

ESTUDIO DE LA RADIACIÓN EN VIGAS EMPLEANDO LA TÉCNICA DE MEDICIÓN DE HOLOGRAFÍA DE CAMPO CERCANO

Torres Jeniffer¹, Cárdenas William¹, Carbajo Jesús², Segovia Enrique³, Ramis Jaime¹

¹ Instituto de Física Aplicada a las Ciencias y la Tecnología, Universidad de Alicante, España.
(jtr17@alu.ua.es, wacp1@alu.ua.es, jramis@ua.es)

² Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal. Universidad de Alicante, España.
(jesus.carbajo@ua.es)

³ Departamento de Ingeniería de la Construcción, Obras Públicas e Infraestructura Urbana, Universidad de Alicante, España.
(enrique.gonzalo@ua.es)

Resumen

El principal objetivo de este trabajo es caracterizar la radiación de las vibraciones dinámicas de ondas transversales en vigas continuas y con cambio de sección, utilizando la técnica de holografía acústica de campo cercano NAH (*Near field Acoustics Holography*), escaneando en la dirección normal a la propagación de las ondas en la viga.

Las vigas son de piedra tipo arenisca llamada “*Bateig*”. Las condiciones de contorno de la medida intentan recrear una condición Libre-libre, por lo que se emplean terminaciones tipo muelle para realizar el experimento. Para caracterizar el comportamiento vibratorio de las vigas se usa una aproximación por diferencias finitas donde se rechazan las ondas longitudinales y se eligen únicamente la contribución de los modos transversales ya que son más eficientes desde el punto de vista radiante. Los resultados experimentales se comparan con modelos analíticos y numéricos (FEM).

Palabras-Clave: Vigas, NAH, Radiación acústica, FEM.

Abstract

The main aim of this paper is to characterize the radiation efficiency of the dynamic vibrations of bending waves in continuous and non-uniform cross section beams, using Near field Acoustic Holography (NAH), making a scanner in normal direction to the propagation of waves in the beam.

The material of which the beams are made of is sandstone, so called stone “*Bateig*”. The measurement setup boundary conditions try to recreate a free-free condition, thus, spring terminations are employed. To characterize the vibration behavior of beams, a finite difference approximation is applied, so that longitudinal waves are rejected and just the contribution of bending modes considered, being those that are important for the acoustics radiation. The experimental results are compared with analytical and numerical models (FEM).

Keywords: Beams, NAH, Acoustic radiation, FEM.

PACS no. 43.10.Ce, 43.40.Rj.

1 Introducción

Las vigas son estructuras de tipo lineal frecuentemente usadas en ingeniería y arquitectura que trabajan a flexión, lo que supone un movimiento en la dirección de una fuerza aplicada. Este movimiento genera frecuencias propias al movimiento de flexión que intervienen directamente en la radiación acústica, por lo que identificar este fenómeno mecánico-acústico es de importante interés en el estudio del control de ruido de las vibraciones.

Este estudio, considera dos estructuras tipo viga, la primera de tipo continua y la segunda de sección transversal no uniforme, el material que las compone es una piedra arenisca llamada piedra *Bateig*, se elige este tipo de material por su similitud con la tipología de materiales usados en la edificación.

Con la motivación de alcanzar el principal objetivo de este trabajo, se ha planteado una metodología de trabajo que comprende estudios del tipo analítico, numérico y experimental.

El primer paso consiste en determinar las propiedades mecánicas de la Piedra *Bateig*; modulo de Young (E), velocidad de propagación (c), coeficiente de Poisson (μ) entre otros. A continuación se estudia analíticamente el problema planteado con las teorías usadas en ingeniería: *Euler-Bernoulli*, *Rayleigh*, *Shear* y *Timoshenko* [1] siguiendo con la implementación de un modelo en elementos finitos (FEM), que se compara con los experimentos analíticos y experimentales. Estos últimos se han obtenido procesando la señal capturada mediante acelerómetros [2] que recorren la viga a lo largo, en la parte superior e inferior. La variable estudiada es el desplazamiento provocado por las ondas de flexión excluyendo del análisis los demás tipos de onda que se producen en los sólidos. Después de obtener los primeros modos de flexión de la viga, se estudia la radiación de estos, para lo cual se usa la técnica de medición usada en Holografía acústica de campo cercano (*Near field Acoustics Holography, NAH*) [3], pero en lugar de medir en un plano paralelo cercano a la fuente, se mide en dirección normal a la propagación, con el fin de “visualizar” la radiación sonora en una ventana espacial controlada y, de esta manera, caracterizar la radiación de este tipo de estructura.

Finalmente, este estudio refleja el comportamiento e interacción mecánico-acústica de una de las estructuras más sencilla como lo es la viga con sección transversal uniforme y no-uniforme.

2 Generalidades y desarrollo.

Los especímenes que hacen parte de la base experimental, están contruidos con una piedra del tipo arenisca llamada piedra *Bateig*, las dimensiones de estos se ilustran en la Figura 1.

Para el desarrollo del estudio se han medido las características mecánicas de la piedra usando dos métodos, el primero usando las recomendaciones del ensayo UNE 83316:1996 (*Concrete test, determination of the Modulus of Elasticity in compression*) y un método no invasivo usando un sistema transmisor-receptor de ultrasonido calculando a partir de la velocidad de propagación en el sólido las propiedades mecánicas, los resultados obtenidos se muestran en la tabla 1.

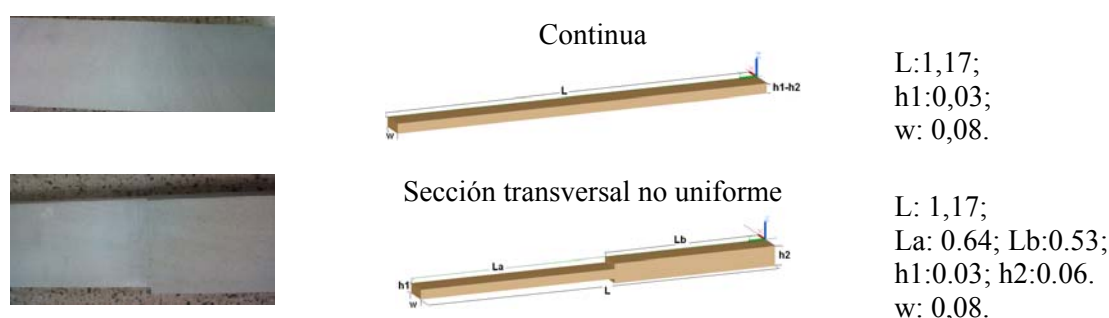


Figura 1. Detalle y dimensiones de los especímenes (Todas las medidas en metros)

Tabla.1 Características mecánicas de la piedra *Bateig*

<i>Velocidad de propagación (c)</i>	3718,06 m/s
<i>Modulo de Young(E)</i>	32, 00 GPa.
<i>Modulo de rigidez (G)</i>	13,00GPa.
<i>Coefficiente de Poisson(μ)</i>	0,23
<i>Densidad (ρ)</i>	2314,81Kg/m ³

Estos datos se introducen en el estudio analítico, numérico y experimental.

2.1 Modelo analítico de viga.

La teoría más usada en Ingeniería para resolver el movimiento transversal en una viga es la aproximación de Euler-Bernoulli, En el estudio de Han *et al* [1] se cuantifica la dispersión en el cálculo de las frecuencias naturales para cuatro aproximaciones al problema: Euler-Bernoulli, Rayleigh, Shear y Timoshenko, todas estas para el caso de una viga no delgada.

En resumen las cuatro teorías asumen:

- La dirección axial es considerablemente más larga que las otras dos.
- El material tiene un comportamiento elástico lineal.
- El coeficiente de Poisson es rechazado.
- El área de sección transversal es simétrica
- Los planos perpendiculares al eje neutro permanece perpendiculares después de la deformación
- El ángulo de rotación (giro) es bajo.

En el desarrollo de este apartado se soluciona la ecuación del movimiento para condiciones de contorno libre-libre para una viga de sección transversal uniforme, en las cuatro aproximaciones, tomando como datos de entrada los descritos en las tablas 1 y 2.

La tabla 3, referencia los resultados obtenidos para las aproximaciones, se excluye el cálculo según Timoshenko dada la similitud con los resultados según Shear. (Columna 4)

Tabla 2. Otras propiedades de la viga

<i>Sección transversal</i>	Rectangular $w= 0,08$ (m) y $h= 0,03$ (m)
<i>Área de la sección transversal (A)</i>	0,0024 (m ²)
<i>Área del momento de Inercia (I)</i>	0,000624 (m ⁴)
<i>Longitud (L)</i>	1,17 (m)
<i>Relación de aspecto</i>	$L\sqrt{\frac{A}{I}} = 8,11$
<i>Factor de forma k'</i>	$\frac{10(1+\mu)}{12+11\mu} = 0.8465$
γ .	$\sqrt{\frac{2(1+\mu)}{k'}} = 1,7047$

Tabla 3. Frecuencias de resonancia (Hz)

<i>Modo</i>	<i>Euler-Bernoulli</i>	<i>Rayleigh</i>	<i>Shear</i>
1	92	97	104
2	250	246	283
3	491	436	455
4	811	727	632

2.2 Modelo Numérico

Dos sistemas físicos interactuando uno con otro de forma acoplada (sistemas acoplados), es uno de los problemas más habituales en mecánica de fluidos, ambos sistemas, no se pueden resolver por separado sin tener en cuenta las fuerzas de interacción entre ellos. El fluido es considerado no viscoso por tanto el movimiento de partícula es pequeña al acoplarse con una malla estructural.

Las ecuaciones que influyen este fenómeno son las de la dinámica de fluidos donde interactúan la velocidad del fluido, la densidad y la presión sonora. Se asume entonces que la densidad varía únicamente en pequeñas cantidades y que la velocidad es constante.

En este caso se realizará un modelo de tipo armónico, las frecuencias de interés del estudio están entre 50 Hz y 2000 Hz, el tamaño del elemento tetraédrico es de 0,021 m las magnitudes que se representan son Nivel de presión sonora (SPL dB) en el fluido, y sobre el sólido valor eficaz del desplazamiento (m RMS). La Figura 2 se enseña la configuración del modelo y el detalle de la malla.

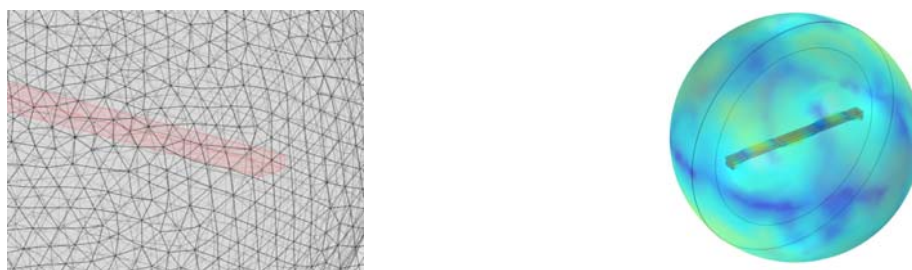


Figura 2. Configuración del experimento numérico, izquierda detalle del mallado, derecha modelo 3D.

2.3 Método experimental: caracterización de la vibración en la viga

La técnica de medición se basa en los trabajos referidos de Szwerc *et al* [2, 4] en los cuales se establece el diseño básico de la configuración de medida usada en el proceso experimental propuesto en este estudio.

Para determinar los modos de flexión de cada una de las vigas estudiada, es necesario determinar la amplitud de la vibración y la fase. Esto es posible con la combinación de estudios de Linjama-Lahti [5] and Verheij [6], donde las ecuaciones y el desarrollo de la medición dependen únicamente de dos tipos de sensores: acelerómetros y sensor de fuerza. El acelerómetro es desplazado a lo largo de la viga en distintos puntos de medición, para las ondas de flexión las velocidades transversales en posiciones consecutivas en la parte superior y en la parte inferior de las vigas.

Las ondas longitudinales y de flexión presentan desplazamientos en la dirección transversal y axial en la superficie de la viga. Estas últimas generan desplazamientos en ambas superficies y se pueden separar de las ondas longitudinales usando la siguiente ecuación:

$$H_f = \frac{H_s - H_i}{2} \quad (5)$$

Donde: H_f es la respuesta en frecuencia de las ondas de flexión y H_s y H_i son la respuesta la parte superior e inferior respectivamente. El uso de un solo acelerómetro minimiza el error de fase introducido por la diferencia en la múltiple respuesta en la fase de varios acelerómetros. La densidad cruzada del espectro entre la amplitud de la onda de dos puntos de medida cercanos es estimada como:

$$G_{1-2}^b = H_{f1}^* H_{f2}^2 G_{ref} \quad (6)$$

Donde G_{ref} es la densidad auto espectral de la señal de referencia, H_{f1} y H_{f2} son la respuesta en frecuencia de las ondas de flexión en la posición 1 y 2 respectivamente, G_{1-2}^b indica la densidad del espectro cruzado entre la posición 1 y 2 El * indica complejo conjugado.

En este estudio se dividió cada viga en treinta y ocho (38) fracciones, cada una espaciada 3 cm (Δ), la señal empleada fue ruido de secuencia pseudoaleatoria; MLS (*Maximum Length sequence*), el excitador es una fuente de fuerza (*shaker*) adjuntándole un sensor de fuerza y acoplado a un acelerómetro para obtener la densidad auto espectral de la señal de referencia.

En cuanto a las condiciones de contorno se han usado condiciones tipo muelle por su similitud con condiciones de contorno tipo libre-libre, con el fin de tener coherencia con el modelo analítico anteriormente descrito, las Figuras 3 y 4, ilustran la configuración de la medida.

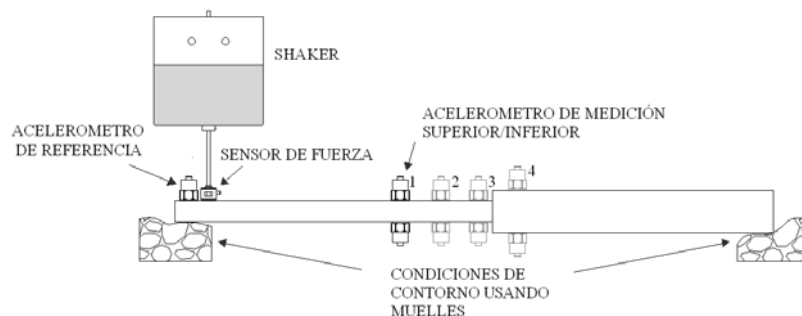


Figura 3: Configuración de la medición



Figura 4. Medida de la vibración en las vigas

Usando la ecuación 6 e integrando la aceleración dos veces se obtiene la función de respuesta en frecuencia (FRF) del desplazamiento de las vigas, la Figura 5, enseña la FRF para un punto cercano a la zona central sobre cada una de las vigas.

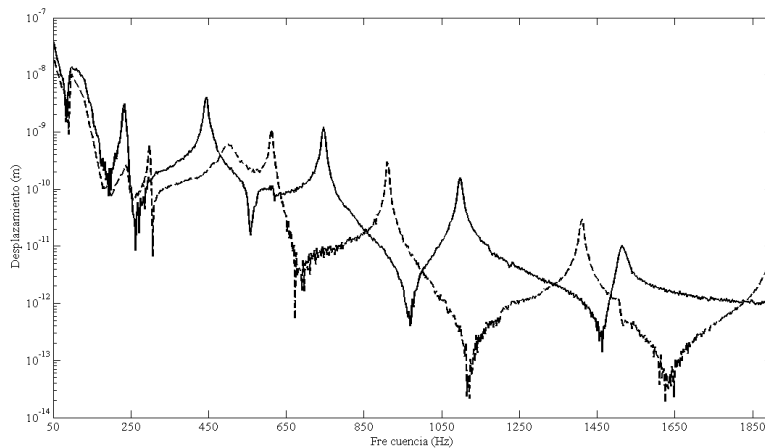


Figura 5: Función de respuesta en frecuencia modos de flexión, Desplazamiento: Continua ____, Sección transversal no uniforme ----.

2.4 Holografía acústica de campo cercano

La holografía acústica de campo cercano (NAH) por sus siglas en inglés (*Near field Acoustics Holography*), es una técnica de medición que busca reconstruir el campo sonoro de una fuente sonora en un plano paralelo y muy cercano a la fuente, usando un arreglo de varios micrófonos equiespaciados mínimamente. Se asume que el campo sonoro está representado por una distribución constante de presión en el campo sonoro (plano de medición), dividiéndolo en elementos discretos, en cada uno de estos elementos se registra en valor de presión.

La principal idea de NAH consiste en que, el campo sonoro puede ser descompuesto en dos tipos de ondas simples; las ondas planas y las ondas evanescentes [7], [8]. Las ondas planas describen la propagación del sonido en el campo lejano, mientras que las ondas evanescentes ofrecen información sobre el campo sonoro complejo que aparece en el campo cercano a la fuente, cualquier campo sonoro puede ser descrito como una combinación de ondas planas y evanescentes con diferente magnitud y dirección. La magnitud y dirección de las ondas individuales puede ser representada por la frecuencia espacial o número de onda k .

Usando NAH es posible predecir el campo lejano tridimensional generado por una fuente asumiendo la presión medida en el plano del holograma como la condición de contorno que soluciona la ecuación de onda homogénea en campo libre de la fuente. [9]. El sistema experimental consiste de un micrófono adherido a un brazo mecánico controlado por un motor automatizado el cual se mueve a lo largo del plano de medición, para cada punto que recorre se registra la presión.

En el caso aquí expuesto, este plano de medida no se hace paralelo a la superficie de la viga, la captura se hace en un plano normal a la viga como lo muestra las Figuras 6 y 7. Por tanto, no se hace propagación (o retro-propagación) del campo sonoro, se toma un escáner de la radiación causada por la viga en el aire con el fin de “observar” la propagación de los primeros modos de flexión de los especímenes estudiados.

Ahora bien, la matriz de medición consiste en dos planos superpuestos cada uno de 60cm x 60cm, teniendo una matriz final asimétrica de 60cm x 120cm, con una resolución espacial de $dx = 1$ cm, para un total de 7200 puntos de presión.

La señal usada es MLS, en este caso se ha cambiado de excitador, se ha usado un actuador, ya que la radiación acústica generada por la fuente de fuerza (shaker), es mayor a la generada por las vigas, causa por la cual se eligió otro tipo de fuente. Las condiciones de contorno nuevamente son tipo muelle, la medida se realiza en una cámara semi-reverberante, con el fin de evitar cualquier tipo de influencia externa.

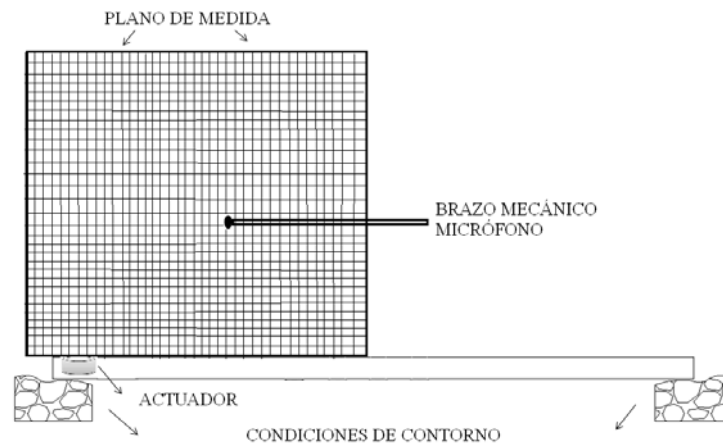


Figura 6. Esquema de medición, usando Holografía Acústica.



a. Viga continua



b. Viga cambio de sección no uniforme

Figura 7. Configuración de la medidas de NAH

3 Resultados y discusión

Los experimentos realizados permitieron, comparar los primeros modos de vibración de las vigas y su propagación en el aire. La parte izquierda de las figuras 8 y 9 expresan los resultados experimentales articulando los resultados obtenidos en la caracterización vibratoria (desplazamiento exagerado) de las estructuras y la radiación (fluido) medida con NAH. En tanto, la parte derecha expresa la simulación realizada usando un modelo de elementos finitos (FEM).

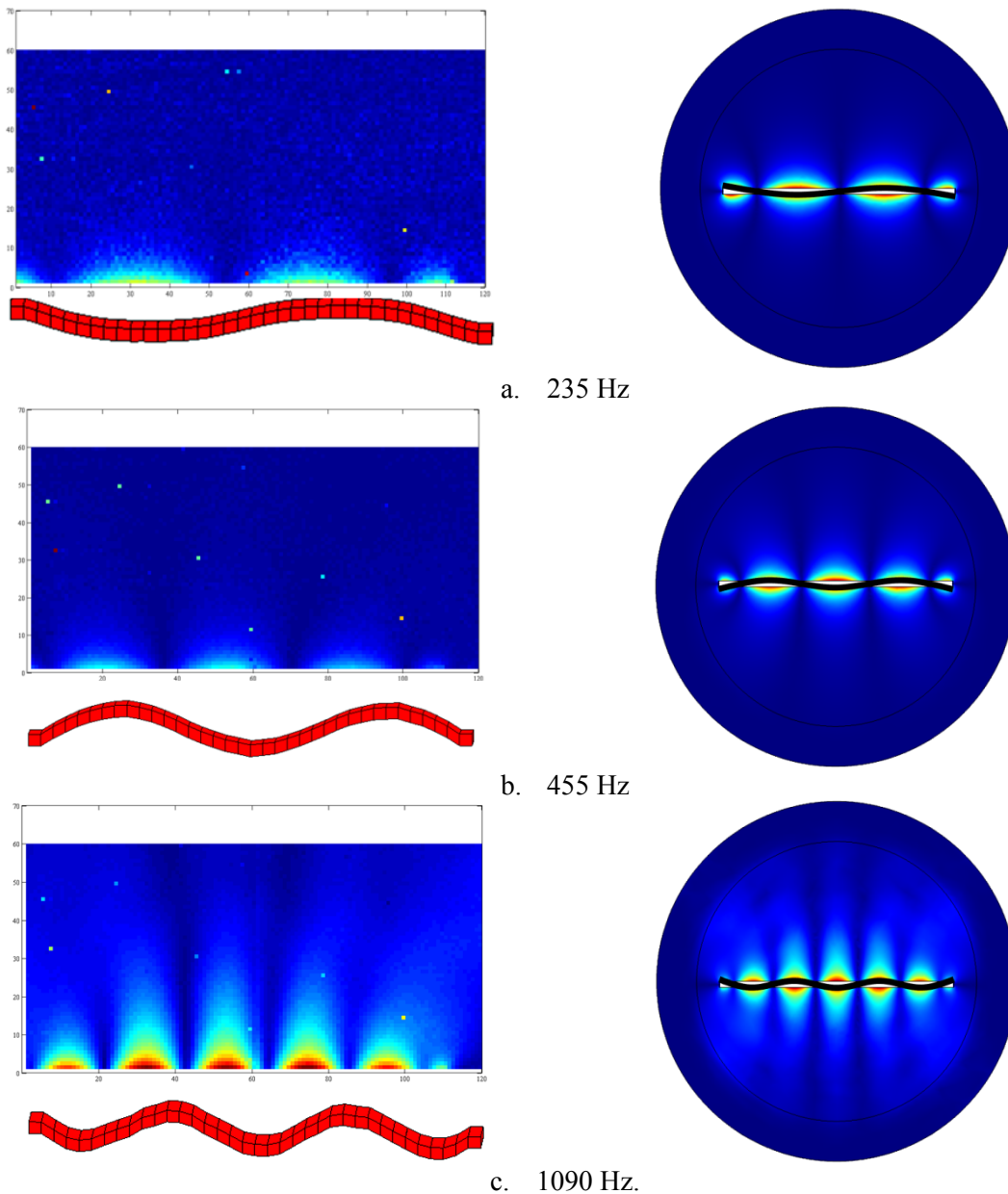


Figura 8. Comparativa experimento izquierda, experimental y derecha, numérico para la viga continua

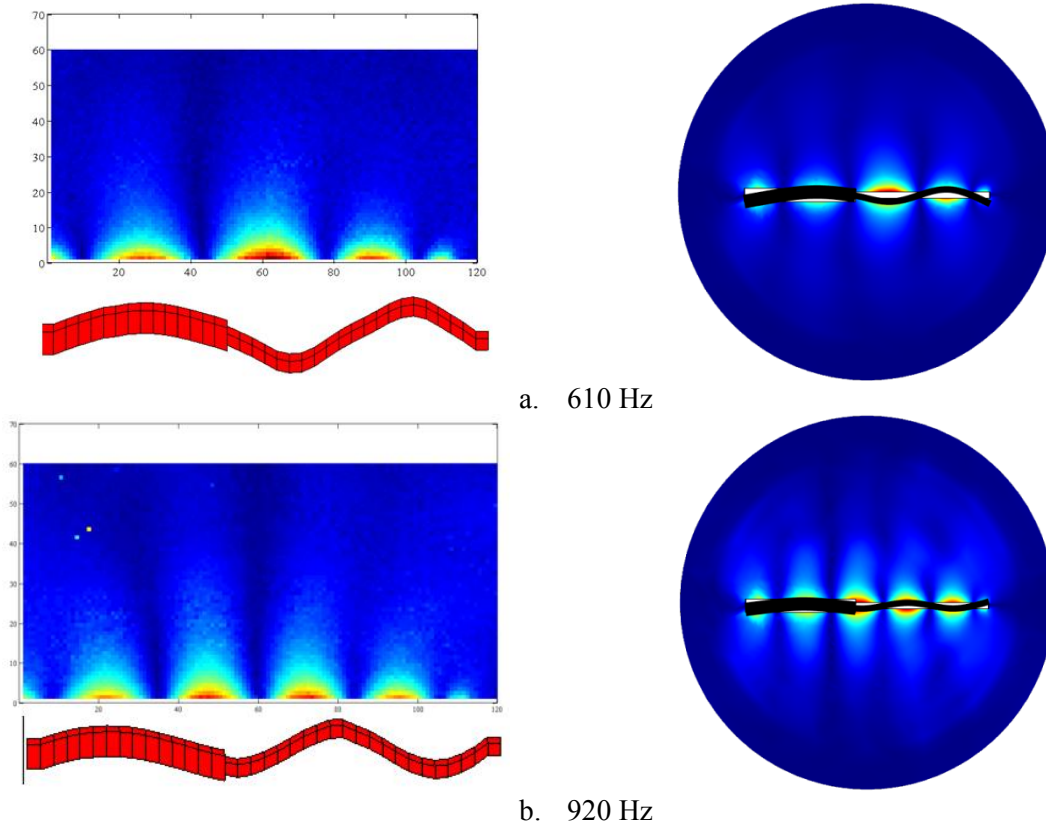


Figura 9. Comparativa experimento izquierda, experimental y derecha, numérico para la viga sección transversal no uniforme

Se comparan los desplazamientos medidos mecánicamente y los obtenidos en el cálculo numérico, para realizar este paralelo se ha elegido un punto en la zona central sobre la viga, comparándolo con un punto ubicado en la misma coordenada en el modelo numérico, dicha comparativa se muestra en la Figura 10.

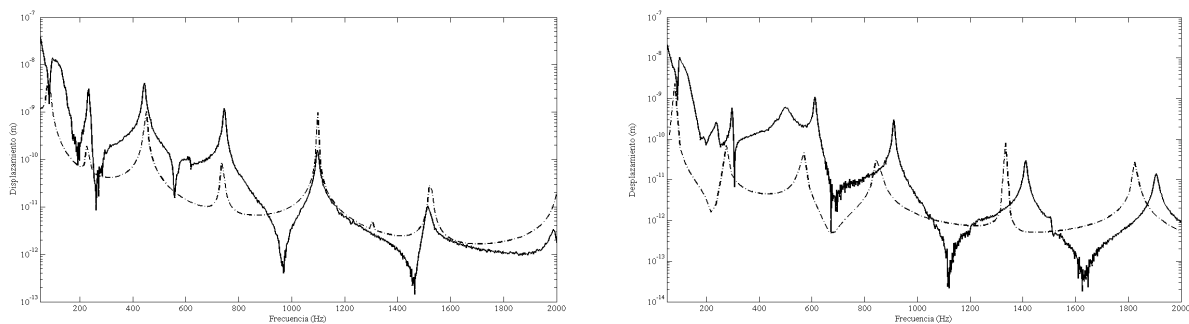


Figura 10. Paralelo entre los desplazamiento (m) obtenidos mecánicamente _____ y Numéricamente _ _ _ _ _ . Izquierda viga continua. Derecha viga de sección transversal no uniforme

Como se puede observar, la concordancia es alta, en el rango de frecuencia elegido en el estudio, en alta frecuencia, tanto la fuente de fuerza usada, como el tipo de mallado en FEM, impide una mejor concordancia, sumándole a esto, que la elasticidad y la velocidad de propagación del sólido depende de la frecuencia.

A su vez, se compara el nivel de presión sonora medido usando la técnica NAH y dentro del fluido en el modelo de elementos finitos, también se eligió un punto similar entre los dos experimentos para poder hallar concordancias, la Figura 11 enseñan los resultados obtenidos.

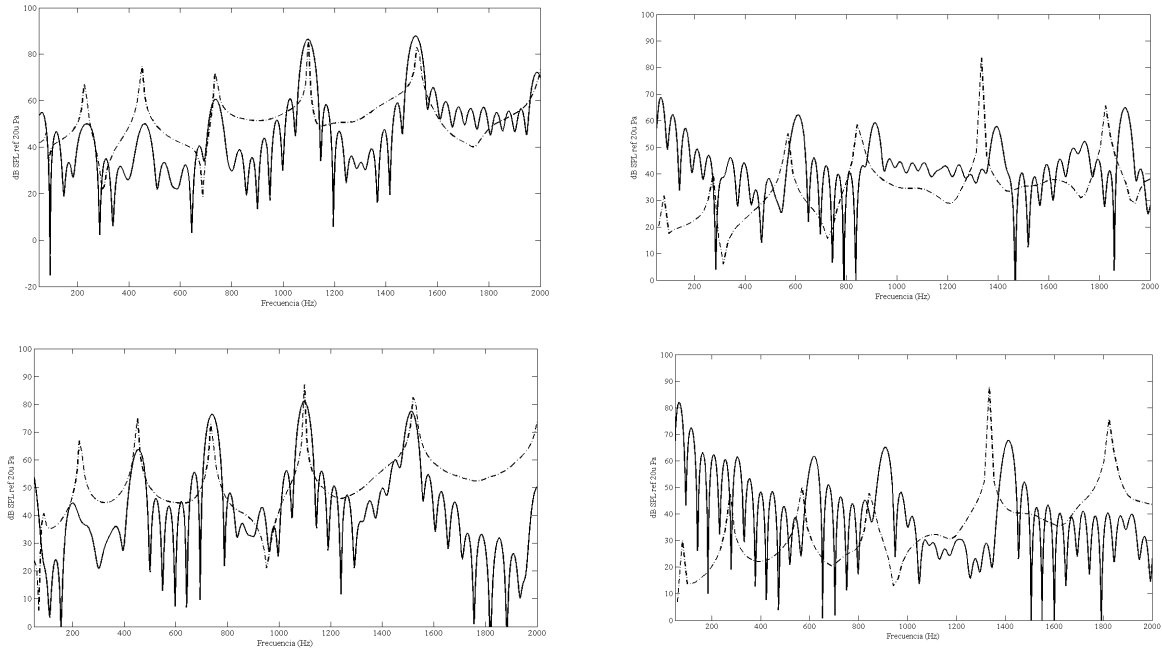


Figura 11. Nivel de presión sonora (dB) obtenido mediante NAH _____ y FEM - - - - izquierda (arriba / abajo), la viga continua, derecha. (arriba y/abajo) de sección transversal no uniforme

La anterior figura muestra en la parte superior los puntos correspondientes al plano de medición izquierdo de la viga (cercano a la fuente) la parte inferior corresponde al plano derecho. Como se puede observar, el modelo numérico y lo experimental consiguen un compromiso alto, aunque se ajusta mejor la viga continua que en la de sección no uniforme

Finalmente, la tabla 4 hace una sinopsis de los resultados experimentales, numéricos y analíticos, expresado en porcentaje de desviación respecto a lo experimental.

Tabla 4. Porcentaje de desviación entre lo experimental-numérico y analítico

<i>Experimental</i>	<i>FEM</i>	<i>Euler-Bernoulli</i>	<i>Rayleigh</i>	<i>Shear</i>
98,0	0,0	6,1	1,0	-6,1
232,0	-1,7	-7,8	-6,0	-22,0
443,0	0,5	-10,8	1,6	-2,7
745,0	0,0	-8,9	2,4	15,2

En cuanto a las aproximaciones numéricas la que mejor se aproxima a los resultados evidenciados es la teoría de Rayleigh la cual incluye en su solución el momento de flexión, el desplazamiento lateral y la inercia a la rotación.

Las aproximaciones analíticas varían dado que: las condiciones de contorno experimentales y numéricas no son exactamente las supuestas en el cálculo.

4 Conclusiones

Se realizó un paralelo para un sistema viga desde lo analítico, numérico y experimental obteniendo resultados de gran concordancia entre los tres estudios, en el rango de frecuencia elegido para el análisis, el problema en alta frecuencia se limita ya que la velocidad de propagación del sólido depende de la frecuencia en tanto el módulo de Young no se debería asumir constante.

En cuanto a la radiación acústica de las vigas, se puede usar la herramienta de la holografía de campo cercano (NAH), en un plano normal a la longitud de la viga, para evidenciar la interacción estructura-fluido, con esta herramienta además se puede estimar la eficiencia de radiación de los principales modos de resonancia del espécimen bajo estudio.

En futuras investigaciones se pretende estudiar un sistema tipo placa construido con materiales de mayor rigidez, adicionalmente en el estudio se agregará al sistema otro tipo de elemento, como lo son materiales poro- visco-elástico, con el fin de estudiar el control a la radiación.

Referencias

- [1] Seon M. Han; Haym, Benoroya; Timothy Wei. *Dynamics of transversely vibration beams using four engineering theories*. Journal of Sound and Vibration 225(5), 1999, 935-988.
- [2] R.P. Szwerc, S.A. Hambric. *The Calculation and Measurement of Flexural and Longitudinal Structural Power Flow on a Tee-Shaped Beam*, NSWCCD-SIG-96/014-7250. (1996).
- [3] E.G. Williams, *Fourier Acoustics. Sound and Nearfield Acoustical Holography*. Academic, London, Great-Britain. 1999.
- [4] Richard P. Szwerc; Courtney B. Burroughs, Stephen A. Hambric; Timothy E. McDevitt. *Power flow in coupled bending and longitudinal waves in beams*. Journal Acoustic Society of America 117(6), 2000, 3186-3195.
- [5] J. Linjama and T. Lahti, *Estimation of Bending Wave Intensity in Beams Using the Frequency Response Technique* Journal Sound and Vibration. 153(1), 1992, 21-36
- [6] J.W. Verdheij, *Measurements of Structure-Borne Wave Intensity of Lightly Damped Pipes*, Noise Control Eng., J. 35(2), 1990, 69-76
- [7] J.D. Maynard., EG Williams, Y Lee. *Near field acoustic holography: I, Theory of generalized holography and the development of NAH*. Journal Acoustic Society of America. 78, 1985, 1395-1413
- [8] J.D. Maynard., EG Williams, Y Lee. *Near field acoustic holography: II, Theory of generalized holography and the development of NAH* Journal Acoustic Society of America 81, 1987, 1307-1322.
- [9] Sean Wu. F: *Techniques for Implementing Near-Field Acoustic Holography*. Sound and Vibration Magazine, 2010.