interés. Aunque se debe tener en cuenta que, una configuración posible puede ser llevada a cabo haciendo uso de una respuesta impulsiva, mediante un martillo de impactos de pequeñas dimensiones, obviando el paso de generación de señales de excitación. Una vez que se excita el sistema, se debe captar la señal mediante un sensor adecuado. Se ha escogido el uso de un acelerómetro con unas dimensiones lo suficientemente reducidas. El acelerómetro seleccionado, de Brüel & Kjær, es el DeltaTron® Tipo 4514 – B – 002. Presentando un diámetro de 12 mm y un peso de 8.7 g.

Los acelerómetros utilizados requieren alimentación y amplificación, para este acondicionamiento de señal se requiere el uso de un preamplificador (Previo en la Fig. 3.20). Para esto se hace uso del acondicionador de señal de Brüel & Kjær tipo 1704 – A – 002. El único elemento que resta por comentar es la tarjeta de sonido, siendo utilizada la TASCAM® US – 144MKII. Siendo esta una tarjeta de sonido de cuatro canales con conexión USB 2.0. Evidentemente, la conexión con el actuador se hace mediante una de sus interfaces de salida y la interconexión con el acelerómetro se lleva a cabo mediante el uso de su interfaz de entrada.

Para finalizar con la configuración de medida, se realizaron diferentes configuraciones para evaluar las condiciones de contorno mediante la medición de una línea de puntos en lugar de una malla de 25 pares de puntos, tal y como se observa en la Figura 3 siendo observado que su estudio completamente apoyada sobre un lecho de fibra de poliéster es suficiente como para considerarse una configuración completamente libre, dando paso por tanto a la imitación de los puntos de medida numéricos mostrados en la Figura 3 de manera experimental.

### 3. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este apartado se discutirá los resultados más relevantes del diseño y análisis numérico, así como su validación experimental.

#### 3.1. Análisis de la celda unidad

A lo largo del presente proyecto han sido estudiados 3 tipos diferentes de geometrías básicas de celda unidad cuadrada, presentando inclusiones en forma circular, cuadrada y de cruz.

En términos generales, del estudio modal de estas tres geometrías puede ser extraído que la frecuencia de los modos de vibración es directamente proporcional a las dimensiones de la celda (lado y espesor), mientras que a aumentar el factor de llenado la densidad modal disminuye, aumentando por tanto los *bandgaps*. Además, es posible observar la existencia de *bandgaps* más amplios y una menor dispersión modal en las estructuras con inserciones en forma de cruz, tal y como muestra la Figura 5, para el mismo factor de llenado.

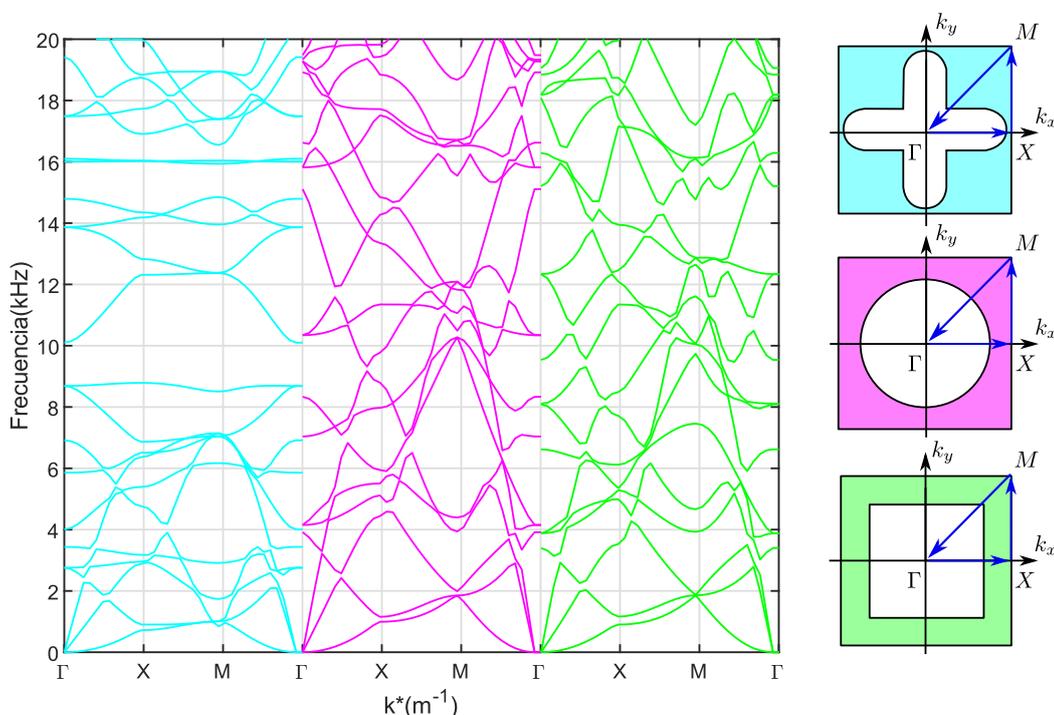


Figura 5 - Comparativa de curvas de dispersión - celdas unidad con inclusiones en forma de cruz, cuadradas y circulares. Mismas condiciones en cuanto al espesor ( $H = 5 \text{ mm}$ ), lado de la celda unidad ( $a = 6 \text{ cm}$ ) y factor de llenado ( $f = 43 \%$ ).

Por todo, se presenta en la Figura 6 el diseño final de la celda escogida para la mecanización de la placa fonónica. Marcando los bandaps en rojo ( $\Gamma \rightarrow X$ ), verde ( $X \rightarrow M$ ) y azul ( $M \rightarrow \Gamma$ ), encasillando los completos. Finalmente, se enumeran frecuencias fundamentales que limitan bangaps completos. Además, en la Tabla 2 quedan resumidos los parámetros relevantes de la geometría de la celda.

Tabla 2 - Resumen de los parámetros de la celda unidad seleccionada y su simbología.

Parámetro	Simbología	Valor	Unidades
Lado	$a$	60	mm
Espesor	$H$	5	mm
Largo de brazo	$b$	56	mm
Curvatura de brazo	$c$	7.5	mm

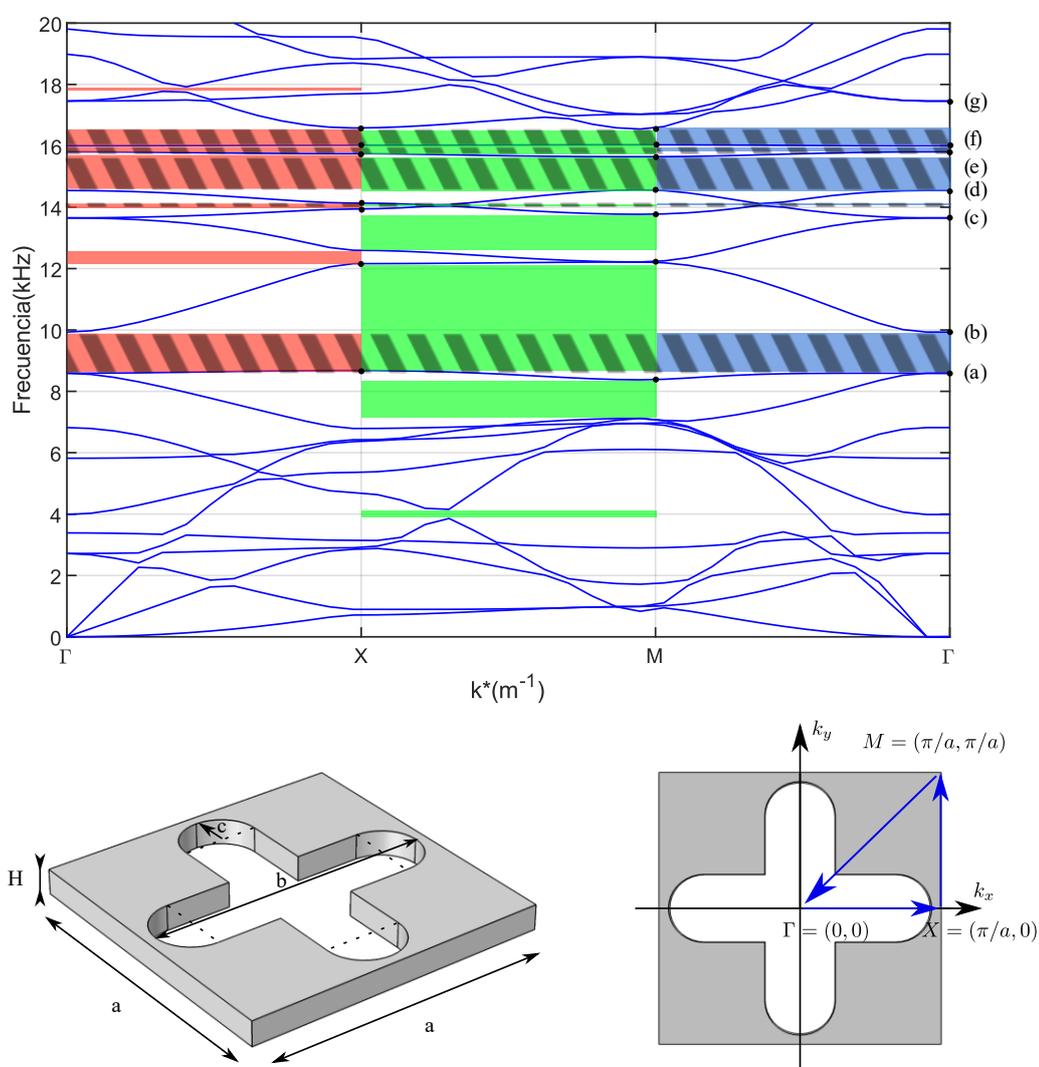


Figura 6 - Diseño final de la celda unidad mediante metodología numérica. Quedando marcados los bandgaps parciales en rojo, verde y azul, sobre estos, los bandgaps se han sombreado en las curvas de dispersión. Quedan especificadas cada una de las direcciones de máxima simetría y numeradas las frecuencias fundamentales que limitan a la estructura.

### 3.2. Análisis de la placa fonónica

Tras aplicar el diseño de la celda unidad, justificado en la sección anterior, a la placa fonónica mostrada en la Figura 6, se pueden analizar de manera conjunta los datos de las curvas de dispersión de la celda unidad con periodicidad de Bloch Floquet (Figura 7), junto con las curvas IL promediadas de los 25 pares de puntos obtenidas numérico-experimentalmente. Esta comparativa muestra los bandgaps de la placa fonónica coinciden tanto de manera numérica como experimental siendo observados entre: 2.9 y 4.8 kHz; 8.8 y 10.6 kHz y 14 y 17.3 kHz. Observándose a su vez como los bandgaps predichos tomando como base únicamente la celda unidad, no coinciden completamente con los de una geometría de periodicidad finita, pero si que son funcionales en una primera etapa de diseño.

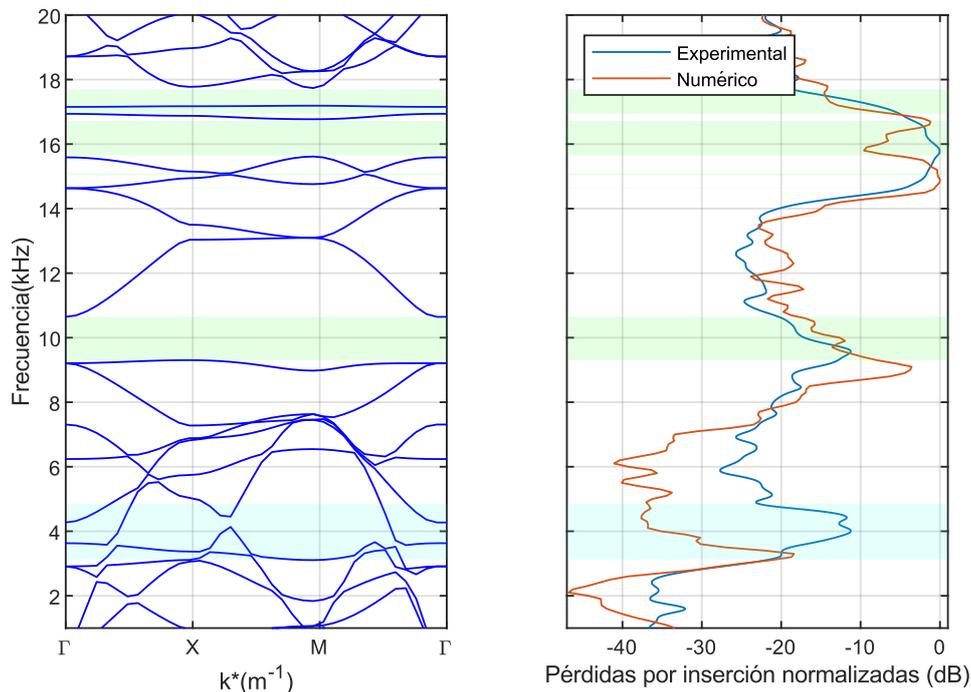


Figura 7 - Comparativa de placas fonónicas de periodicidad finita junto a las curvas de dispersión, presentando estas últimas una periodicidad infinita en sus dos ejes (PBC - Periodic Boundary Condition). Comparación entre 7 y 25 pares de puntos de medida en una placa de periodicidad 3x4. 7p hace referencia a los 7 pares de puntos de media en la línea central de placa, mientras que 25p hace referencia a los 25 pares de puntos medidos en una malla de 5x5.

### 4. CONCLUSIONES

Tras el análisis en profundidad tanto de los resultados como los procedimientos llevados a cabo para el diseño y caracterización del cristal de sonido (placa fonónica) que finalmente se ha mecanizado y estudiado, es posible extraer diversas conclusiones.

La primera consideración, y en base a los resultados obtenidos, es que es posible atenuar de manera significativa bandas de frecuencia sintonizables mediante estructuras completamente pasivas, como es el caso de la plancha de metacrilato propuesta en este proyecto, la cual consigue hasta 40 dB de atenuación en su tercer bandgap. No obstante, por el hecho de atravesar el cristal, el resto de las frecuencias también serán atenuadas, pero de manera significativamente menor, existiendo al menos una diferencia de 20 dB respecto a este tercer bandgap.

Además de esto, se han podido validar otras configuraciones de medida y diseño, diferentes a las que se suelen utilizar en la bibliografía referenciada, realizando tanto las simulaciones como las medidas en un estado estacionario y a escala, teniendo en consideración las reflexiones de las ondas elásticas a lo largo de la estructura y sus formas modales. En contraposición con los estudios normalmente encontrados, que realizan simulaciones únicamente en medios continuos con barreras de baja reflexión (Perfect Match Layer – PML) y medidas o bien en un entorno libre (aplicaciones de ingeniería civil) o mediante pulsos controlados y filtrados.

Finalmente, resulta conveniente comentar que el filtro diseñado se comporta como cualquier otro tipo de filtro banda eliminada, y a pesar de ir comparando de manera recurrente con las curvas de dispersión ideales, queda patente como los tres bandgaps que se visualizan claramente de manera experimental son armónicos. Esto queda patente en la Figura 7, aunque no se observe de manera clara en las curvas de dispersión ideales.

## REFERENCIAS

- [1] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 8th ed. John Wiley & Sons, Inc, 2004.
- [2] M. Miniaci, A. Krushynska, F. Bosia, and N. M. Pugno, “Large scale mechanical metamaterials as seismic shields,” *New J. Phys.*, vol. 18, no. 8, 2016, doi: 10.1088/1367-2630/18/8/083041.
- [3] A. Colombi et al., “Enhanced sensing and conversion of ultrasonic Rayleigh waves by elastic metasurfaces,” *Sci. Rep.*, vol. 7, no. 1, pp. 1–9, 2017, doi: 10.1038/s41598-017-07151-6.
- [4] A. Colombi, D. Colquitt, P. Roux, S. Guenneau, and R. V. Craster, “A seismic metamaterial: The resonant metawedge,” *Sci. Rep.*, vol. 6, no. Umr 7249, pp. 1–6, 2016, doi: 10.1038/srep27717.
- [5] S. Hemon et al., “Hypersonic band gap in an AlN-TiN bilayer phononic crystal slab,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 104, no. 6, 2014, doi: 10.1063/1.4864310.
- [6] S. Brûlé, E. H. Javelaud, S. Enoch, and S. Guenneau, “Experiments on seismic metamaterials: Molding surface waves,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, no. 13, 2013, doi: 10.1103/PhysRevLett.112.133901.
- [7] J. Zhao, B. Bonello, L. Becerra, O. Boyko, and R. Marchal, “Focusing of Rayleigh waves with gradient-index phononic crystals,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 108, no. 22, 2016, doi: 10.1063/1.4953168.
- [8] S. Brule, S. Enoch, and S. Guenneau, “Flat lens for seismic waves,” no. September 2012, 2016, [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1602.04492>.
- [9] Q. Du, Y. Zeng, G. Huang, and H. Yang, “Elastic metamaterial-based seismic shield for both Lamb and surface waves,” *AIP Adv.*, vol. 7, no. 7, 2017, doi: 10.1063/1.4996716.
- [10] M. Miniaci et al., “Observation of a Lamb band gap in a polymer waveguide with periodic cross-like cavities,” pp. 1–25, 2017, [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1710.11546>.
- [11] S. Brûlé, E. H. Javelaud, S. Enoch, and S. Guenneau, “Flat lens effect on seismic waves propagation in the subsoil,” *Sci. Rep.*, vol. 7, no. 1, pp. 1–9, 2017, doi: 10.1038/s41598-017-17661-y.
- [12] M. Miniaci et al., “Experimental observation of a large low-frequency band gap in a polymer waveguide,” *Front. Mater.*, vol. 5, no. February, pp. 1–9, 2018, doi: 10.3389/fmats.2018.00008.
- [13] W. Zhao, Y. Xu, Y. Yang, Z. Tao, and Z. H. Hang, “Multiband acoustic waveguides constructed by two-dimensional phononic crystals,” *Appl. Phys. Express*, vol. 13, no. 9, pp. 0–6, 2020, doi: 10.35848/1882-0786/abaf7.

- [14] S. Kacin et al., “Seismic metamaterials for low-frequency mechanical wave attenuation,” *Nat. Hazards*, vol. 107, no. 1, pp. 213–229, 2021, doi: 10.1007/s11069-021-04580-5.
- [15] H. Search et al., “Spanning the scales of mechanical metamaterials,” 2017.
- [16] Y. Achaoui, T. Antonakakis, S. Brûlé, R. V. Craster, S. Enoch, and S. Guenneau, “Clamped seismic metamaterials: Ultra-low frequency stop bands,” *New J. Phys.*, vol. 19, no. 6, pp. 1–21, 2017, doi: 10.1088/1367-2630/aa6e21.
- [17] S. A. El-Naggar, S. I. Mostafa, and N. H. Rafat, “Complete band gaps of phononic crystal plates with square rods,” *Ultrasonics*, vol. 52[1] S. A, no. 4, pp. 536–542, 2012, doi: 10.1016/j.ultras.2011.11.006.
- [18] N. Kherraz et al., “Experimental full wavefield reconstruction and band diagram analysis in a single-phase phononic plate with internal resonators,” *J. Sound Vib.*, vol. 503, pp. 1–9, 2021, doi: 10.1016/j.jsv.2021.116098.
- [19] A. Krasnok et al., “Hierarchical large-scale elastic metamaterials for passive seismic wave mitigation,” *EPJ Appl. Metamaterials*, vol. 8, 2021, doi: 10.1051/epjam/2021009.
- [20] M. Mazzotti, I. Bartoli, and M. Miniaci, “Modeling bloch waves in prestressed phononic crystal plates,” *Front. Mater.*, vol. 6, no. April, 2019, doi: 10.3389/fmats.2019.00074.
- [21] A. O. Krushynska, M. Miniaci, F. Bosia, and N. M. Pugno, “Coupling local resonance with Bragg band gaps in single-phase mechanical metamaterials,” *Extrem. Mech. Lett.*, vol. 12, pp. 30–36, 2017, doi: 10.1016/j.eml.2016.10.004.
- [22] M. Miniaci, A. Krushynska, A. B. Movchan, and F. Bosia, “Spider web-inspired acoustic metamaterials,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 071905, 2016.
- [23] M. Miniaci, A. Marzani, N. Testoni, and L. De Marchi, “Complete band gaps in a polyvinyl chloride (PVC) phononic plate with cross-like holes: Numerical design and experimental verification,” *Ultrasonics*, vol. 56, pp. 251–259, 2015, doi: 10.1016/j.ultras.2014.07.016.
- [24] A. Madeo, G. Barbagallo, M. Collet, M. V. d’Agostino, M. Miniaci, and P. Neff, “Relaxed micromorphic modeling of the interface between a homogeneous solid and a band-gap metamaterial: New perspectives towards metastructural design,” *Math. Mech. Solids*, vol. 23, no. 12, pp. 1485–1506, 2018, doi: 10.1177/1081286517728423.
- [25] A. Palermo, S. Krödel, A. Marzani, and C. Daraio, “Engineered metabarrier as shield from seismic surface waves,” *Sci. Rep.*, vol. 6, pp. 1–10, 2016, doi: 10.1038/srep39356.