

## TRANSFER IMPEDANCE CHARACTERIZATION OF POROUS-FIBROUS MATERIALS USING THE NEAR-FIELD ACOUSTIC HOLOGRAPHY (NAH)

PACS: 43.40.Dx

**Autores:** Torres Jeniffer; Petite Maxence; Carvajo Jesús; Segovia Enrique; Ramis Soriano; Jaime

**Institución:** Universidad de Alicante

**Dirección:** Carretera San Vicente del Raspeig s/n - 03690 San Vicente del Raspeig - Alicante

**Población:** Alicante

**País:** España

**Tel:** +34 96 590 3400

**Fax:** +34 96 590 3464

**E-Mail:** jtr17@alu.au.es.

### ABSTRACT

The main aim of this paper is to obtain the acoustic transfer impedance of fibrous-porous materials using the Near-field Acoustic Holography (NAH). The results are compared with the acoustic superficial impedance measured using an impedance tube and with the Biot's model for prediction of the acoustic impedance. The experimental set-up is performed in a circular piston with and without covering. The flat piston is set in a rigid baffle and is radiated in a semi-anechoic chamber. Finally, the efficiency acoustic radiation is calculated for this system using an impedance radiation method.

## CARACTERIZACIÓN DE LA IMPEDANCIA DE TRANSFERENCIA DE MATERIALES POROSOS-FIBROSOS USANDO HOLOGRAFIA ACÚSTICA DE CAMPO CERCANO (NAH)

### RESUMEN

El principal objetivo de este trabajo es obtener la impedancia acústica de transferencia de materiales porosos-fibrosos usando la holografía acústica de campo cercano (NAH). Los resultados son contrastados con la impedancia acústica superficial medida en tubo de impedancia y con datos obtenidos usando el modelo de Biot para la predicción de la impedancia acústica de materiales absorbentes. Para la validación experimental, un pistón circular con y sin cobertura de material poroso es medido. El pistón plano es encastrado en un bafle rígido y radia en una cámara semi-anechoica. El factor de radiación es calculado usando un modelo de radiación por impedancia

## 1. INTRODUCCIÓN

Como es sabido, el estudio de sistemas multicapa es de gran interés en la reducción del ruido y las vibraciones, con mayor interés en la industria del transporte, ya que el tipo de soluciones constructivas que desarrollan deben ser sistemas ligeros para proporcionar una reducción en el consumo de combustible y en la emisión de contaminantes.

Por lo general, las placas exteriores son metálicas a las cuales se les añade una o varias capas de material absorbente, quizás uno de los más usados es del tipo fibrosos, debido a que no aumentan considerablemente la masa de la estructura, en tanto, el material añade amortiguamiento y en consecuencia reduce la amplitud de las vibraciones, debido a las pérdidas calóricas internas en el material.

El modelamiento numérico de un material poroso por lo general, es simulado usando una condición de impedancia [1], razón por la cual, de la correcta caracterización de este parámetro acústico dependen las simulaciones. La función del material poroso en la interacción mecánico-acústica es la de agregar un amortiguamiento y de esta forma suavizar la condición de acoplamiento natural entre el medio sólido (estructura) y el campo sonoro (aire)

La impedancia acústica frecuentemente es caracterizada usando un tubo de ondas estacionarias y aplicando el método de la función de transferencia descrito en la norma UNE-EN ISO 10534-2: 2002 [2]. Esta impedancia recibe el nombre de impedancia superficial del material absorbente, donde se asume que la velocidad de la placa donde esta soportada el material es cero.

En [1, 3, 4] se discute sobre la ambigüedad en el uso de la impedancia superficial, se propone el uso de un modelo unidimensional basado en la teoría de Biot [5, 6] con el propósito de tener en cuenta la propagación de las ondas en la fase sólida y fluida del material poro-elástico en un pistón cubierto por material poroso, se analizando entonces, la diferencia entre considerar; la impedancia superficial  $Z_S$  y la impedancia de transferencia  $Z_T$ , en el cálculo de la eficiencia de radiación.

En [3] se propone una metodología experimental para caracterizar  $Z_T$  usando una configuración de medida compuesta por un vibrometro laser con el cual es medida la velocidad de vibración en la superficie del material poroso y medidas de aceleración en la superficie de la placa que hace de pistón y así calcular su velocidad de vibración. Además, se presenta un criterio basado en el la influencia de la rigidez de la fibra (*FSI Frame Stiffness influence*) con el fin de determinar el rango de frecuencia donde no existe la influencia del esqueleto del material poroso. Esto indica qué hay una frecuencia para la cual la impedancia de la parte sólida del material poroso tiende a infinito, por lo cual la eficiencia de radiación aumenta en lugar de amortiguar el sistema placa+poroso.

En este trabajo se propone una técnica experimental alternativa para la obtención de la impedancia de transferencia  $Z_T$  usando la técnica de medida de la holografía acústica de campo cercano NAH (*Near-field Acoustic Holography*) [7, 8] y medidas de aceleración. Los resultados obtenidos de la impedancia de transferencia son contrastados con la impedancia acústica superficial calculada usando el método de la función de transferencia. A su vez, se evalúa el factor de radiación usando el modelo de radiación por impedancia propuesto por Deutres en [3] usando las impedancias  $Z_S$ . Y  $Z_T$  como dato de entrada al modelo.

## 2. CONCEPTOS

En este estudio, el comportamiento vibro-acústico de la estructura "placa-fibroso" se modela considerando un desacoplamiento de los comportamientos mecánicos y acústicos. El modelo vibratorio consiste en determinar las propiedades mecánicas equivalentes del sistema "placa-fibroso" considerando el fibroso como una capa visco-elástica [3]. Las medidas de velocidad

necesarias se obtienen aplicando NAH A continuación se resumen los conceptos básicos que resumen este modelo.

## 2.1 Método de Radiación por Impedancia

La impedancia acústica proporciona información sobre el medio y el tipo de onda que se propaga. Esta información es útil en los cálculos que involucran la transmisión de ondas acústicas de un medio a otro La impedancia acústica ( $Z$ ) es el cociente entre la presión acústica  $p$  y la velocidad  $v$  asociada a las partículas oscilantes en un medio. Matemáticamente se define como:

$$Z = \frac{p}{v} \quad (1)$$

La forma clásica de obtener este parámetro acústico es mediante el método de la función de transferencia [2]. Este método consiste en ubicar una muestra de material absorbente al final del tubo, la muestra esta soportada en una pared rígida. Usando dos micrófonos se mide el coeficiente de reflexión y basándose en esa medida se calcula el coeficiente de absorción y la impedancia superficial  $Z_s$  del material poro-elástico, que se expresa como:

$$Z_s = \frac{p}{v_o} \quad (2)$$

En tanto, cuando se modela un material poroso en un acoplamiento fluido-estructura, el material poroso es habitualmente simulado por una condición de impedancia [1]. Esta condición implica el movimiento de la estructura ( $v_p$ ) y la velocidad en la superficie del poroso que hace contacto con el aire ( $v_o$ ), entonces se puede definir la impedancia del material como:

$$Z_T = \frac{p}{v_p - v_o} \quad (3)$$

A esta impedancia se le conoce como impedancia de transferencia  $Z_t$

Los materiales del tipo poro-elástico se conforman por una fase fluida y una sólida. La influencia de la parte sólida corresponde a la rigidez del esqueleto, esta rigidez delimita la zona de utilidad del material poroso como amortiguador. Ya que en esta frecuencia la impedancia acústica del material tiende a infinito por lo que la interacción fluido estructura es máxima ocurriendo mayor eficiencia de radiación. Esta frecuencia se puede estimar usando la siguiente aproximación [1,3]

$$f_R \simeq \sqrt{\frac{E \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}}{\rho_1}} \quad (4)$$

Donde  $E$  es el módulo de Young,  $\nu$  el Coeficiente de Poisson y  $\rho_1$  Densidad del esqueleto (ver tabla 1).

### 2.1.1 Eficiencia de radiación

El indicador utilizado para caracterizar la eficiencia de radiación de una estructura vibrante es el factor de radiación  $\sigma_R$ . Este factor se define como el cociente entre la potencia acústica radiada por unidad de superficie,  $W_a$  y la potencia vibratoria (o mecánica) de la estructura  $W_v$ .

$$\sigma_R = \frac{W_a}{W_v} \quad (5)$$

La potencia vibratoria de la estructura  $W_v$  es definida como:

$$W_v = \rho_f c_f \langle v_p^2 \rangle \quad (6)$$

Donde  $\rho_f$  es la densidad en el fluido,  $c_f$  es la velocidad de propagación y  $v_p^2$  es velocidad cuadrática media (velocidad RMS,) sobre la estructura vibrante. Para el cálculo de la velocidad cuadrática media se utiliza la distribución del desplazamiento normal  $w$  sobre la superficie de la estructura vibrante  $S_p$ , como:

$$\langle v_p^2 \rangle = \frac{\omega^2}{2S_p} \iint_{S_p} |w|^2 dS_p \quad (7)$$

La potencia acústica radiada por unidad de superficie por la estructura  $W_a$ , se determina integrando la intensidad acústica en campo lejano expresada en coordenadas esféricas ( $r, \varphi, \theta$ ) sobre una esfera de radio  $r$ :

$$W_a = \frac{1}{S_p} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\vec{r}) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (8)$$

El cálculo de la intensidad utiliza la forma asintótica de la presión en campo lejano  $p(\vec{r})$ ,

$$I = \frac{|p(\vec{r})|^2}{2\rho_f c_f} \quad (9)$$

La presión radiada en campo lejano  $p(\vec{r})$  se calcula con la ayuda de la integral de Rayleigh que depende de la velocidad mecánica de la estructura y de una función de Green que verifica las condiciones de pantalla rígida y reflectante así como las condiciones de Sommerfeld [3]. Para una placa sin material añadido, utilizando la integral de Rayleigh en coordenadas polares ( $\varphi_0, r_0$ ), la presión en campo lejano  $p'$  se escribe como:

$$p'(\vec{r}) = -\omega^2 \rho_0 \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \int_0^{2\pi} \int_0^a w(r_0) e^{jkr_0 \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin \theta} r_0 d\varphi_0 dr_0 \quad 10$$

Cuando la placa se cubre con un material fibroso, la función de Green se multiplica por un término correctivo expresado en función de la impedancia de radiación ( $Z_{rad} = \rho_f c_f$ ) y de la impedancia acústica del material poroso ( $Z$ ).

Entonces, la presión radiada por la placa cubierta de material poroso es simplemente la presión radiada por la placa rígida  $p'$  ponderado por el término de impedancia, como indica la siguiente ecuación

$$p(\vec{r}) = \frac{Z}{Z + Z_{rad}} p'(\vec{r}) \quad (11)$$

## 2.2 Holografía Acústica de Campo Cercano.

El campo acústico de cualquier fuente monocromática puede ser descompuesto en un espectro angular que es definido en el dominio del número de onda como una superposición de ondas planas viajeras en diferentes direcciones, sin embargo; no todas las ondas son propagadas en dirección normal, algunas decaen exponencialmente cuando incrementa la distancia.

La holografía acústica de campo cercano (NAH) es una técnica que reconstruye el campo sonoro y la velocidad de vibración de un objeto o una fuente sonora da partir de medidas realizadas con una matriz de micrófonos colocados en un plano paralelo y cercano a la fuente sonora.

Las medidas de campo cercano permiten capturar las ondas evanescentes (ondas subsónicas que decaen exponencialmente cuando incrementa la distancia desde la fuente sonora), las cuales

contiene una alta resolución de detalles acerca de la fuente [7, 8] NAH implica la medida de la amplitud y la fase de la presión usando un arreglo de micrófonos,

Basado en el teorema de Green, una integral puede ser derivada para que describa la presión sonora en cualquier punto en el espacio entre la fuente sonora y el plano de medida. La presión compleja en cualquier punto en campo libre puede ser expresada como una función de la presión compleja ( $\check{p}$ ) en el plano de fuente  $z_s$  donde  $\check{p}(x', y', z_s)$  es la distribución de la presión compleja en  $z_s$  y  $\check{G}(x - x', y - y', z - z_s)$  es la derivada normal de la función de Green que satisface el valor propio del límite de la condición de Dirichlet en  $z_s$ [7]

$$\check{p}(x', y', z_s) = - \iint_{-\infty}^{\infty} \check{p}(x', y', z_s) \cdot \check{G}(x - x', y - y', z - z_s) dx' dy' \quad (12)$$

Si todos los puntos están asumidos para ser localizados en el mismo plano de medida llamado como plano del holograma  $z_H$  la ecuación 9 se convierte en:

$$\check{p}(x', y', z_s) = - \iint_{-\infty}^{\infty} \check{p}(x', y', z_s) \cdot \check{G}(x - x', y - y', z_H - z_s) dx' dy' \quad (13)$$

Como  $z_H - z_s$  es una constante la ecuación 10 describe una convolución en dos dimensiones entre la presión compleja en el plano  $z_s$  y la modificación de la función de Green la cual se convierte en un producto simple en el dominio del número de onda (espacio  $k$ )

$$\check{p}_H(k_x, k_y, z_H) = \check{p}_s(k_x, k_y, z_H) \cdot \check{G}(k_x, k_y, z_H - z_s) \quad (14)$$

Donde  $z_H - z_s$  está definido como la distancia entre el plano de la fuente y el plano del holograma. Una vez la presión sonora  $\check{p}_s(k_x, k_y, z_H)$  se conoce en el espacio  $k$ , el vector de velocidad de partícula puede ser determinado aplicando la ecuación de Euler, considerando el campo acústico armónico en el dominio del tiempo y aplicando la transformada inversa de Fourier.

$$\check{v}(k_x, k_y, z_H) = \frac{1}{\omega \rho} (k_x e_x + k_y e_y - i e_z \frac{\partial}{\partial z}) \cdot \check{G}(k_x, k_y, z_H - z_s) \quad (15)$$

En tanto, el uso de NAH permite por medio de la retro-propagación del campo determinar la velocidad de vibración y la presión acústica en la superficie del material poroso, cantidades necesarias para el cálculo de la impedancia de transferencia  $Z_T$  (ecuación 3)

### 3. CASO DE ESTUDIO

Para llevar a cabo el estudio se ha elegido un material rígido y uno fibroso. A continuación se describen sus características mecánicas.

El material rígido es una placa cuadrada de aluminio de  $0,35 \times 0,35 m$ , la cual posteriormente se dispuso de manera circular en la pantalla "infinita". El módulo de Young de la placa es de  $E_p = 6,9 \cdot 10^{10} (Pa)$ , el factor de pérdidas  $\eta_p = 0,03$ , la densidad  $\rho_p = 2700 (kg/m^3)$  y el coeficiente de Poisson  $\nu = 0,33$ .

El material poroso fibroso a estudiar es una fibra de poliéster reciclado de botella tipo PET. Las características mecánicas del material se presentan en la tabla 1.

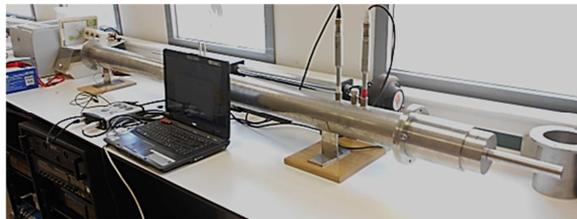
<b>Tabla 1. Características mecánicas del material fibroso</b>	
Espesor : $l(10^{-3}m)$	30
Radio $a(m)$	0,14
Resistividad al flujo: $\sigma (Ns/m^4)$	2000
Porosidad $\phi$	> 90
Tortuosidad $\alpha_\infty$	1,03
Longitud viscosa $\Lambda (10^{-6})$	420
Longitud termal $\Lambda' (10^{-6})$	650
Densidad del Esqueleto $\rho_1 (Kg/m^3)$	17
Módulo de Young $E (kPa)$	13
Factor de Perdidas $\eta$	0,23
mCoeficiente de Poisson $\nu$	0,0

#### 4. MONTAJES EXPERIMENTALES

El modelo vibratorio estudiado se puede considerar un modelo de placa rígida circular encastrada en una pantalla infinita y excitada en su centro por una fuerza puntual. Estas condiciones han sido recreadas tanto para la simulación como para las medidas en laboratorio.

##### 4.1 Tubo de impedancia: Impedancia superficial

Como se ha mencionado anteriormente se ha medido la  $Z_s$  usando el método de la función de transferencia. La Figura 1 enseña el montaje experimental. Según [2]



**Figura.1. Montaje experimental método de la función de transferencia**

##### 4.2 Holografía Acústica de Campo cercano y medidas de Aceleración

Las medidas NAH y de aceleración se realizaron con la misma configuración salvo que el transductor de recepción para el caso de NAH fue el micrófono Brüel & Kjær modelo 4951 y para la aceleración el acelerómetro Brüel & Kjær. El preamplificador usado fue un NEXUS también de Brüel & Kjær. y conectado a través de la tarjeta A/D-D/A de *National Instruments* modelo BNC 21-10 y de esta al ordenador.

La medición del campo sonoro consistió en una matriz de medida de 40 x 40 puntos, con una resolución espacial de 0,01 m. Para un total de 1600 puntos de medida. En este caso de ha usado un brazo mecánico con lo cual la medida estaba totalmente automatizada (Figura 2 izquierda)

La medición de aceleración consistió en una matriz de 21 x 21 puntos de medida correspondiente al cuadrante derecho de la placa (Figura 2 derecha) con una resolución espacial de medida de 0,01 m. Para un total de 441 puntos de medida.

La señal de medida para los dos casos fue una señal del tipo MLS (*Maximun Length Sequence*) muestreada a 96 kHz y de 3 segundos de duración.



**Figura.2. Montaje experimental para as medidas de NAH y Aceleración**

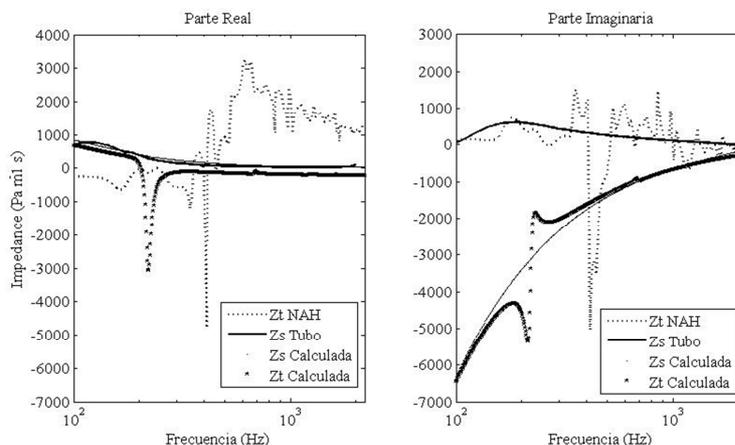
Las ecuaciones de NAH enunciadas en el apartado 2.2 se usaran para retro propagar el campo de esta manera encontrar la presión acústica y la velocidad de vibración sobre la superficie del material poroso y junto con la velocidad de vibración medida con acelerómetros del sistema Placa + Poroso sobre la estructura y se procederá a calcular la  $Z_T$  del material poroso

## 5. RESULTADOS

Los resultados contrastan la  $Z_S$  y  $Z_T$  para la obtención del factor de radiación usando el modelo numérico de radiación por impedancia propuesto por Deutres [3]

### 5.1 Impedancia Acústica del Material Poroso

Como se puede ver en la figura 3 la impedancia  $Z_T$  contempla la influencia de la estructura del esqueleto. La tenencia a  $-\infty$  de la  $Z_T$  tanto en la parte real como en la imaginaria entre los 380 Hz y 450 Hz. Corresponde a la frecuencia de resonancia (ecuación 4) de la estructura contemplando la masa añadida por el altavoz.

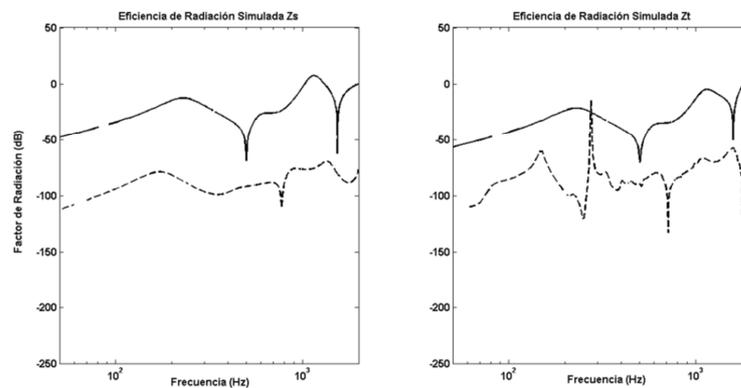


**Figura 3. Parte real e imaginaria de la Impedancias Acústicas  $Z_S$  y  $Z_T$**

En la figura 3, que también se incluye el cálculo de ambas impedancias usando el modelo de Biot, La frecuencia de resonancia de la estructura del material fibroso medido esta alrededor de 230 Hz. En la medida aparece desplazada por la masa añadida del transductor usado en el montaje experimental .La medida alternativa usando NAH tiene una buena coherencia. Frente a los resultados calculados.

### 5.2 Eficiencia de Radiación del Sistema

Usando el método de radiación por impedancia del sistema placa+poroso. Se calcula la eficiencia de radiación usando las impedancias acústicas  $Z_S$  y  $Z_T$ .medidas La figura 4 ilustra la diferencia en el cálculo del factor de radiación para los dos casos



**Figura 4. Representación gráfica del factor de radiación acústica simulado con  $Z_S$  (izquierda) y  $Z_T$  (derecha). Placa rígida(—) y la placa recubierta de una capa de material fibroso (-----)**

Como se puede apreciar en la gráfica anterior al simular el factor de radiación usando  $Z_S$  no se aprecia la influencia de la estructura del esqueleto. La frecuencia de influencia del esqueleto del poroso está entre los 250 Hz y 300 Hz. Coincide con la frecuencia de resonancia usando la ecuación 4 que corresponde a 230 Hz, esto indica que la masa añadida por el transductor no interfiere en el modelo de la radiación del sistema bi-capa. Esta frecuencia indica el límite inferior de efectividad del material poroso en la reducción de la radiación de la placa.

## 5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se propone el uso de NAH y medidas de aceleración como una técnica de medida alternativa para caracterizar la impedancia acústica de transferencia de materiales porosos fibrosos. Aunque el montaje de medición no recrea fielmente la hipótesis de pistón plano circular en pantalla infinita, se ha comprobado la mejora de los resultados usando la impedancia acústica de transferencia en el modelo numérico de radiación por impedancia propuesto por [3], comparando los resultados con mediciones de impedancia superficial.

## REFERENCIAS

- [1] X. Sagartzazu, L. Hervella-Nieto. Impedance prediction for several porous layers on a moving plate: Application to a plate couple to an air cavity. J. Computational Acoustics. 19(04). 379 2011.
- [2] Norma UNE-EN ISO 10534-2: 2002. Acústica. Determinación del Coeficiente de Absorción Acústica y de la Impedancia Acústica en Tubos de Impedancia. Parte 2: Método de la Función de Transferencia.
- [3] O. Doutres, N. Dauchez, J-M Génevaux. Porous layer impedance applied to a moving wall: Application to the radiation of a covered piston. . Acoust. Soc. Am., 121(1):206–213, 2007.
- [4] O. Doutres, N. Dauchez, J-M. Génevaux, and O. Dazel. Validity of the Limp model for porous materials: A criterion based on the Biot theory. J. Acoust. Soc. Am., 122(4):2038–2048, 2007.
- [5] M.A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range. J. Acoust. Soc. Am., 28(2):168–178, September 1955.
- [6] M.A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range. J. Acoust. Soc. Am., 28(2):179–191, September 1955.
- [7] E.G. Williams, Fourier Acoustics. Sound and Near-field Acoustical Holography. Academic, London, Great-Britain. 1999.
- [8] J.D Maynard., EG Williams, Y Lee. Near field acoustic holography: I, Theory of generalized holography and the development of NAH. Journal Acoustic Society of America.78 , 1395-1413, 1985.