

AVALIAÇÃO NUMÉRICA DAS PERDAS VISCOTÉRMICAS USANDO O MÉTODO DAS SOLUÇÕES FUNDAMENTAIS

Matheus Duarte Veloso¹, Paulo Amado Mendes¹, Luís Godinho¹, Javier Redondo Pastor²

¹Universidade de Coimbra, ISISE, Departamento de Engenharia Civil

{matheus.veloso@student.dec.uc.pt, pamendes@dec.uc.pt, lgodinho@dec.uc.pt}

²Universitat Politècnica de València, Research Institute for the Integrated Management of Coastal zones

{fredondo@fis.upv.es}

Resumo

Muitos materiais e soluções acústicas possuem geometrias com pequenos ductos cheios de ar, cujo comportamento se desvia daquele previsto por modelos acústicos lineares. Na realidade, nesses casos, é necessário levar em consideração os efeitos de dissipação ao longo das várias superfícies internas dos sistemas / materiais que ocorrem nas camadas limite viscosas e térmicas. De maneira a ser capaz de prever adequadamente o comportamento desses sistemas, é necessário utilizar modelos que, fisicamente, levam aqueles fenômenos em consideração. Dentre estes, destacamos a consideração das equações de Navier-Stokes como equações governantes, em vez da equação Helmholtz, o que geralmente conduz a modelos muito exigentes computacionalmente e apenas aplicável para casos simples. Por esse motivo, outras estratégias têm sido desenvolvidas para esse fim, buscando simplificar a simulação destes sistemas, nomeadamente utilizando condições de contorno equivalentes que podem representar, em modelos lineares, as perdas que ocorrem nas camadas limite do contorno viscoso e térmico. No presente trabalho, a possibilidade de implementação de uma estratégia deste tipo (BLI - *Boundary Layer Impedance*), juntamente com o Método das Soluções Fundamentais (MFS – *Method of Fundamental Solutions*) é estudada, a fim de permitir a consideração do efeito das perdas viscotérmicas de uma forma eficiente e precisa. O método é implementado e validado, comparando os resultados com aqueles obtidos através do software de elementos finitos COMSOL, utilizando as equações linearizadas de Navier-Stokes, avaliando também os limites em que é válido.

Palavras-chave: modelos numéricos, MFS, acústica, perdas viscotérmicas, BLI.

Abstract

Many acoustic materials and solutions present geometries with small air-filled ducts, whose behavior deviates from that predicted by linear acoustic models. In reality, in these cases, it is necessary to take into account the dissipation effects along the various internal surfaces of these systems / materials that occur in the viscous and thermal boundary layers. In order to be able to adequately predict the behavior of these systems, it is thus necessary to use more complex models, which physically take these phenomena into account. Among these, we highlight the consideration of the Navier-Stokes equations as governing equations, instead of the Helmholtz equation, which usually leads to computationally very demanding models and only applicable to simple cases. For this reason, other strategies have been developed for this purpose, seeking to simplify the simulation of these systems, namely using equivalent boundary conditions that can represent, in linear models, the losses that occur in the viscous and thermal boundary layers. In the present work, the possibility of implementing a strategy of this type (BLI-*Boundary Layer Impedance*) together with the Method of Fundamental Solutions (MFS) is studied, in

order to allow the consideration of the effects of viscothermal losses in an efficient and accurate way. The method is implemented and validated by comparing the results with those obtained through the finite elements software COMSOL, using the linearized Navier-Stokes equations, also evaluating the limits in which it is valid.

Keywords: numerical models, MFS, acoustic, visco-thermal losses, BLI.

PACS no. 43.20.Fn

1 Introdução

Muitos materiais têm geometrias relativamente reduzidas ou estreitas quando comparadas com o seu volume geral e, nestes casos, a acústica linear não é capaz de representar o fenômeno físico da maneira correta. Assim, é necessário utilizar modelos que representem as perdas acústicas, como por exemplo o modelo com perdas viscotérmico. Além disso, para resolver este tipo de problema é necessário utilizar modelos numéricos que considerem as perdas viscotérmicas.

Recentemente, têm surgido bastantes estudos sobre acústica viscotérmica, como os trabalhos de Kampinga [1, 2] e Berggren et al. [3]; contudo, na maioria das vezes, os modelos numéricos utilizados (FEM - *Finite Element Method* e BEM - *Boundary Element Method*) apresentam alto custo computacional. Este trabalho propõe a avaliação dos efeitos viscotérmicos, em problemas acústicos, utilizando o Método das Soluções Fundamentais (MFS).

Sabe-se que as equações completas de Navier-Stokes podem ser usadas para modelar a propagação de ondas acústicas na presença de camadas limite viscosas e térmicas. No entanto, este processo não é simples e Berggren et al. [3] propuseram representar os efeitos da camada limite viscotérmica utilizando condições de contorno aplicadas à equação de Helmholtz para o caso isentrópico. Além disso, outros métodos foram usados, como *Fully-Linearized Navier Stokes* (FLNS), ou ainda a simplificação deste método, geralmente com FEM, como pode ser visto nos artigos de Nijhof et al. [4] e o método proposto por Bossart et al. [5].

Assim como o FEM, o BEM também pode incorporar os efeitos viscotérmicos de maneiras diferentes, o que pode ser visto nos artigos de Henriquez et al. [6] e Risby Andersen et al. [7]. Por último, os autores usaram a decomposição de Kirchhoff e o BLI (*Boundary Layer Impedance*) para avaliar a absorção sonora de ressoadores Helmholtz com diferentes geometrias de pescoço.

No presente trabalho, uma adaptação do MFS foi realizada de forma a poder avaliar os efeitos viscotérmicos usando o BLI. Além disso, o MFS-BLI foi aplicado em dois exemplos computacionais; o primeiro sendo um guia de ondas e o segundo sendo uma geometria mais complexa. O método é implementado e validado pela comparação dos resultados obtidos através do método dos elementos finitos utilizando o software COMSOL (usando as equações linearizadas de Navier-Stokes) e também pela comparação dos resultados obtidos por Kampinga [1]. Por fim, os modelos com perdas viscotérmicas foram aplicados aos problemas de barreiras acústicas e comparados com resultados obtidos através do MFS e validados experimentalmente com protótipos em escala reduzida.

2 Modelo numérico de propagação incorporando perdas

Nesta seção, a teoria por trás das equações acústicas viscotérmicas e o método numérico usado para incluir o efeito das perdas viscosas e térmicas em simulações acústicas são apresentadas.

2.1 Abordagem do tipo *Boundary layer impedance*

Seguindo Berggren et al. [3], as equações compressíveis de Navier-Stokes podem ser linearizadas e assumir-se que o sistema é conduzido por uma condição de contorno não homogênea e que é excitado por uma onda originada em campo distante. Além disso, para obedecer às condições que satisfaçam a lei dos gases e considerando que as condições de contorno isotérmicas na parede foram impostas, uma região próxima à parede, medida em termos de espessura da camada limite, é definida abaixo, onde se aplicam as equações da camada limite acústica

$$i\omega \frac{\rho}{\rho_0} + \nabla_T \cdot \mathbf{u} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$i\omega \mathbf{u} + \frac{1}{\rho_0} \nabla_T p - v \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial y^2} = \mathbf{0}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$i\omega \rho_0 c_V T + p_0 \left(\nabla_T \cdot \mathbf{u} + \frac{\rho}{\rho_0} - \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0, \quad (4)$$

onde $\mathbf{u} = (u, 0, w)$ é a projeção do vetor velocidade $\mathbf{U} = (u, v, w)$ no plano da parede, p_0 e ρ_0 são a pressão estática e a massa volúmica, respetivamente, no ar, T , ρ e p são a amplitude complexa da perturbação acústica em temperatura, massa volúmica e pressão, respetivamente, c_V é a capacidade de calor específico em volume constante e κ é a condutividade térmica. O termo ∇_T é a projeção do operador ∇ tangencial à superfície, ou seja, para uma superfície em um plano xOz :

$$\nabla_T = \left(\frac{\partial}{\partial x}, 0, \frac{\partial}{\partial z} \right). \quad (5)$$

2.2 Método das Soluções Fundamentais

De acordo com os autores Martins et al. [8], a propagação do som dentro de um espaço 2D pode ser matematicamente definida no domínio da frequência, pela equação diferencial parcial de Helmholtz,

$$\nabla^2 p + \frac{\omega^2}{c^2} p = - \sum_{k=1}^{NS} Q_k \delta(x_k^f, \mathbf{x}), \quad (6)$$

onde $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; p é a pressão acústica, $k = \frac{\omega}{c}$; $\omega = 2\pi f$; f é a frequência; c é a velocidade de propagação do som dentro do meio acústico; NS é o número de fontes no domínio; Q_k é a magnitude da fonte real existente localizada em $x_k^f(x_k^f, y_k^f)$; \mathbf{x} é um ponto do domínio localizado em (x, y, z) e $\delta(x_k^f, \mathbf{x})$ é a função generalizada delta de Dirac.

As condições de contorno para o problema (impostas em \mathbf{x} na fronteira) são dadas por:

$$p(\mathbf{x}) = k_d \text{ para } \mathbf{x} \in \Gamma \quad (7)$$

$$\frac{\partial p(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{n}} = k_n \text{ para } \mathbf{x} \in \Gamma \quad (8)$$

$$B_1 p(x) + B_2 \frac{\partial p(x)}{\partial \mathbf{n}} = k_r \text{ para } x \in \Gamma \quad (9)$$

onde k_d , k_n e k_r são as constantes de Dirichlet, Neumann e Robin, respetivamente.

Considerando a presença de uma fonte sonora, colocada dentro deste domínio de propagação, em $x_0(x_0, y_0)$, é possível estabelecer a solução fundamental para a pressão sonora incidente, primeira derivada da pressão e velocidade normal de partícula em um ponto x , conforme sugerido por Martins [9], que pode ser escrito como

$$\text{pressão: } G(x, x_0) = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(kr), \quad (10)$$

$$\text{1º derivada: } \frac{\partial G(x, x_0)}{\partial \mathbf{n}} = H(x, x_0, \mathbf{n}) = \frac{ik}{4} H_1^{(2)}(kr) \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}}, \quad (11)$$

$$\text{velocidade: } \frac{i}{\rho\omega} \frac{\partial G(x, x_0)}{\partial \mathbf{n}} = \frac{i}{\rho\omega} H(x, x_0, \mathbf{n}) = -\frac{1}{4\rho c} H_1^{(2)}(kr) \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}}, \quad (12)$$

onde $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$.

O método das soluções fundamentais é usado aqui para calcular a resposta no domínio da frequência para um guia de ondas e uma geometria mais complexa que serão apresentados mais tarde. De acordo com os trabalhos de Godinho et. al [10, 11], esta solução é obtida como uma combinação linear de soluções fundamentais usando muitas fontes virtuais NVS com amplitude A_l (com $l = 1, \dots, NVS$). Essas fontes são colocadas fora do domínio de interesse. Assim, o campo de pressão pode ser calculado como:

$$p(x) = \sum_{l=1}^{NVS} [A_l G(x_l^v, x)] + P_{\text{inc}}(x), \quad (13)$$

onde A_l são as amplitudes desconhecidas que serão calculadas pela imposição de condições de contorno e G é uma solução fundamental no ponto x para as fontes virtuais localizadas em x_l^v . $P_{\text{inc}}(x)$ representa um campo de pressão incidente gerado por algumas fontes sonoras presentes no domínio. Em muitos casos, quando o MFS é usado, ele tem um número pontos de colocação igual ao de fontes virtuais, resultando em um sistema (NVS x NVS). Este sistema é construído prescrevendo em cada ponto de colocação x_m as condições de contorno corretas de acordo com as Equações (7), (8) e (9). Ao aplicar este procedimento, obtém-se

$$\sum_{l=1}^{NVS} A_l \frac{\partial G(x_l^v, x_m)}{\partial \mathbf{n}} = -\frac{\partial P_{\text{inc}}(x_m)}{\partial \mathbf{n}}, \quad (14)$$

para a Equação (14) (no caso de superfícies rígidas), obtém-se um sistema NVS \times NVS resultante, que após ser resolvido permite obter a pressão acústica em qualquer ponto do domínio pela aplicação da Equação (13).

2.3 Método das Soluções Fundamentais com perdas viscotérmicas

Nesta secção, o efeito da camada limite (Equações (1), (2), (3) e (4)) é aproximado através de uma condição de contorno. Além disso, este procedimento será usado em conjunto com o MFS para resolver problemas acústicos, incorporando perdas viscotérmicas.

Para resolver o problema de atenuação acústica provocada por barreiras, considere-se a solução MFS tradicional, ou seja, isentrópica para domínio e limites onde não há perdas viscotérmicas (Equação (6)). O efeito de possíveis perdas térmicas e viscosas ocorrendo ao longo dos limites do domínio de propagação discretizado é explicado pela imposição de uma condição de contorno especial. Esta condição de contorno especial pode ser consultada em algumas referências, como no trabalho de Bossart et al. [5] ou Schmidt e Thöns-Zueva [12]. Os autores usam aqui a condição de contorno do tipo Wentzel sugerida por Nijhof [13] e Berggren et al. [3], com o formato

$$-\delta_v \frac{i-1}{2} \nabla_T^2 p + \delta_T k_0^2 \frac{(i-1)(\gamma-1)}{2} p + \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad (15)$$

onde k_0 é o número de onda do ar, γ é a proporção de calores específicos. δ_v e δ_T são, respetivamente, as espessuras das camadas limites acústicas viscosa e térmica, que podem ser definidas como

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}, \quad (16)$$

$$\delta_T = \sqrt{\frac{2\lambda}{\omega\rho_0 C_P}} \quad (17)$$

onde ν é a viscosidade cinemática do ar e λ é a condutibilidade térmica do ar.

3 Exemplos de aplicação numéricos

Nesta secção, serão apresentados dois exemplos de aplicação, sendo o primeiro um guia de ondas e o outro uma geometria mais complexa, para exemplificar a teoria BLI apresentada acima. Estes exemplos foram validados fazendo a comparação com os resultados obtidos por Kampinga [1] e por meio do software de elementos finitos COMSOL, utilizando as equações linearizadas de Navier-Stokes, avaliando também os limites em que é válido.

3.1 Guia de ondas

No primeiro exemplo de aplicação, um guia de ondas é analisado (como pode ser visto esquematicamente na Figura 1). Para este caso, foi feita uma análise viscotérmica e os resultados comparados com os de Kampinga [1]. Os parâmetros foram usados conforme pode ser visto na Tabela 1. Na Figura 1, uma pressão unitária ($P = 1$) pode ser observada na fronteira do lado esquerdo, nas fronteiras Γ_1 e Γ_3 foram impostas as perdas viscotérmicas e, na fronteira do lado direito, foi imposta uma condição de contorno de parede rígida (fronteira Γ_2).

Tabela 1 - Parâmetros viscosos e térmicos

$\nu [m^2/s]$	$c_p [J/kg \cdot K]$	γ	N_{Pr}	$\lambda [W/m^2 \cdot K]$
1.806×10^{-5}	1.0054×10^{-3}	1.4	0.708	25.172×10^{-3}

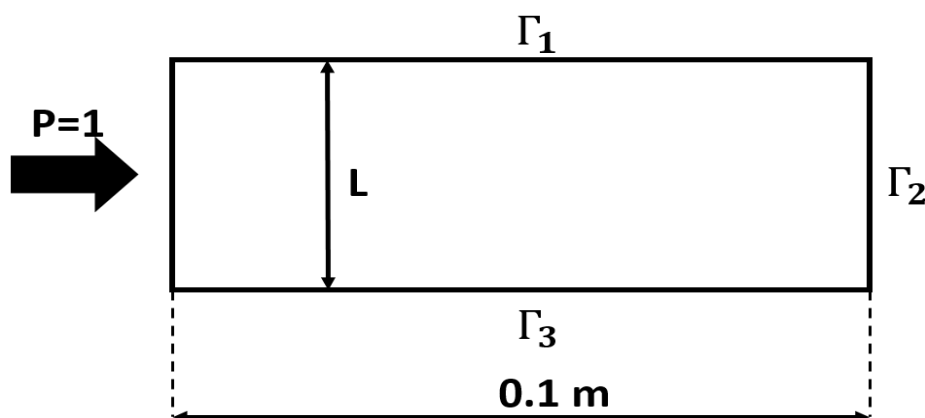


Figura 1 – Esquema do guia de onda.

Para o guia de ondas ilustrado na Figura 1, quatro casos foram avaliados. O primeiro é um caso isentrópico com largura $L = 16$ mm, e os demais correspondem a diferentes valores de L (16 mm, 2 mm, 0,5 mm). Para este exemplo, o número de pontos de colocação e fontes virtuais para o modelo numérico foi definido como 30. Em seguida, na Figura 2, os resultados são apresentados para o guia de ondas, em termos de valores absolutos da função de transferência de pressão $|H|$. Este parâmetro foi calculado como

$$|H| = \frac{P}{P_{inc}}, \quad (18)$$

onde P é uma pressão média ao longo do fronteira Γ_2 e P_{inc} é uma pressão unitária.

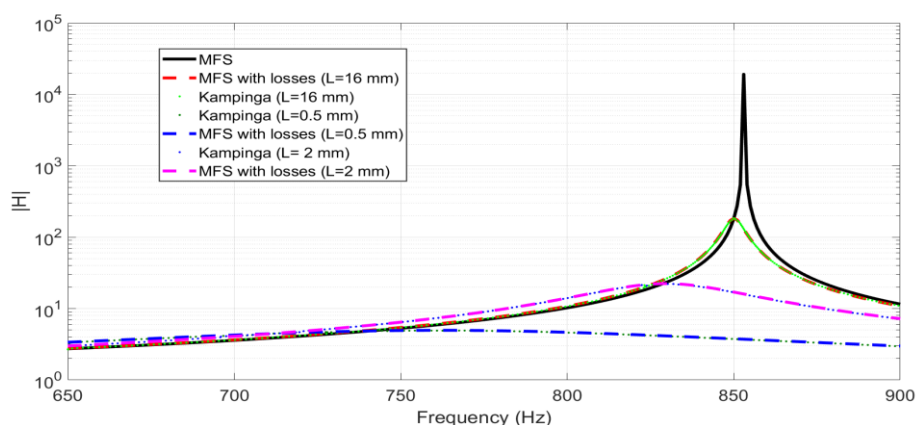


Figura 2 – Comparação dos resultados do guia de onda para diferentes valores de L .

Como se pode observar na Figura 2, é possível avaliar as perdas viscotérmicas pelo método das soluções fundamentais. Inicialmente, a resposta isentrópica foi avaliada para $L = 16$ mm (em preto) e, então, o efeito viscotérmico foi calculado para diferentes valores de L . Para todos os casos avaliados, o MFS

demonstra boa precisão quando comparado aos resultados obtidos por Kampinga [1]. Além disso, a largura do guia de ondas (L) influencia claramente a magnitude do pico da ressonância e a frequência onde ocorre. Pode ainda observar-se que este parâmetro não influencia a precisão do modelo numérico viscotérmico. Além disso, os resultados apresentados na Figura 1 demonstram a importância do cálculo dos efeitos viscotérmicos para geometrias estreitas ou delgadas, uma vez que se verifica uma grande diferença entre a resposta isentrópica e viscotérmica para $L = 16$ mm.

3.2 Guia de ondas com inclusões circulares

Neste segundo exemplo de aplicação, foi considerada uma geometria diferente (conforme ilustrado no esquema da Figura 3). Uma análise viscotérmica foi realizada e os resultados comparados com os do COMSOL, simulado em FEM. Os parâmetros viscosos e térmicos usados neste caso são os padrões do COMSOL (quando o meio é o ar). Na Figura 3, pode-se observar uma pressão unitária ($P = 1$) excitando o ar no lado esquerdo, a largura $L = 2,5$ cm e o comprimento $Dx = 5,5$ cm. Nas fronteiras Γ_1 foram impostas a condição de contorno de uma parede rígida e, nas fronteiras Γ_2 , foram consideradas as condições de contorno que representam as perdas viscotérmicas; já do lado direito foi considerada uma terminação anecóica (fronteira Γ_3).

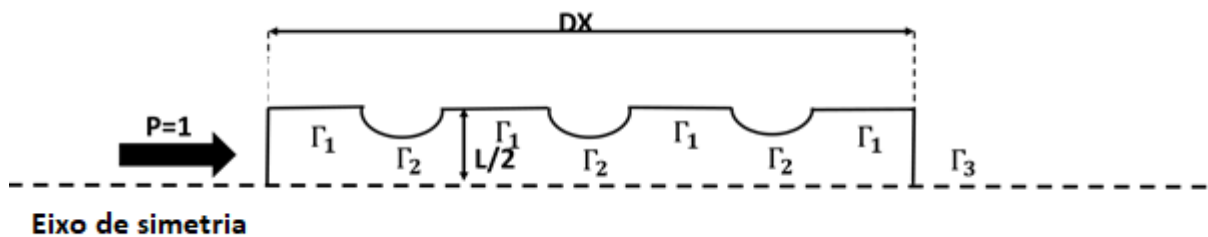


Figura 3 – Guia de onda com inclusões circulares

Devido à simetria apresentada pelo sistema, foi utilizado o método das fontes-imagem, permitindo a simulação de apenas a metade da geometria. Essa técnica foi usada porque o modelo completo apresenta um número muito elevado de liberdade no software COMSOL. Assim, a função de Green usada e suas derivadas devem ser alteradas devido ao uso do método das fontes-imagem, podendo ser reescritas como

$$G(x, x_0)_{\text{SYM}} = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(kr) - \frac{i}{4} H_0^{(2)}(kr_1), \quad (19)$$

onde $r_1 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y + y_0)^2}$.

Deste modo, depois de usar a técnica da fontes-imagem, o MFS e a abordagem BLI, foi possível avaliar o campo de pressão absoluta para esta geometria complexa, permitindo a sua validação por comparação com os resultados obtidos através do *software* COMSOL simulados utilizando FEM. Além disso, o número de pontos de colocação e fontes virtuais para o modelo numérico MFS foi definido em 100. A pressão absoluta foi calculada em um ponto do lado direito, usando o MFS, com e sem perdas viscotérmicas e FEM, com e sem perdas viscotérmicas. Essa comparação pode ser observada na Figura 4.

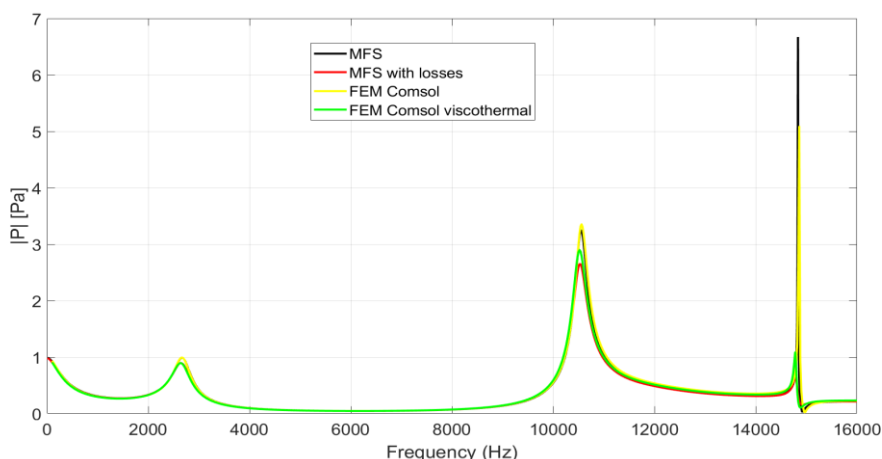


Figura 4 – Comparação entre resultados dos métodos FEM-FLNS e MFS-BLI para um guia de ondas com inclusões circulares.

Nesta Figura, podem ser feitas 4 diferentes análises de resultados. Inicialmente, pode-se verificar que, para todo espectro de frequências, o MFS e o FEM apresentam uma boa correlação entre os resultados. Além disso, comparou-se o MFS com perdas e o FEM-FLNS, observando-se também uma boa concordância entre os resultados. Apenas pequenas diferenças acima de 10 kHz são vistas perto da frequência de ressonância. Acredita-se que essa diferença se deva ao uso de diferentes abordagens (MFS e FEM), além disso, no FEM foi necessário o uso de muitos elementos por comprimento de onda, pois o modelo numérico possui uma pequena espessura das camadas limites viscosa e térmica.

Por fim, o MFS foi mais rápido que o FEM cerca de 10 vezes e precisou de menos discretização do que o FEM; adicionalmente, quando o MFS é usado em conjunto com o BLI, percebe-se a existência de um método poderoso para resolver problemas acústicos com perdas viscotérmicas.

4 Aplicação do MFS-BLI ao problema de barreiras acústicas de cristais sónicos

Nesta secção os modelos numéricos apresentados anteriormente serão aplicados a problemas de barreiras acústicas baseadas no conceito de cristais sónicos. No qual o MFS-BLI será comparado com o resultado obtido através do MFS isentrópico e ambos os resultados serão validados por comparação com os resultados experimentais em laboratório, utilizando um protótipo em escala reduzida.

4.1 Validação experimental

Para a validação experimental do modelo numérico apresentado anteriormente, foi utilizada uma barreira acústica finita em escala reduzida (1: 6). A barreira acústica foi feita utilizando tubos de Policloreto de Vinila (PVC) com diâmetro de 2 cm e distância entre centros (a) de 2,84 cm; os tubos foram colocados entre duas placas de polietileno extrudido (XPS) para estes permanecerem na posição desejada. O ensaio experimental foi realizado numa câmara semi-aneecóica onde foi necessário colocar material absorvente no solo para evitar a reflexão neste plano e simular o campo livre. Nas Figuras 5 e 6 pode observar-se o protótipo ensaiado (em escala reduzida) e uma vista do modelo MFS 2D com a

posição da fonte sonora, 3 linhas de tubos a formar a barreira acústica e 9 pontos de medição, respectivamente.

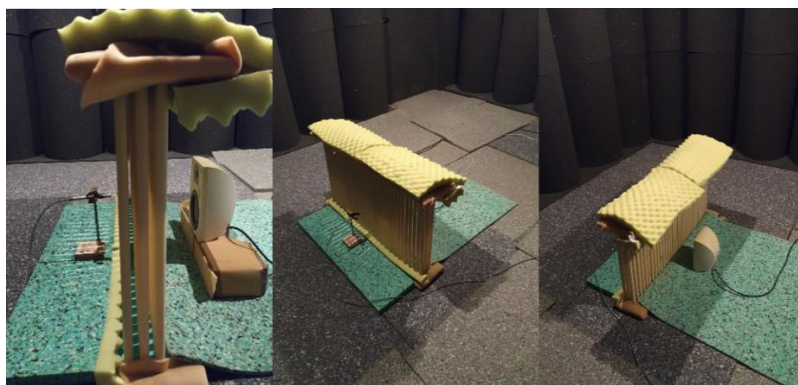


Figura 5 – Barreira acústica de cristais sónicos, em escala reduzida

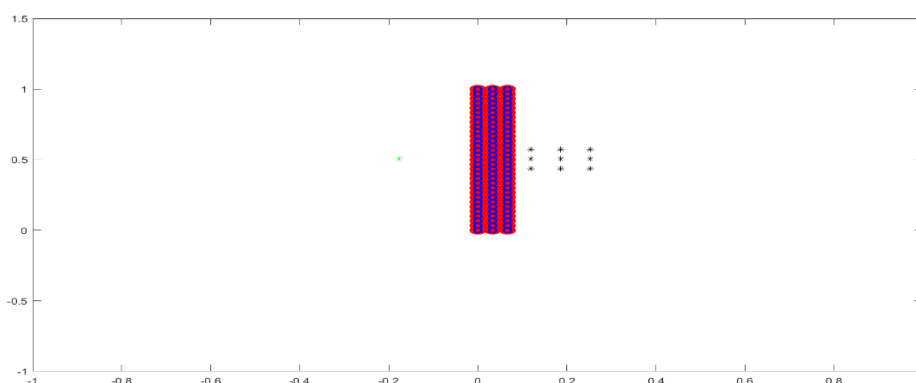


Figura 6 – Modelo MFS 2D da barreira acústica de cristais sónicos.

As barreiras simuladas e ensaiadas experimentalmente possuem 1 m de comprimento e 3 linhas constituídas por cilindros espaçados entre centros de 2,84 cm. Na Figura 7, pode ser observada uma comparação entre os resultados obtidos utilizando as três abordagens indicadas acima.

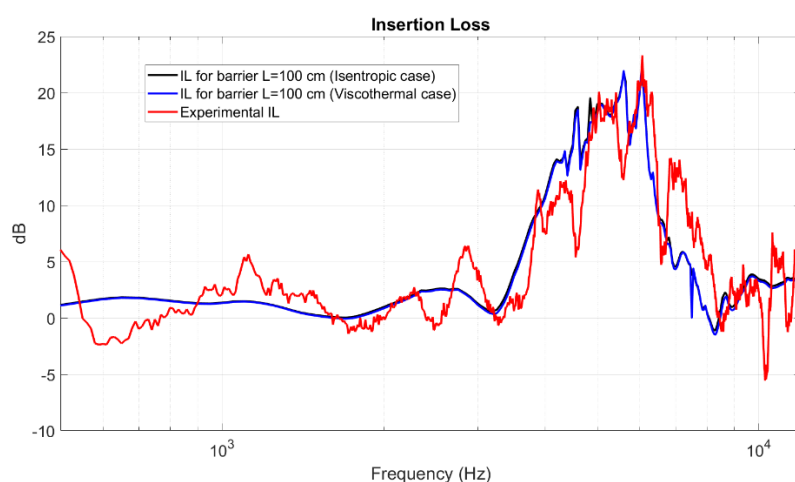


Figura 7 – Comparação entre os resultados obtidos através do MFS-BLI, MFS (isentrópico) e ensaio experimental.

Na Figura 7, é apresentado o resultado da perda por inserção (*insertion loss, IL*), para as configuração apresentada nas Figuras 5 e 6, utilizando os métodos MFS-BLI, MFS (isentrópico) e experimento. Nessa figura, é possível observar que os modelos numéricos apresentam resultados muito semelhantes. Quando estes resultados são comparados com o resultado experimental tem-se, de forma geral, uma boa concordância entre os resultados, pois o *band gap* é bem representado pelos 3 processos e as magnitudes da perda por inserção (IL) é da mesma ordem de grandeza.

4.2 Avaliação paramétrica

Após a análise dos resultados apresentados na Figura 7, decidiu-se investigar um pouco mais a influência da distância entre os centros dos cilindros (a) na resposta da perda por inserção (IL). Considerando que o valor de a utilizado anteriormente foi de 2,84 cm, decidiu-se diminuir esse valor para tentar observar um maior influência dos efeitos viscotérmicos na perda por inserção (IL), além disso, utilizou-se metade do comprimento da barreira original, visando um menor custo computacional. Na Figura 8, pode-se observar o resultado para a perda por inserção (IL), quando se assume a igual a 2.4 e a 2.2 cm (i.e. quando o espaço livre entre tubos da barreira fica igual a 4 e a 2 mm, respetivamente).

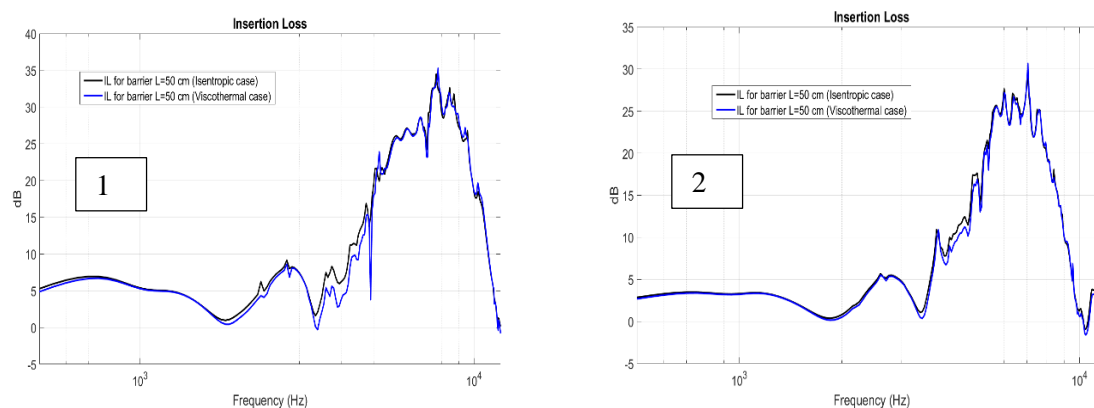


Figura 8 – Avaliação da influencia da diminuição do parâmetro a na resposta do modelo MFS-BLI.

Nesta figura tem-se o resultado para a perda por inserção (IL) para a igual a 2,2 cm (Figura 8.1) e a igual a 2,4 cm (Figura 8.2) e com esses resultados podem-se fazer algumas constatações. Inicialmente, percebe-se que ambas as abordagens possuem uma boa concordância entre os resultados; além disso, é possível observar que, à medida que o valor de a diminui, começa a existir uma diferença entre os resultados dos modelos isentrópico e com perdas viscotérmicas, entretanto, esses resultados ainda aparecem de forma bem discreta.

Por fim, acredita-se que, para que exista uma diferença significativa entre as abordagens, é necessário utilizar valores ainda menores para o parâmetro a (ou seja, menor espaço livre entre elementos do cristal sónico). No entanto, quando se utiliza o MFS percebe-se que, ao trabalhar com pontos de colocação e fontes virtuais muito próximas, podem obter resultados com baixa precisão.

5 Conclusões

No presente artigo, os autores descrevem uma nova abordagem para a análise de problemas acústicos com efeitos viscotérmicos, fazendo uso do MFS. O método proposto foi desenvolvido de forma a permitir a solução de problemas de perdas acústicas com boa convergência e menor tempo de cálculo computacional que o FEM-FLNS. A comparação com um modelo publicado anteriormente e por outro desenvolvido pelos autores utilizando o *software* COMSOL indica que este novo modelo pode calcular

com precisão a resposta para geometrias simples e complexas com pequenos espaços de preenchimento no domínio de propagação. Além disso, no presente trabalho, foi apresentada a aplicação do MFS-BLI ao problema de barreiras acústicas baseadas em cristais sônicos, tendo o modelo apresentado alta convergência quando comparado com o resultado do MFS para o caso isentrópico. Por fim, percebeu-se que, para se aplicar o MFS-BLI em problemas de barreiras acústicas, é necessário que a distância entre centros dos elementos cilíndricos (a) seja ainda menor do que as apresentadas no presente trabalho.

Agradecimentos

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do projeto com referência POCI-01-0247-FEDER- 033691 - HLS - *Hybrid Log Shield*, apoiado por fundos FEDER, através do Programa Portugal-2020 (PT2020), no âmbito do Sistema SII & DT, e pelo Programa POCI. Este trabalho tem sido parcialmente financiado por fundos nacionais através da FCT - Fundação para a Ciência e Tecnologia, IP, no âmbito da unidade de R&D *Institute for Sustainability and Innovation in Structural Engineering - ISISE* (UIDP / 04029/2020) e através do Programa Operacional Regional CENTRO2020 no âmbito do projeto CENTRO-01-0145-FEDER-000006 (SUSpENsE).

FCT Fundação para a Ciência e a Tecnologia

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E ENSINO SUPERIOR

Referências

- [1] W. R. Kampinga, *Viscothermal acoustics using finite elements-Analysis tools for engineers*. PhD thesis, University of Twente, Enschede, The Netherlands, 2010.
- [2] W. Kampinga and Y. Wijnant, “Comsol’s new thermoacoustics interface and computationally efficient alternative formulations for fem,” 2011.
- [3] M. Berggren, A. Bernland, and D. Noreland, “Acoustic boundary layers as boundary conditions,” *Journal of Computational Physics*, vol. 371, pp. 633–650, 2018.
- [4] M. Nijhof, Y. H. Wijnant, and A. de Boer, “An acoustic finite element including viscothermal effects,” in *14th International Congress on Sound and Vibration, ICSV 2007*, 2007.
- [5] R. Bossart, N. Joly, and M. Bruneau, “Hybrid numerical and analytical solutions for acoustic boundary problems in thermo-viscous fluids,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 263, no. 1, pp. 69–84, 2003.
- [6] V. C. Henríquez, P. R. Andersen, J. S. Jensen, P. M. Juhl, and J. Sánchez-Dehesa, “A numerical model of an acoustic metamaterial using the boundary element method including viscous and thermal losses,” *Journal of Computational Acoustics*, vol. 25, no. 04, p. 1750006, 2017.
- [7] P. Risby Andersen, V. Cutanda Henríquez, L. Godinho, J.-D. Chazot, and J. Carbajo San Martín, “Characterization of acoustic metasurface absorbers using numerical methods including viscous and thermal losses,” in *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and*

- Conference Proceedings, vol. 259, pp. 5709–5719, Institute of Noise Control Engineering, 2019.
- [8] M. Martins, L. Godinho, and L. Picado-Santos, “Numerical evaluation of sound attenuation provided by periodic structures,” *Archives of Acoustics*, vol. 38, no. 4, pp. 503–516, 2013.
- [9] M. M. d. A. Martins, *Contribuição para o estudo da atenuação seletiva do ruído de tráfego rodoviário*. PhD thesis, Universidade de Coimbra, Portugal, 2015.
- [10] L. Godinho, D. Soares Jr, and P. Santos, “Efficient analysis of sound propagation in sonic crystals using an aca–mfs approach,” *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 69, pp. 72–85, 2016.
- [11] L. Godinho, J. Redondo, and P. Amado-Mendes, “The method of fundamental solutions for the analysis of infinite 3d sonic crystals,” *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 98, pp. 172–183, 2019.
- [12] K. Schmidt and A. Thöns-Zueva, “Impedance boundary conditions for acoustic time harmonic wave propagation in viscous gases,” 2014. Preprint series of the Institute of Mathematics, 6 - 2014, Technische Universität Berlin.
- [13] M. Nijhof, *Viscothermal wave propagation*. PhD thesis, University of Twente, Netherlands, 12 2010.