

## SIMULACIÓN ACÚSTICA DE TEJIDOS VEGETALES EN COORDENADAS ESFÉRICAS MEDIANTE FDTD

PACS: 62.65.+k, 81.70.Cv, 43.35+d, 02.70.Bf

Jiménez, Noé <sup>(\*)</sup>; Picó, Rubén; Camarena, Francisco; Redondo, Javier; Roig, Bernardino; Adrian, Silvia.

<sup>(\*)</sup> Instituto de Investigación para la Gestión Integrada de las Zonas Costeras (IGIC), Escuela Politécnica Superior de Gandía; Universidad Politécnica de Valencia C/Paraninfo 1; CP: 46730 Grao de Gandía (Valencia)  
Email: [nojigon@epsq.upv.es](mailto:nojigon@epsq.upv.es)

### ABSTRACT

In recent years many techniques have been developed for ultrasonic characterization of fruit and vegetables in postharvest processes. All have found common macroscopic acoustic parameters: a slow propagation speed and a large absorption. This paper presents a numerical model for elastodynamic simulation applied to the propagation of elastic waves through the orange peel (*Citrus sinensis* L. Osbeck). In order to do this, apply finite difference time domain (FDTD) techniques based on the linear elastic solids model, taking into account viscous losses. To limit the computational domain have adapted absorbing boundary conditions PML (perfect matched layers) to the spherical coordinate system, so singularities of the system of coordinates are outside the region of interest. In a parallel way, a nondestructive experimental set-up was developed in order to measure the propagation speed and the attenuation of the surface wave at 40 kHz. The ultrasonic test was performed on two different orange cultivars, Navel and Ortanique, each of them composed by seven oranges. The complete dehydration process of each fruit was measured by weighing. The simulation results are in good agreement with the experimental data and shows that the waves that can travel over a relatively long distance through the orange skin layer (1 cm) are only Rayleigh waves. Finally, the elastic parameters of the orange skin are calculated over time and correlated with the dehydration of the fruit.

### RESUMEN

En los últimos años se han desarrollado múltiples técnicas para la caracterización ultrasónica de productos hortofrutícolas en procesos postcosecha. Todas ellas han detectado parámetros acústicos macroscópicos comunes: bajas velocidades de propagación y altas absorciones. El presente trabajo presenta un modelo numérico para la simulación acústica de tejidos vegetales, aplicado en concreto a la propagación de ondas elásticas sobre la corteza de la naranja (*Citrus sinensis*, L. Osbeck). Para ello, se aplican técnicas basadas en diferencias finitas en dominio temporal (FDTD) sobre el modelo de sólidos elásticos lineales, contemplando la inclusión de pérdidas viscosas. Para acotar el dominio computacional se han adaptado condiciones de contorno absorbentes del tipo PML (*perfect matched layers*) al sistema de coordenadas esférico, de manera que las singularidades existentes en dicho sistema de coordenadas quedan fuera de la región de cálculo. Los resultados del estudio revelan como la naturaleza ondulatoria de la corteza de la naranja está gobernada por la aparición de ondas de Rayleigh. La velocidad de propagación de estas ondas se ajusta correctamente a las medidas experimentales realizadas sobre dos muestras de naranjas de las variedades Navelina y Ortánica. Los parámetros elásticos de la corteza de la naranja se han correlacionado con la deshidratación del fruto en función del tiempo transcurrido desde la cosecha, obteniendo una buena correlación para la rigidez de la naranja. El modelo describe correctamente las especiales características de propagación de las ondas ultrasónicas detectadas

experimentalmente en estos tejidos biológicos, poniendo de relieve la necesidad de determinar las características elásticas del fruto en función de la frecuencia de la onda.

## **1 INTRODUCCIÓN**

Existen muchas técnicas de control de calidad para productos hortofrutícolas en procesos post-cosecha y cada una de ellas se basa en la medición de un parámetro físico-químico para tratar de encontrar una correlación con un índice fisiológico que describe correctamente el estado fisiológico, bioquímicos o anatómico de la fruta. La mayoría de estos métodos de control calidad requieren un ensayo destructivo, por lo que no se puede aplicar a todas las frutas y hortalizas en una línea de producción<sup>1</sup>.

En los últimos años, se han publicado muchos artículos que describen técnicas no destructivas para la generación y detección de ondas ultrasónicas de los tejidos vegetales como el propuesto para el aguacate y el mango<sup>2</sup>, manzanas<sup>3,4</sup>, patatas<sup>5,6</sup>, zanahorias<sup>7</sup>, o naranjas<sup>8,9</sup>. Debido a las especiales características acústicas de estos medios, los dispositivos experimentales descritos trabajan con un ancho de banda muy estrecho y una baja frecuencia de resonancia que varía entre 37 y 100 kHz. A frecuencias más altas la atenuación de la onda sobre el tejido vegetal es prohibitiva<sup>10</sup>.

En estos experimentos, un transductor piezoeléctrico en configuración sándwich excita ondas elásticas que se propagan a través de la superficie de la fruta y se detectan mediante otro dispositivo receptor. Los resultados de estos ensayos proporcionan dos conclusiones importantes sobre la propagación de las ondas acústicas en los tejidos vegetales. En primer lugar, bajas velocidades de propagación detectadas en este tipo de medios, por debajo de 200 m/s para las mediciones en superficie. La segunda es la alta atenuación de la onda, que varía entre 1 y 7 dB/mm dependiendo del tipo de tejido<sup>10</sup>.

Ya que su velocidad de propagación es cercana a la de las ondas transversales las ondas de Rayleigh presentan diversas ventajas a la hora de caracterizar elásticamente un medio. Así, mediante el estudio de las ondas de Rayleigh a través de la superficie de la es posible estudiar el comportamiento macroscópico de la superficie elástica asumiendo que cada capa del medio multicapa es homogénea.

Existen numerosos estudios de simulación acústica de las ondas en los tejidos vegetales en el dominio de la frecuencia. La mayoría de ellos emplea el método de los elementos finitos para determinar las diferentes resonancias en el rango audible como los desarrollados en peras<sup>12</sup>, melones<sup>13,14</sup>, y en manzanas<sup>15</sup>. En estos estudios se estiman las frecuencias de resonancia de la fruta con el fin de determinar la firmeza de la fruta usando una relación empírica para frutas esféricas<sup>11</sup>.

Otras simulaciones de elementos finitos también han descrito el comportamiento elástico de los tejidos vegetales en una escala microscópica, en los que se implementan modelos microscópicos celulares para simulaciones de esfuerzo-deformación<sup>16</sup>, o en los que se estudia la modelización mecánica de las células de la epidermis de la cebolla<sup>17</sup>.

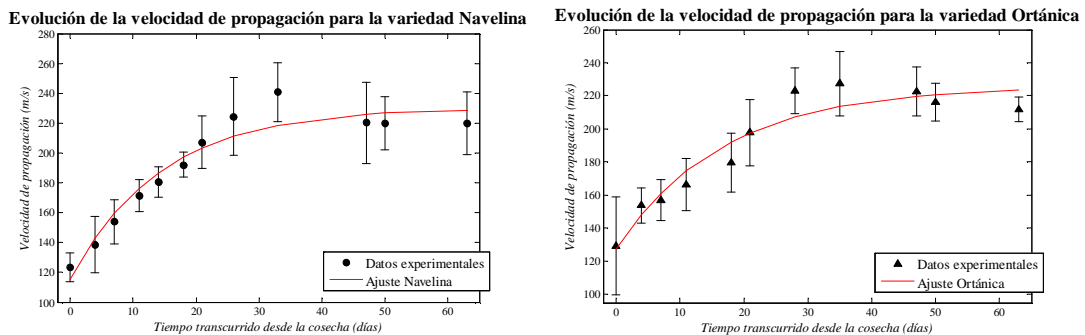
En este trabajo se propone un método para obtener los parámetros elastodinámicos de la corteza de la naranja a partir de mediciones de la velocidad de propagación de las ondas de superficie. Estos parámetros se utilizan como entrada de un modelo numérico basado en un esquema FDTD con el fin de simular la propagación de dichas ondas acústicas en la superficie de la naranja y profundizar en su estudio y comprensión.

## **2 CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DE TEJIDOS VEGETALES**

### **2.1 Dispositivo ultrasónico**

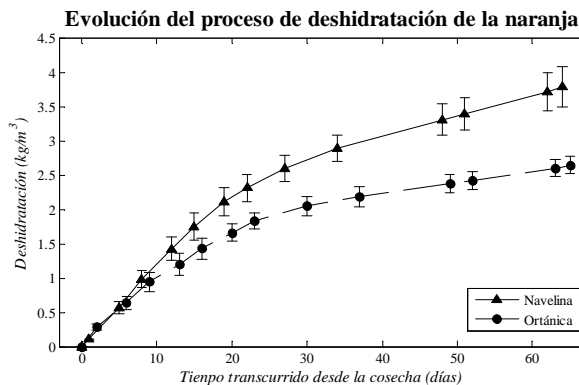
Con el objetivo de obtener los parámetros acústicos de la piel de naranja se realizó un ensayo no destructivo ultrasónico sobre dos grupos de naranjas (*Citrus sinensis* (L.) Osbeck). El primer

grupo estaba compuesto por siete naranjas de la variedad *Navelina* y el segundo de la variedad *Ortánica*. Se emplearon dos transductores de tipo sándwich en configuración emisión recepción con una frecuencia de resonancia de 40 kHz. Para maximizar la transferencia de energía al tejido se empleó un dispositivo de amplificación mecánica en el extremo del transductor. En la configuración de ensayo no destructivo, los transductores se colocaron en la superficie sin dañar el fruto. Así, variando la separación entre transductores se midió el tiempo de vuelo y la atenuación de la señal, por lo que se calculó la velocidad de propagación de la onda acústica así como como la absorción del medio. La fruta fue recogida después de una semana de lluvias intensas, por lo que el fruto se supone en un estado de máxima hidratación. Este parámetro fue monitorizado (Fig. 1). Las pruebas se realizaron durante los dos meses posteriores a la cosecha y el conjunto de las naranjas se almacenó en un lugar seco a 20°C.



**Fig. 1a, 1b.** Evolución de la velocidad de propagación medida experimentalmente para las dos variedades de naranjas y ajuste realizado.

Los resultados de las figuras 1a y 1b muestran como la velocidad de propagación de la onda no excede los 280 m/s; variando desde 120 m/s en los días posteriores a la cosecha hasta valores medios finales de en torno a 220 m/s. Por otro lado, la atenuación (no mostrada) varía desde 1 dB/mm hasta 3 dB/mm. La tendencia es similar en las dos variedades de naranjas. El proceso de deshidratación se muestra en la siguiente figura:



**Fig. 2.** Evolución del proceso de deshidratación de la naranja medido experimentalmente.

## 2.2 Determinación de los parámetros elásticos de la naranja

A partir de los valores de velocidad de propagación y absorción medidos se pueden obtener los parámetros elastodinámicos del tejido de la naranja. Para ello, en este trabajo se realizan varias hipótesis que más tarde serán comprobadas mediante la simulación numérica FDTD.

Desde el punto de vista elastodinámico, la naranja puede ser dividida en tres capas. La más externa es el exocarpo, llamado flavedo: la piel pigmentada de la naranja. Dicha capa presenta una estructura sólida con un alto contenido en agua, es del orden de unos pocos milímetros en

el fruto maduro y toma el color naranja característico de la fruta. Está compuesta por una epidermis de unas pocas filas de células y una hipodermis en cuyo interior existen multitud de vesículas de aceite de unos 0,5 mm de diámetro. Hacia el interior está el albedo, capa porosa de color blanco en la que se acumulan los gases de la respiración del fruto. La porosidad de esta capa aumenta hacia el interior, siendo más denso el material sólido en las cercanías del flavedo. Por último, el interior está compuesto de vesículas de zumo que contienen las semillas.

Para modelar físicamente esta estructura heterogénea se empleará el modelo lineal de sólidos isotrópicos, por lo que no se tiene en cuenta la no linealidad del medio así como sus características viscoelásticas. Sin embargo, sí que se añaden al modelo pérdidas por absorción viscosa.

Así, para determinar las propiedades elásticas de los tejidos vegetales se realizan comúnmente ensayos de esfuerzo-deformación<sup>19,20</sup>. Algunos de estos estudios concluyen que la piel de naranja muestra un comportamiento viscoelástico, de modo que la elasticidad varía con la frecuencia. Las velocidades de propagación teóricas de las ondas transversales y longitudinales calculadas a partir de los valores de elasticidad proporcionados en estos estudios son muy bajas (20,30 m/s) en comparación con las velocidades medidas experimentalmente mediante ensayos ultrasónicos (120,280 m/s). Esta gran diferencia puede explicarse por el hecho de que los módulos elásticos a frecuencias ultrasónicas son efectivamente mayores que los medidos mediante los ensayos de esfuerzo-deformación: en estos ensayos el tejido vegetal se mueve y deforma a velocidades constantes o a muy baja frecuencia.

Es por ello que el método propuesto para determinar las propiedades elásticas de la corteza de la naranja se basa en tres hipótesis:

1. A las frecuencias de trabajo, la onda emitida se propaga exclusivamente por la corteza de la naranja y debido a que las heterogeneidades de esta capa son pequeñas en comparación con la longitud de onda a 40kHz, cada capa es considerada homogénea. La alta absorción de la capa porosa albedo inhibe la generación de ondas de Lamb<sup>23</sup>: las ondas superficiales serán únicamente de tipo Rayleigh.
2. Al igual que ocurre con otros tejidos biológicos<sup>21</sup>, consideramos la corteza como un tejido blando, por lo que asumimos la existencia de ondas longitudinales de velocidad de propagación  $c_p = 1500$  m/s.
3. Por otro lado, el coeficiente de Poisson de los tejidos biológicos blandos<sup>21</sup> está en el rango 0.49-0.5, por lo que la relación entre la velocidad de propagación de la onda de Rayleigh<sup>22</sup>  $c_R$ , y las ondas transversales  $c_S$  será:  $c_R = 0.95c_S$

Así, y considerando que  $c_S = (\mu/\rho)^{0.5}$  y  $c_p = ((\lambda + 2\mu)/\rho)^{0.5}$  podemos deducir los parámetros elásticos de la naranja a partir de la velocidad de las ondas de Rayleigh como:

$$\lambda = \rho c_{p,agua}^2 - 2\rho \left( \frac{1}{0.95} c_{R,medida} \right)^2 \quad \mu = \rho \left( \frac{1}{0.95} c_{R,medida} \right)^2 \quad (1a, 1b)$$

$$E = \rho \frac{\left( \frac{1}{0.95} c_R \right)^2 \left( -3c_p^2 + 4 \left( \frac{1}{0.95} c_R \right)^2 \right)}{\left( \frac{1}{0.95} c_R \right)^2 - c_p^2} \quad \nu = \frac{c_p^2 - 2 \left( \frac{1}{0.95} c_R \right)^2}{2c_p^2 - 2 \left( \frac{1}{0.95} c_R \right)^2} \quad (2a, 2b)$$

Dónde  $\lambda$  y  $\mu$  son los parámetros de Lamé,  $E$  es el módulo de Young,  $\nu$  es el coeficiente de Poisson y  $\rho$  es la densidad de la corteza de la naranja. La capa porosa albedo se ha caracterizado con un módulo de Young 5 veces menos rígido que el de la corteza, con un

coeficiente de Poisson típico y una alta absorción acústica. Para la caracterización del fluido interior se ha utilizado los parámetros elásticos del agua, y para la capa exterior a la naranja los del aire. Los valores de la densidad se han medido mediante el principio de Arquímedes. Los valores de los coeficientes de resistencia ( $\eta_P, \eta_S$ ; ver ecuaciones posteriores 5-7) se han derivado de los valores de atenuación medidos experimentalmente (3 dB/mm).

Parámetro	Aire	Flavado	Albedo	Interior
Densidad, $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1.21	903	820	978
1º cte. Lamé, $\lambda$ (MPa)	-0.142	$1,95 \cdot 10^3$	$0,62 \cdot 10^3$	$-2,2 \cdot 10^3$
2º cte. Lamé, $\mu$ (MPa)	0	36	10,8	0
Módulo de Young, $E$ (MPa)	-	107,3	22,2	-
Coefficiente de Poisson, $\nu$	-	0,491	0.25	-

**Tabla 1.** Parámetros elásticos deducidos experimentalmente.

### 3 SIMULACIÓN FDTD DEL COMPORTAMIENTO ELASTODINÁMICO DE LA CORTEZA DE LA NARANJA

#### 3.1 Modelo físico en coordenadas esféricas

Las ecuaciones constitutivas se pueden deducir de la segunda ley de Newton y de la ley de Hooke<sup>23</sup>; que en la formulación de esfuerzo velocidad se pueden escribir como:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t} = \lambda \bar{\mathbf{I}}(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mu(\nabla \mathbf{v} + \mathbf{v} \nabla) \quad \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (3, 4)$$

Donde  $\boldsymbol{\tau}$  es el tensor de esfuerzos y  $\mathbf{v}$  es el vector velocidad de partícula. Estas expresiones en forma vectorial pueden ser derivadas para cualquier sistema de coordenadas. En nuestro caso, la geometría del problema se caracteriza por cortezas esféricas concéntricas, por lo que el sistema de coordenadas esférico es idóneo para disminuir el error de la solución numérica por la falta de exactitud en la discretización del espacio físico (capas de la naranja) en elementos discretos (cortezas esféricas). Además, para tener en cuenta las pérdidas por rozamiento viscoso se han añadido términos de amortiguamiento gobernados por los coeficientes de resistencia de las ondas longitudinales y transversales<sup>24</sup> ( $\eta_P, \eta_S$ ).

Con todo ello, podemos obtener las 9 expresiones constitutivas en un sistema de coordenadas esférico ( $r, \theta, \phi$ ) en el que  $r$  es distancia radial,  $\theta$  es el azimut o ángulo polar y  $\phi$  es el ángulo de elevación. Concretamente, para la componente  $i=(r, \theta, \phi)$  de velocidad de partícula  $v_i$ :

$$\rho \frac{\partial v_r}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{r\phi}}{\partial \phi} + \frac{2\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta} - \tau_{\phi\phi} + \tau_{r\theta} \cot \theta}{r} \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial v_\theta}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial \phi} + \frac{3\tau_{r\theta} + (\tau_{\theta\theta} - \tau_{\phi\phi}) \cot \theta}{r} \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial v_\phi}{\partial t} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial \tau_{r\phi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial \theta} + \frac{3\tau_{r\phi} + 2\tau_{\theta\phi} \cot \theta}{r} \quad (7)$$

Para la componente  $i=(r, \theta, \phi)$  de esfuerzo normal  $\tau_{ii}$ ;

$$\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial t} + \eta_p \tau_{rr} = \lambda \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2}{r} v_r + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\cot \theta}{r} v_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} \right) + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial t} + \eta_p \tau_{\theta\theta} = \lambda \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2}{r} v_r + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\cot \theta}{r} v_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} \right) + 2\mu \left( \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \tau_{\phi\phi}}{\partial t} + \eta_p \tau_{\phi\phi} = \lambda \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2}{r} v_r + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\cot \theta}{r} v_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} \right) + 2\mu \left( \frac{v_r}{r} + \frac{\cot \theta}{r} v_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} \right) \quad (10)$$

Para la componente  $i=(r,\theta,\phi)$ ,  $j=(r,\theta,\phi)$ ,  $i \neq j$  de esfuerzo de cizalla  $\tau_{ij}$ ;

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial t} + \eta_s \tau_{r\theta} = \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right) \quad (11)$$

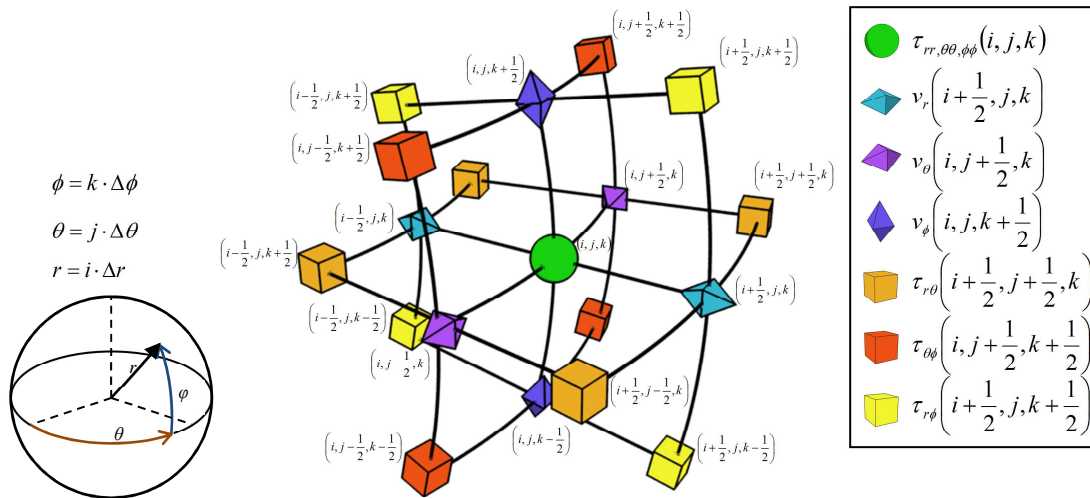
$$\frac{\partial \tau_{r\phi}}{\partial t} + \eta_s \tau_{r\phi} = \mu \left( \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\phi}{r} + \frac{\partial v_\phi}{\partial r} \right) \quad (12)$$

$$\frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial t} + \eta_s \tau_{\theta\phi} = \mu \left( \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} - \frac{\cot \theta}{r} v_\phi \right) \quad (13)$$

Este sistema de ecuaciones posee dos singularidades: para  $r=0$ , el origen de coordenadas y centro de la esfera; así como para  $\theta=0$ . Para la solución del problema propuesto no es necesario un tratamiento especial ya que no se incluyen en el dominio de cálculo zonas con dichas coordenadas.

### 3.2 Discretización del modelo físico mediante diferencias finitas

Para la solución numérica del problema se ha desarrollado un método numérico basado en diferencias finitas en dominio temporal, por lo que es necesaria una discretización espacial y temporal de los campos de esfuerzo y velocidad al tresbolillo. En la figura 3 se muestra la discretización espacial realizada. En cuanto a la discretización temporal, los campos de esfuerzo sólo existirán en instantes de tiempo  $t=n\Delta t$  y los campos de velocidad en los instantes  $t=(n+1/2)\Delta t$ , siendo  $\Delta t$  el paso temporal elegido.



**Fig. 3.** Discretización espacial de los campos de esfuerzo y velocidad

Con ello, la discretización del sistema completo de ecuaciones se realiza aproximando las derivadas parciales mediante diferencias finitas centradas en tiempo y espacio. Es importante señalar que para aumentar la precisión del método es necesario interpolar espacialmente varios términos que quedan descentrados en la discretización.

### 3.3 Estabilidad y dispersión

La condición de estabilidad del esquema propuesto es similar a la condición CFL típica de los métodos FDTD. Esta condición viene gobernada por el tamaño del elemento más pequeño así como de la velocidad de propagación máxima de las ondas que lo atraviesen. Así, podemos expresar la condición CFL como:

$$S = \frac{c_{\max} \Delta t}{\sqrt{(\Delta r)^2 + (\Delta r \Delta \theta_{\min} \sin \phi_{\min})^2 + (\Delta r \Delta \phi_{\min})^2}} \leq 1 \quad ()$$

Donde podemos observar que el término del denominador es la diagonal más pequeña que podemos encontrar en las celdas de nuestro dominio, mientras que  $c_{\max}$  es la velocidad de propagación más alta, en nuestro caso la de la onda longitudinal en el medio acuoso. Además, para mantener la estabilidad del algoritmo es necesario respetar otra condición de estabilidad en la interfase de las cortezas esféricas<sup>25</sup>.

La dispersión numérica podemos controlarla con muestreo espacial suficientemente alto, de manera que obtendremos valores aceptables para:

$$N_{\lambda} \equiv \frac{c_{\min}}{f_{\max} \sqrt{(\Delta r)^2 + (\Delta r \Delta \theta_{\max} \sin \phi_{\max})^2 + (\Delta r \Delta \phi_{\max})^2}} \geq 10 \quad ()$$

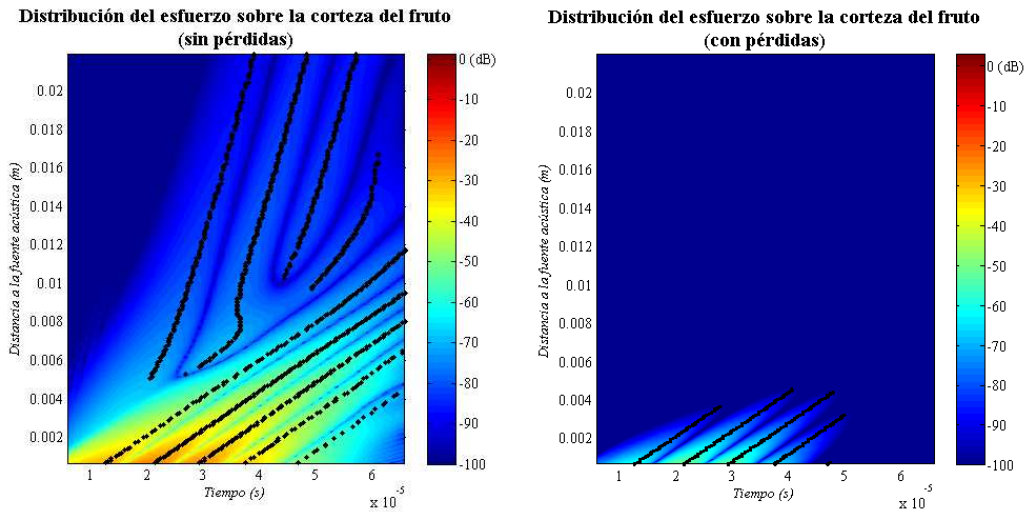
Aquí, el término raíz cuadrada es la diagonal más grande que podemos encontrar en nuestro dominio, mientras que  $c_{\min}$  es la velocidad de propagación más lenta y  $f_{\max}$  es la frecuencia máxima de la señal emitida.

### 3.4 Diseño de condiciones de contorno absorbentes

Para acotar el dominio a la región de interés y evitar las reflexiones de los contornos exteriores se han diseñado condiciones de contorno absorbentes basadas en capas de absorción perfecta PML (*perfect matched layers*). Para implementar dichas condiciones de contorno en el sistema de coordenadas curvilíneo se ha empleado una modificación del método *complex coordinate stretching*<sup>25</sup>. Dicha modificación consiste en añadir absorción no solo en la coordenada radial, si no en las coordenadas angulares de azimut y elevación. Para ello es necesario realizar la división en subcomponentes de cada componente del vector velocidad y del tensor esfuerzo. Así, de toda la esfera, solo es necesario simular un dominio con volumen de cono esférico truncado, evitando las singularidades del sistema de coordenadas esférico en  $r=0$  y  $\theta=0$ ; disminuyendo el elevado coste computacional que supondría simular la naranja completa y atenuando las reflexiones de los límites del dominio. Debido a la división en subcomponentes de las ecuaciones el sistema pasa de 9 a 30 ecuaciones. En el algoritmo se ha diseñado una capa PML de 20 elementos con perfil cuadrático, en la que los valores máximos de las funciones de atenuación y compresión son  $\Omega_{\max}=5.02 \cdot 10^5$  rad/s y  $\alpha_{\max}=2$ .

## 4 RESULTADOS

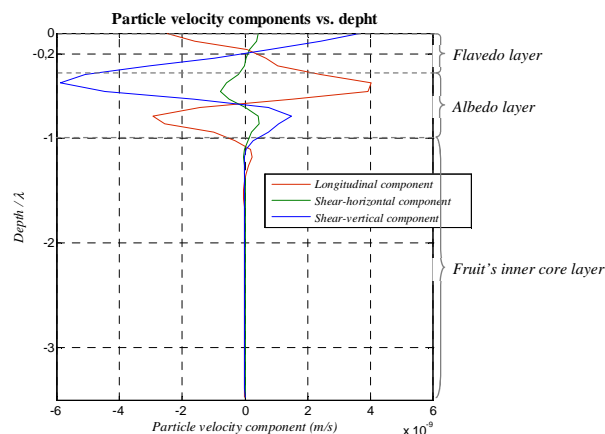
La simulación se configuró de manera similar a las medidas experimentales. Para ello, se midió la respuesta temporal sobre la superficie de la naranja. Así, representando las señales temporales en función de la distancia al foco emisor (fig. 4) podemos obtener la velocidad de propagación de la onda realizando un ajuste lineal sobre las trazas del diagrama:



**Fig. 4.** Diagrama espacio/temporal del esfuerzo sobre la corteza del fruto. Izquierda sin absorción y derecha con la absorción observada empíricamente (3dB/mm).

La pendiente de los ajustes lineales realizados sobre las trazas de los diagramas describe la velocidad de propagación de la onda sobre la corteza del fruto. Así, las trazas de mayor pendiente se corresponden con las ondas longitudinales, y sólo son observables en el modelo sin pérdidas. La velocidad calculada, con un intervalo de confianza del 95%, es de 1576 m/s. Por otro lado, las trazas de menor pendiente se corresponden con ondas de velocidad de propagación más lenta (intervalo de confianza del 95%), que son 200.2 m/s para el modelo sin absorción y 196.3 m/s para el modelo con pérdidas viscosas.

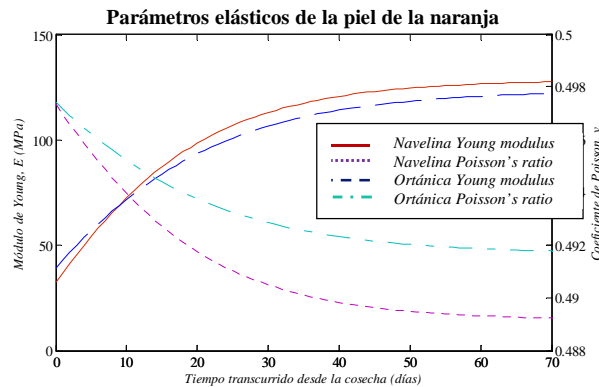
A priori las velocidades coinciden con las teóricas para ondas de tipo Rayleigh, pero podemos realizar un estudio más profundo para analizar el movimiento de las partículas de la corteza. Así, podemos representar la velocidad de partícula en función de la profundidad en el momento de mayor amplitud de la onda. La figura 5 muestra cómo las componentes longitudinales respecto de la dirección de propagación están desfasadas respecto de las componentes transversales. Además, la onda se atenúa en profundidad y no es capaz de penetrar a una distancia mayor que una longitud de onda. Por último, a una profundidad de  $0.2\lambda$  se produce una inversión en las componentes de velocidad de partícula: las partículas en la superficie describen un movimiento elíptico retrógrado en el plano sagital a la velocidad de propagación y por debajo de  $0.2\lambda$  este movimiento se invierte. Todos estos rasgos del movimiento de las partículas coinciden con los característicos de una onda superficial tipo Rayleigh.





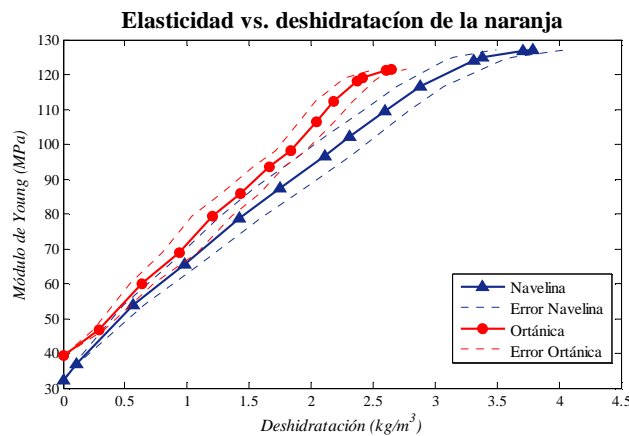
**Fig. 5.** Amplitud de las componentes de la velocidad de partícula en función de la profundidad normalizada respecto a la longitud de onda.

Por último, ya que se conocen las velocidades de propagación en función del tiempo transcurrido desde que la fruta fue cosechada, se han obtenido los parámetros elásticos de la corteza de la naranja en función del tiempo. Así, la figura 6 muestra como el módulo de Young crece con el tiempo transcurrido desde la cosecha para las dos variedades de naranja bajo estudio.



**Fig. 6.** Parámetros elásticos en función del tiempo transcurrido desde la cosecha.

Posteriormente, estos parámetros elásticos se han correlacionado con la deshidratación del fruto, mostrando la fuerte relación entre la rigidez de la corteza y el contenido de agua en ella (Fig. 7). Esta relación es de especial interés debido a que la rigidez de la fruta está íntimamente relacionada con otros índices de calidad psico-mecánicos como son la turgencia o la firmeza de la fruta. De esta manera, mediante el método propuesto se puede estimar la rigidez de la corteza (módulo de Young a 40 kHz) simplemente monitorizando los procesos de deshidratación del fruto; que es un ensayo no destructivo, robusto y barato, o viceversa: conocer la hidratación del fruto mediante el ensayo ultrasónico no destructivo propuesto.



**Fig. 7.** Módulo de Young en función de la deshidratación para las dos variedades bajo estudio.

## 5 CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un método ultrasónico para la monitorización de la calidad de la naranja en procesos post-cosecha. El método está basado en el modelo de sólidos elásticos lineales con pérdidas viscosas. Para la validación de las hipótesis planteadas en el método se ha empleado un método computacional basado en FDTD en coordenadas esféricas. De los resultados de las simulaciones numéricas se desprende que las hipótesis planteadas se cumplen: las ondas

elásticas generadas en la corteza de la naranja y detectadas mediante el dispositivo ultrasónico son ondas de superficie tipo Rayleigh, y las velocidades de propagación coinciden con las observadas experimentalmente. Así, mediante el método propuesto se puede conocer el estado fisiológico (deshidratación) o estructural (rigidez de la corteza) del fruto por lo que adecuado para monitorizar la calidad de las naranjas de manera no destructiva.

## 6 AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha financiado por los Programas de Apoyo a la Investigación y Desarrollo de la Universidad Politécnica de Valencia (PAID-05-09) (002-618) y (PAID-06-08) de la Universidad Politécnica de Valencia, Spain.

## 7 REFERENCIAS

- 1 Ladaniya Milind S. *Citrus Fruit - Biology, technology and evaluation*. Academic Press, Elsevier, 2008.
- 2 Mizrach A. "Determination of avocado and mango fruit properties by ultrasonic technique". *Ultrasonics*. 38 (1-8):717 (2000)
- 3 Bechar A. "Determination of mealiness in apples using ultrasonic measurements." *Biosystems engineering*. 91(3):329 (2005)
- 4 Kim K. B. "Determination of apple firmness by ultrasonic measurement." XVIII Imeko World Congress, Metrology for a Sustainable Development. Rio de Janeiro, Brazil (2006).
- 5 Cheng Y. y Haugh C.G. "Detecting Hollow Heart in Potatoes Using Ultrasound." *Transactions of the ASAE*. 37(1):217-222 (1994)
- 6 Jivanuwong Solos. "Nondestructive detection of hollow heart in potatoes using ultrasonics". PDThesis – Virginia Polytechnic Institute and State University (1998).
- 7 Nielsen M. "Low frequency ultrasonics for texture measurements in cooked carrots (*Daucus carota* L.)" *Journal of food science*. 62(6):1167 (1997)
- 8 Camarena F. y Martínez-Mora J.A. "Potential of ultrasound to evaluate turgidity and hydration of the orange peel" *Journal of food engineering*. 75(4):503 (2006)
- 9 Camarena F., Martínez-Mora J.A. y Ardid M. "Ultrasonic study of the complete dehydration process of orange peel" *Postharvest biology and technology*. 43(1):115 (2007)
- 10 Mizrach A. "Ultrasonic technology for quality evaluation of fresh fruit and vegetables in pre-and postharvest processes". *Postharvest biology and technology*. 48:315–330 (2008)
- 11 Cooke J.R. y Rand R.H. "A mathematical study of resonance in intact fruits and vegetables using 3 media elastic sphere model" *J. Agric. Eng. Res.* 18:141–157 (1973)
- 12 Dewulf W. "Determining the firmness of a pear using finite element modal analysis" *Journal of agricultural engineering research*. 74(3):217 (1999)
- 13 Jancsok P. T. et al. "Investigation of the effect of shape on the acoustic response of conference pears by finite element modelling". *Postharvest biology and technology*. 23(1):1 (2001)
- 14 Nourain J. et al. "Firmness evaluation of melon using its vibration characteristic and finite element analysis." *Journal of Zhejiang University*. 6B(6):483-490 (2005)
- 15 Kim G. W. "Determination of the viscoelastic properties of apple flesh under quasi-static compression based on finite element method optimization." *Food Science and Technology Research*. 14(3):221 (2008)
- 16 Wu N; Pitts M.J. "Development and validation of a finite element model of an apple fruit cell". *Postharvest Biology and Technology*. 16:1-8 (1999)
- 17 Loodts J., et. al. "Micromechanics: Simulating the elastic behavior of onion epidermis tissue." *Journal of texture studies*. 37:16 (2006)
- 18 Mebatsion H. K. "Modelling fruit (micro) structures, why and how?" *Trends in food science & technology*. 19(2):59 (2008)
- 19 Fidelibus M., Teixeira A. A. y Davies F. S. "Mechanical properties of orange peel and fruit treated pre-harvest with gibberellic acid" *Transactions of the ASAE*. 45(4):1057-1062 (2002)
- 20 Singh Krishna K. y B. Sreenivasula "Post-harvest physico-mechanical properties of orange peel and fruit." *Journal of Food Engineering*. 73:112–120 (2006)
- 21 Goss S.A., Johnston R.L. y Shnol S.E. "Comprehensive compilation of empirical ultrasonic properties of mammalian tissues" *J. Acoust. Soc. Am.* 64(2):423–457 (1978)

- 22 Malischewsky P.G. "Comparison of approximated solutions for the phase velocity of Rayleigh waves" *Nanotechnology*. 16:995–996 (2005)
- 23 Auld B.A. *Acoustic Fields and Elastic Waves in Solids*. (Wiley, New York, 1973) Vol. I and II.
- 24 Hosokawa A. "Development of a Numerical Cancellous Bone Model for Finite-Difference Time-Domain Simulations of Ultrasound Propagation" *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*. 55(6):1219 (2008)
- 25 Schröder Christoph T.; Scott Waymond R. "On the Stability of the FDTD Algorithm for Elastic Media at a Material Interface." *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 40(2):474 (2002)
- 26 Chew W. C. y Liu Q. "Perfectly matched layers for elastodynamics: a new absorbing boundary condition". *J. Comput. Acoust.* 4(4):341-359 (1996)
- 27 Jin F. "Basic properties of Rayleigh surface wave propagation along curved surfaces". *International journal of engineering science*. 43.3-4:250 (2005)

### Anexo A

A continuación se presentan unos fotogramas de la simulación para ilustrar cómo se distribuye temporalmente el módulo del esfuerzo sobre un corte del fruto en la posición de la fuente. Se puede apreciar como la onda longitudinal generada con mayor longitud de onda no se transmite por la corteza con la amplitud necesaria para ser detectada en la superficie, mientras que las ondas superficiales de longitud de onda más corta se propagan por la corteza con una amplitud mucho mayor. Las ondas transversales generadas se atenúan por completo al incidir sobre la capa porosa (albedo) por lo que no son apreciables sus reflexiones en la epidermis del flavedo.

