

## ANÁLISIS NUMÉRICO DEL AISLAMIENTO PRODUCIDO POR BARRERAS BASADAS EN CRISTALES DE SONIDO EN INCIDENCIA OBLICUA

**PACS:** 43.50. Gf, 43.28. Fp, 43.55. Ti.

Ramírez-Solana, David\*<sup>1,2</sup>; Galiana-Nieves, Jaime<sup>2</sup>; Redondo, Javier<sup>3</sup>; Picó, Rubén<sup>3</sup>; Mangini, Agostino Marcello<sup>1</sup>; Fanti, Maria Pia<sup>1</sup>;

<sup>1</sup>Dipartimento di Ingegneria Elettrica e dell'Informazione, Politecnico di Bari, Via Orabona, 4, 70125, Bari, Italia \*[david.ramirezsolana@poliba.it](mailto:david.ramirezsolana@poliba.it)

<sup>2</sup>Universitat Politècnica de València, Camí de Vera, s/n, 46022, Valencia, España

<sup>3</sup>Instituto de Investigación para la Gestión Integrada de Zonas Costeras, Universitat Politècnica de València, Campus de Gandía. C. Paranimf, 1., 46730 Gandia, España

**Palabras Clave:** Barreras acústicas, Metamateriales, Acústica computacional, Cristales de sonido

### ABSTRACT.

The implementation of metamaterials in acoustic barriers has meant a great improvement in many of their properties and a wide range of possibilities for design and adaptation to different cases of noise study. However, in most of the cases, the study of the acoustic behaviour of these devices is limited to the case of normal incidence. The main purpose of this work is to analyse the insulation of barriers based on Sonic Crystals with oblique incidence using different simulation techniques in frequency domain (FEM) and time domain (FDTD).

### RESUMEN.

La implementación de metamateriales en barreras acústicas ha supuesto una gran mejora en muchas de sus propiedades y un gran abanico de posibilidades de diseño y adaptación a diferentes casos de estudio del ruido. Sin embargo, en la gran mayoría de casos, el estudio del comportamiento acústico de estos dispositivos se limita al caso de incidencia normal. El propósito principal de este trabajo es analizar el aislamiento de barreras basadas en cristales de sonido (Sonic Crystals) con incidencia oblicua utilizando diferentes técnicas de simulación en dominio frecuencial (FEM) y temporal (FDTD).

### 1. INTRODUCCIÓN

Los cristales de sonido (CS) son uno de los metamateriales acústicos más conocidos y extendidos en el campo de la acústica ambiental. La eficacia de éstos ha sido demostrada originalmente como barreras de sonido [1], pero también como difusores [2] y guías de onda [3]. Su composición heterogénea formada por matrices de dispersores rígidos embebidos en un fluido (normalmente aire) forma una estructura periódica que se repite, según la constante de red ( $a$ ), es decir, la distancia entre los dispersores que forman la matriz. Debido a la dispersión múltiple y dependiendo de la geometría, aparecen bandas de frecuencia en las cuales las ondas no se propagan. Estos rangos frecuenciales se denominan bandas prohibidas (Band Gaps, BGs, en inglés). En los cristales de red cuadrada, en la dirección X, la frecuencia central de los BGs siguen una relación armónica:

$$f_{Bragg} = \frac{nc_0}{2a}. \quad (1)$$

Donde  $c_0$  es la velocidad de propagación del sonido en el fluido (aire) [m/s],  $n$  es el índice de Band gaps. El estudio del aislamiento producido por los BGs en las barreras de cristales de sonido se ha centrado principalmente a lo largo de los años en la incidencia normal ( $0^\circ$ , dirección X) y el estudio puntual de ángulos de incidencia pequeños [4] [5] [6].

En este trabajo, se plantea un estudio numérico del aislamiento producido por estas barreras de cristales de sonido en incidencia oblicua. Para ello se analiza el aislamiento de la barrera en condiciones de campo difuso. Se pretende así proporcionar una descripción del problema más cercana a la realidad, ya que las ondas sonoras que inciden en la barrera lo hacen desde diferentes direcciones.

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1. Modelos de Simulación

En la Figura 1 se presenta un esquema del modelo simulado con el método de elementos finitos (Finite Element Method, FEM) en dominio de frecuencias y el método de diferencias finitas en dominio de tiempos (Finite-Difference in the Time-Domain, FDTD). Con objeto de reducir el coste computacional se ha implementado un modelo 2D en el plano OXY, asumiendo que la barrera es infinita en la dirección del eje Z. El CS estudiado presenta simetría cuadrada con constante de red  $a = 0,1714$  m y 3 filas de dispersores cilíndricos completamente rígidos inmersos en aire, cuya velocidad de propagación del sonido y densidad son, respectivamente,  $c_0 = 341$  m/s y densidad  $\rho = 1,21$  kg/m<sup>3</sup>. Según (1), la frecuencia central del primer BG del CS ( $n = 1$ ) es  $f_{Bragg} = 1$  kHz. Los dispersores tienen un radio de 0,0686 m, por lo que el factor de llenado (filling factor, ff en inglés), definido como  $ff = 2 \cdot \text{radio}/a$ , es del 80%.

En ambos métodos, se analiza el aislamiento producido por las barreras de CS mediante el parámetro de las pérdidas de transmisión (TL) definido como:

$$TL = 20 \cdot \log_{10} \left| \frac{P_d}{P_t} \right|, \quad (2)$$

donde  $P_d$  es la presión sonora sin la barrera y  $P_t$  es la presión después de colocar la barrera de CS. Ambas presiones se evalúan en diversos puntos a una distancia de 1 metro tras la barrera (ver Fig. 1).

El rango frecuencial estudiado es aquel que contempla la normativa europea EN 1793-6 [7] para el aislamiento del ruido de tráfico, (100-5000 Hz). Para las 18 bandas de frecuencia la resolución espectral es de 16 frecuencias por cada banda de tercio de octava.

La fuente emisora se simula en el modelo por medio de una onda plana incidente (OPI) con  $p = 1$  atm que viaja de izquierda a derecha en el aire, y dentro del dominio de simulación. Se han realizado diversas simulaciones variando el ángulo de incidencia desde  $0^\circ$  (incidencia normal) hasta  $90^\circ$  (incidencia rasante).

El tamaño de la malla utilizada determina la precisión y convergencia de la simulación, pero también el tiempo de cálculo. Para obtener unos resultados precisos que no empleen un tiempo excesivo de simulación se opta por un mallado con tamaño de la octava parte de la longitud de onda correspondiente a la frecuencia superior de trabajo,  $f_{max} = 5$  kHz, asegurando la convergencia de los dos métodos.

## 2.2. Método de Elementos Finitos

Para las simulaciones con FEM se ha utilizado el software comercial COMSOL Multiphysics. En el modelo, se aplica una condición de periodicidad de Floquet en los contornos horizontales (inferior y superior). Se genera así, un modelo equivalente a una barrera de longitud semi-infinita. Esta condición de contorno depende del vector de onda  $\mathbf{k}$  y varía para cada frecuencia y cada ángulo de incidencia. El vector  $\mathbf{k}$  se proyecta en las componentes cartesianas ( $k_x$  y  $k_y$ ):

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{2\pi f}{c_0} \cos(\theta) \\ k_y &= \frac{2\pi f}{c_0} \sin(\theta) \end{aligned} \quad (3)$$

Con objeto de evitar reflexiones indeseadas, se han diseñado capas perfectamente ajustadas (Perfectly Matched Layers, PML) como dominios junto a los contornos laterales [8]. A fin de suavizar la variación de la presión local, se promedia la presión cuadrática de una serie de puntos antes de aplicar la fórmula de la ecuación (2).

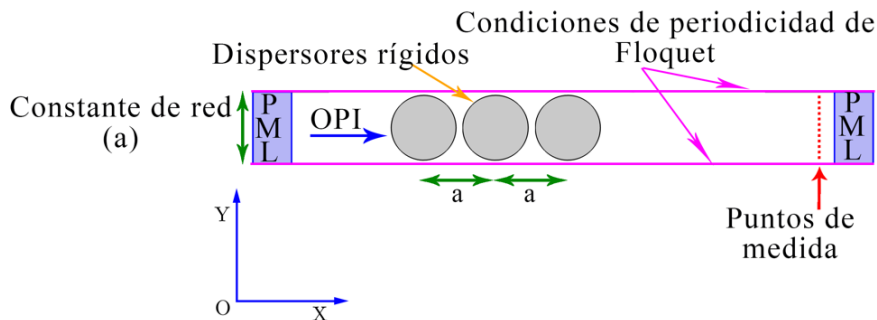


Figura 1 – Modelo 2D de barrera semi-infinita de CS de 3 filas

## 2.3. Método de Diferencias Finitas en Dominio Temporal

El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) es posiblemente una de las técnicas más sencillas de onda completa utilizadas para resolver problemas de electromagnetismo, tanto desde el punto de vista conceptual como de su aplicación. El método FDTD emplea diferencias finitas como aproximaciones a las derivadas espaciales y temporales que aparecen en las ecuaciones de Maxwell. La técnica fue propuesta por primera vez por K. Yee [9] en electromagnetismo.

Maloney y Cummings [10] adaptaron el método al campo de la acústica utilizando las ecuaciones de conservación del momento y de continuidad, que se transforman en ecuaciones de diferencia central, obteniendo fórmulas de actualización para la presión sonora y la velocidad de las partículas.

El modelo 2D de la barrera de CS utilizado en FDTD es análogo al descrito en el apartado 2.2. Sin embargo, para las condiciones de contorno de Floquet se utiliza el método seno-coseno, comúnmente aplicado en simulaciones de estructuras periódicas de electromagnetismo [11].

## 2.4. Incidencia en campo difuso

El objetivo principal de este trabajo es el estudio del aislamiento producido por la barrera basadas en CS cuando la onda incide de forma difusa. Para ello, además del análisis detallado del coeficiente de transmisión de cada ángulo, se promedian los resultados de dichos ángulos según la fórmula propuesta por Dijckmans et al. [12]:

$$\bar{\tau}(f) = \frac{\int_{0^{\circ}}^{\theta_{lim}} \tau(f, \theta) \cos(\theta) d\theta}{\int_{0^{\circ}}^{\theta_{lim}} \cos(\theta) d\theta} \quad (4)$$

Donde  $\bar{\tau}(f)$  es el coeficiente de transmisión,  $\theta$  es el ángulo de incidencia y  $\theta_{lim}$  es el ángulo límite considerado en la incidencia difusa. El valor del coeficiente de transmisión en función de cada ángulo de incidencia se calcula a partir del TL (2) obtenido en las simulaciones, de la siguiente manera  $\tau(f, \theta) = 10^{-\frac{TL(f, \theta)}{10}}$ .

Pese a que la incidencia rasante sería hasta  $\theta_{lim} = 90^{\circ}$ , diversos estudios han confirmado que, en una aproximación más cercana a los resultados experimentales, el ángulo límite puede variar entre  $78^{\circ}$  y  $85^{\circ}$  [13] [14]. La eliminación de la incidencia de los ángulos superiores se justifica debido a que el campo sonoro cerca de la pared no es perfectamente difuso, por lo que no hay energía sonora que incida en las barreras por encima de un ángulo rasante mayor que  $78^{\circ}$  aproximadamente. Por otro lado, el término  $\cos(\theta)$  de la ecuación (4) asegura que la influencia de la incidencia rasante en la contribución de la integral es despreciable. En este estudio se evalúan simulaciones hasta  $\theta_{lim} = 85^{\circ}$ .

### 3. RESULTADOS

En la Fig. 2 se muestra en escala de colores el coeficiente de transmisión obtenido mediante ambos métodos de simulación FEM y FDTD en función de la frecuencia, siendo el color azul (0 transmisión) el valor máximo de aislamiento. Cabe destacar la gran similitud entre los resultados con ambos métodos. En incidencia normal, se observan dos intervalos frecuenciales centrados aproximadamente en 125 Hz y 370 Hz por debajo del primer BG ( $f = 1$  kHz) en los que se produce cierto aislamiento, debido a las resonancias de Fabry-Perot. La barrera está sintonizada para que el metamaterial presente el máximo aislamiento alrededor de 1000 Hz. El aislamiento se consigue también en incidencia oblicua a esta frecuencia, aunque se ve la reducción del ancho del BG con el aumento del ángulo de incidencia hasta  $60^{\circ}$ .

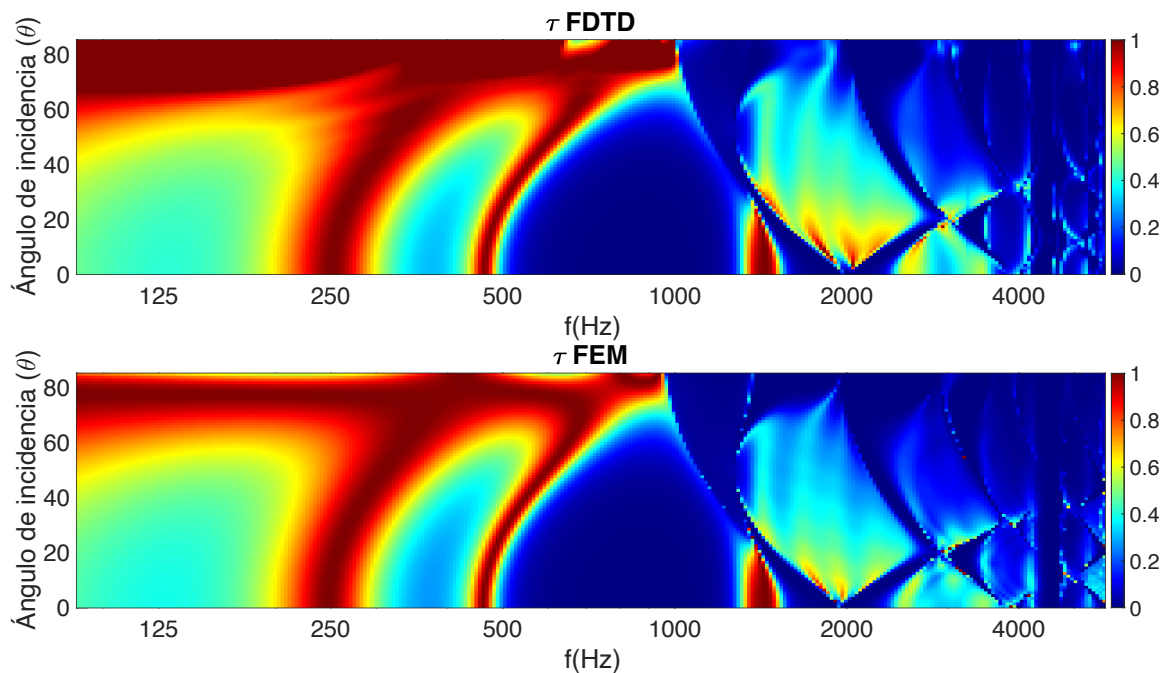


Figura 2 -Coeficiente de transmisión de la barrera basada en CS en función del ángulo de incidencia.

La similitud entre los resultados de ambos métodos es notable, las pequeñas diferencias se deben a las diferencias de las mallas definidas con cada uno de los métodos para el mismo modelo. Un ejemplo es un pequeño retardo en la velocidad de fase de las simulaciones FDTD que provoca las variaciones en los valores de pico con respecto a los obtenidos con FEM.

En la Fig. 3 se muestran las pérdidas por transmisión, TL, en función de la frecuencia para las incidencias de 0°, 45° y 70°. Hasta la frecuencia del segundo BG, las diferencias en los resultados obtenidos con ambos métodos son muy pequeñas. Sin embargo, conforme aumenta el ángulo de incidencia se observa que esas diferencias aumentan y se producen a más alta frecuencia.

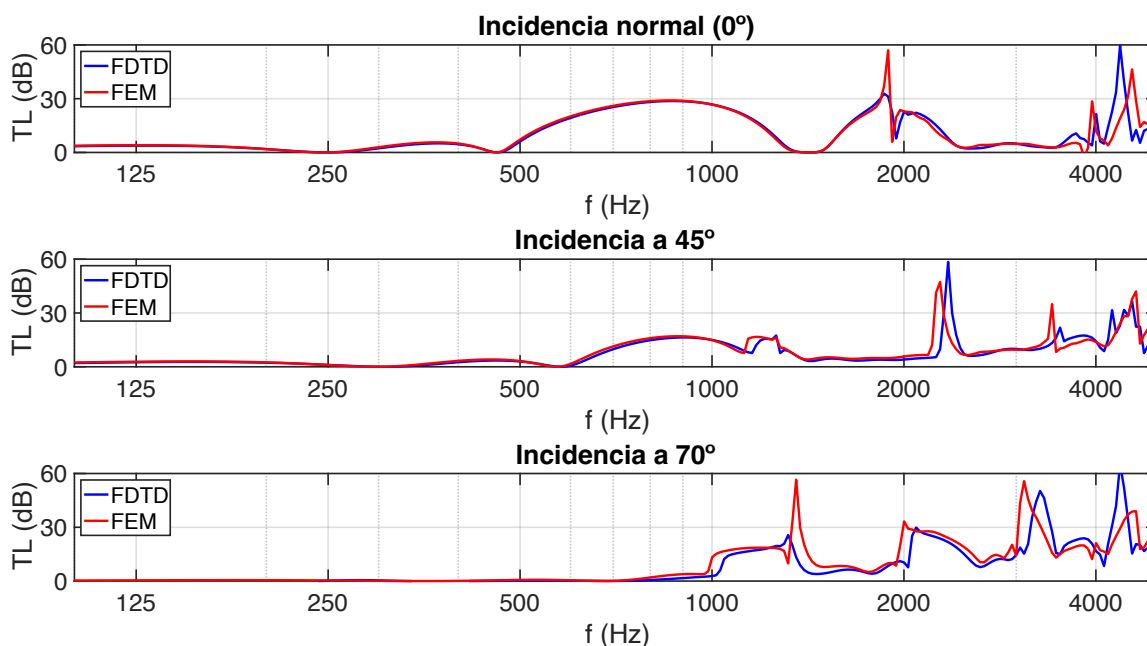


Figura 3 – Pérdidas de transmisión (TL) obtenidas en las simulaciones FEM y FDTD para diferentes ángulos de incidencia.

A fin de observar estas variaciones con una perspectiva más completa, se presenta el TL en la Fig. 4 con todos los ángulos de incidencia (hasta el ángulo límite). Donde hasta, aproximadamente 1,5 kHz, los valores coinciden a la perfección, y posteriormente las variaciones se mantienen para ambos métodos, pero diferenciándose únicamente en sus valores máximos de pico. Como se ha comentado previamente, la interpretación de un espectro para un único ángulo parecía indicar que el segundo BG (2 kHz) se desplazaba hacia frecuencias más altas, sin embargo, ahora se observa una división de este en dos máximos, uno hacia frecuencias más bajas y otro que aumenta en frecuencia. Este extraño patrón indica que, a excepción de incidencia normal y ángulos cercanos a la incidencia rasante, el aislamiento producido por la barrera para esta frecuencia es prácticamente nula.

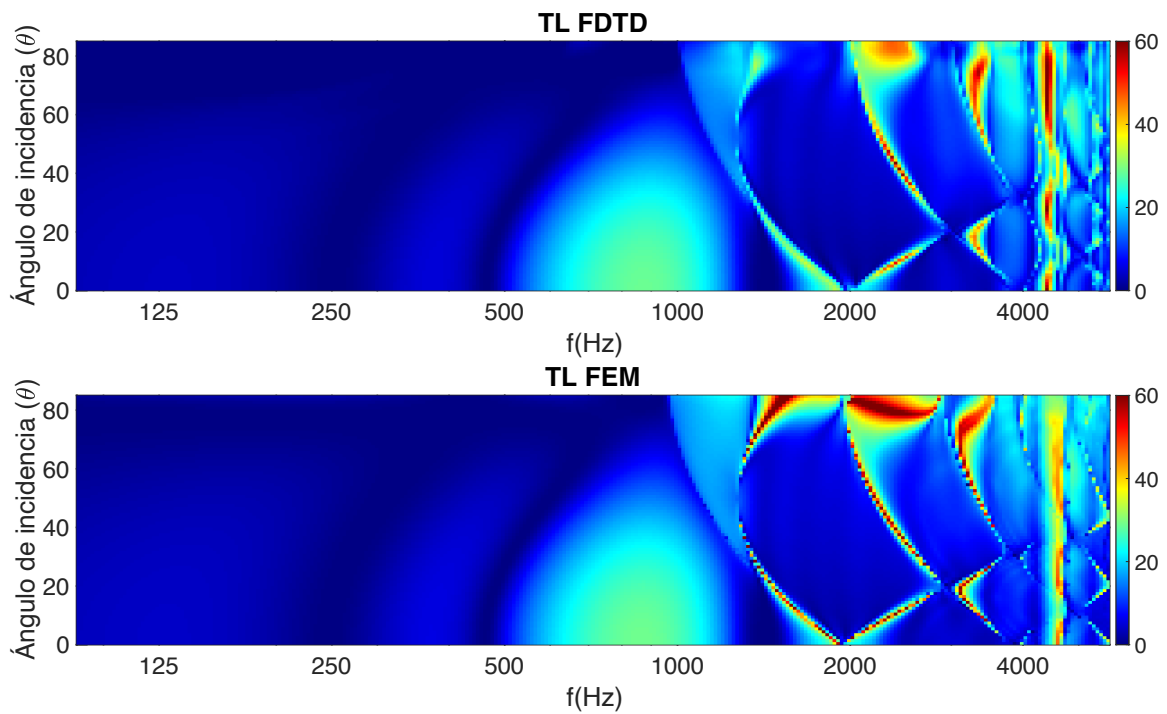


Figura 4 -Pérdida de transmisión (TL) de ambos métodos en función del ángulo de incidencia.

En la Fig. 5, se representan las pérdidas por transmisión de la barrera de CS en un diagrama polar en función del ángulo de incidencia para diferentes frecuencias. Las frecuencias escogidas son las centrales de las resonancias de Fabry-Perot y del primer BG donde la barrera produce mayor aislamiento. Para prácticamente todos los casos se observa una reducción en la efectividad de la barrera conforme aumenta el ángulo de incidencia. En el caso de 1 kHz se produce un aumento del aislamiento para ángulos superiores a 60°. Este comportamiento es debido a la presencia del segundo BG (2 kHz a 0°) que se desplaza hacia frecuencias más bajas al aumentar el ángulo de incidencia, tal y como se observa en la Fig. 4.

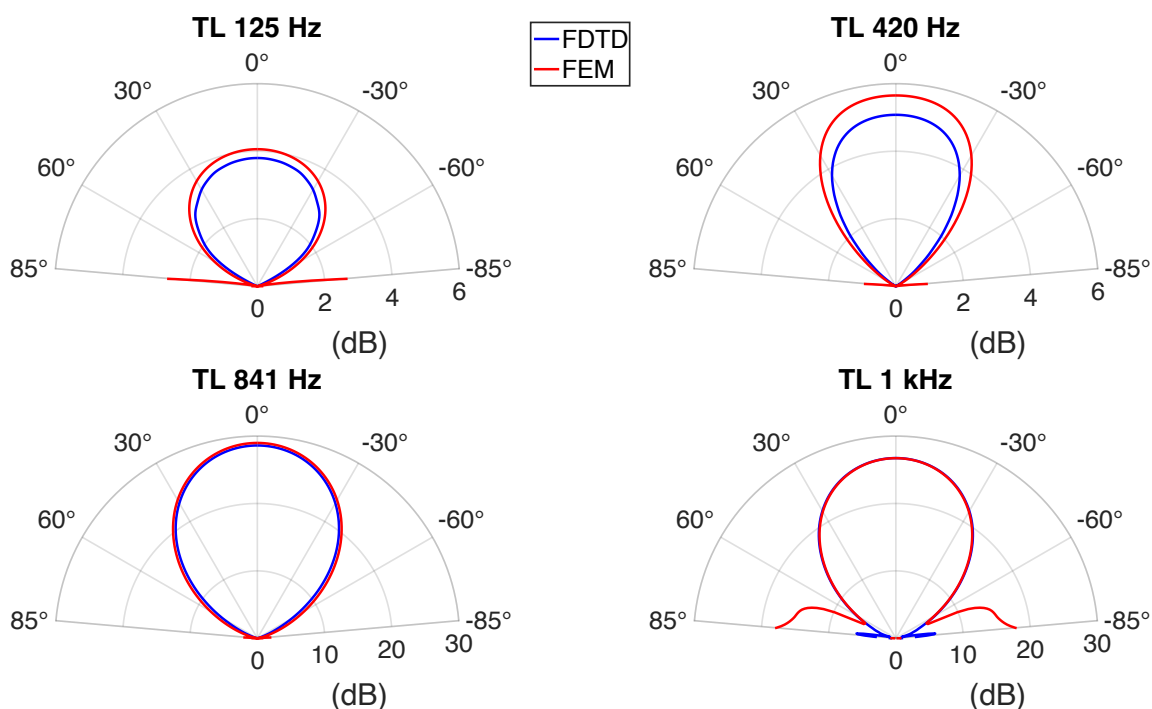


Figura 5 – Diagramas polares de las pérdidas de transmisión (TL) para diferentes frecuencias de interés

En la Fig. 6 se muestra el TL de la barrera en campo difuso, es decir, ponderando todos los ángulos según (4). El espectro del TL difuso muestra diferencias significativas con respecto del TL en incidencia normal. En primer lugar, se observa una pérdida de aislamiento en el BG principal en campo difuso como resultado de la integración de la contribución ponderada a el aislamiento de todos los ángulos de incidencia. Efectivamente, la simetría del cristal es distinta en función de la dirección de incidencia de la onda. Así, como se muestra en la Fig. 2, el primer BG reduce su ancho de banda conforme aumenta el ángulo de incidencia dando lugar a un menor aislamiento del campo difuso resultante. Esta reducción en el valor del primer BG de 30 dB a 15 dB aproximadamente, indica una clara dependencia de éste con el ángulo de incidencia. Por la misma razón, el segundo BG también se reduce significativamente.

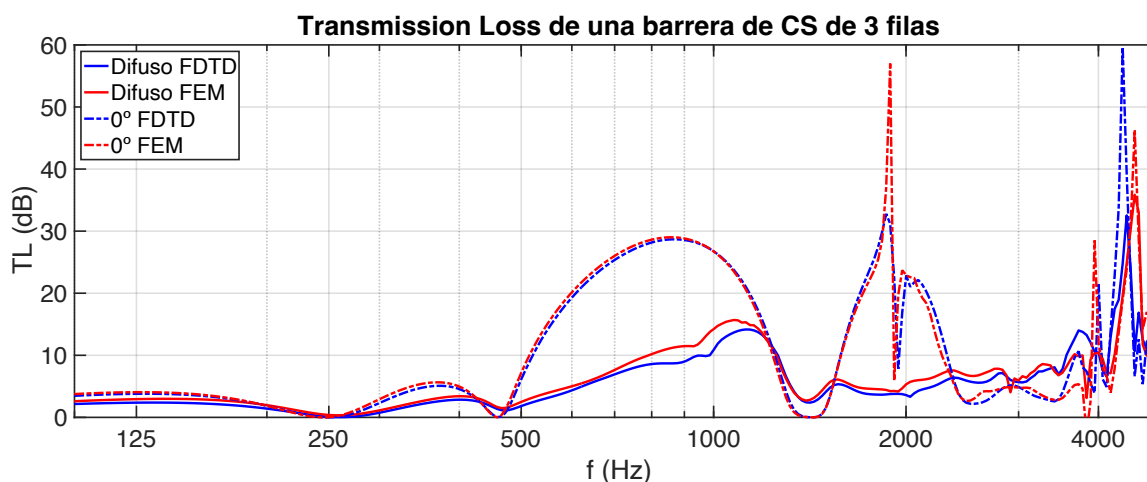


Figura 6 – Pérdidas de transmisión (TL) ponderadas para incidencia a campo difuso y a incidencia normal

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un estudio mediante simulaciones acústicas de dos métodos, uno en dominio frecuencial (FEM) y otro en dominio temporal (FDTD) del aislamiento en incidencia difusa de una barrera de CS de red cuadrada con tres filas de dispersores. El modelo de simulación es el mismo para los dos métodos. El principal reto en el diseño de una barrera de CS consiste en que su anchura sea comparable con las tradicionales para atenuar suficientemente las baja frecuencias, dentro del espectro contemplado por la normativa europea. La utilizada en este modelo con 49,31 cm de anchura aporta niveles de aislamiento muy competitivos. El aislamiento de la barrera en campo difuso presenta pérdidas por transmisión significativamente diferentes a los obtenidos a incidencia normal. Por ello, además de la respuesta del aislamiento a la incidencia normal, se destaca la necesidad de considerar la respuesta a otras incidencias.

#### REFERENCIAS

- [1] Sanchez-Perez, J. V.; Rubio, C.; Martinez-Sala, R.; Sanchez-Grandia, R.; Gomez, V., «Acoustic barriers based on periodic arrays of scatterers,» *Applied Physics Letters*, vol. 81, nº 27, pp. 5240-5242, 2002.
- [2] Redondo, J.; Picó, R.; Sánchez-Morcillo, V.; Woszczyk, W., «Sound diffusers based on sonic crystals,» *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 134, p. 4412, 2013.
- [3] Miyashita, T., «Sonic crystals and sonic wave-guides,» *Meas. Sci. technol.*, vol. 16, nº R47, 2005.
- [4] Morandi, F.; Marzani, A.; De Cesaris, S.; D'Orazio, D.; Barbaresi, L.; Garai, M., «Sonic crystals as tunable Noise Barriers,» *Rivista Italiana di Acustica*, vol. 4, pp. 1-19, 2016.
- [5] Castiñeira-Ibáñez, S.; Romero-García, V.; Sánchez-Pérez, J.V.; Garcia-Raffi, L.M., «Periodic systems as road traffic noise reducing devices; prototype and standarization,» *Environmental Engineering and Management Journal*, vol. 14, nº 12, pp. 2759-2769, 2015.
- [6] Stoica, L.G.; Gori, P., «Analysis and optimization of sonic crystal based acoustic screens,» *Rivista Italiana di Acustica*, vol. 44, nº 1, pp. 36-46, 2020.
- [7] European Committee for Standardization. EN 1793-6:2018 , *Road traffic noise reducing devices - Test method for determining the acoustic performance - Part 6: Intrinsic characteristics - In situ values of airborne sound insulation under direct sound field conditions*, 2018.
- [8] Berenguer JP., «A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves,» *J. Comput. Phys.*, vol. 114, pp. 185-200, 1994.



- [9] Yee, K., «Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media,» *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 14, nº 3, pp. 302-307, 1966.
- [10] Maloney, J.G.; Cummings, K.E., «Adaption of FDTD techniques to acoustic modelling,» *1th Annu. Rev. Prog. Applied Computational Electromagnetics*, vol. 2, p. 724, 1995.
- [11] Taflove, A; Hagne, S.C., *Computational electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, 3rd edition, 2005.
- [12] Dijkmans,A.; Vermeir,G.; Laurics, W., «Sound transmission through finite lightweight multilayered structures with thin air layers,» *The Journal of Acoustical Society of America*, vol. 128, nº 3513, 2010.
- [13] Sharp. B., «Prediction methods for the sound transmission of building elements,» *Noise Control Eng. J.*, vol. 11, p. 5363, 1978.
- [14] Kang, H.; Kim,J. and Kim H., «Prediction of sound transmission loss through multilayered panels by using Gaussian distribution of directional incident energy,» *The Journal of Acoustical Society of America*, vol. 107, pp. 1413-1420, 2000.