



## Modos de Radiação Ativos e Reativos de Arranjos Planos de Fontes Acústicas

Clinton André Merlo<sup>2</sup>, Alexander Mattioli Pasqual<sup>1</sup>, Eduardo Bauzer Medeiros<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, MG, Brasil.

<sup>2</sup>Universidade Federal de Itajubá, Departamento de Matemática, Itabira, MG, Brasil.

clintonmerlo@unifei.edu.br, ampasqual@demec.ufmg.br, bauzer@demec.ufmg.br

### Resumo

Arranjos de alto-falantes podem ser usados para reproduzir um campo acústico almejado através do condicionamento dos sinais enviados aos transdutores. Além de produzir uma distribuição espacial das variáveis acústicas similar à desejada, a potência sonora deve ser suficientemente alta sem saturar o dispositivo. Uma abordagem possível é decompor o campo almejado nos modos de radiação do arranjo, os quais são relacionados às suas eficiências de radiação. Tais modos dividem-se em ativos (ou de campo distante) e reativos (ou de campo próximo). Embora os modos ativos sejam amplamente abordados na literatura, ainda há poucos estudos sobre os modos reativos. Este trabalho investiga numericamente os modos ativos e reativos de arranjos planos de alto-falantes situados diante de um plano rígido. A aplicação vislumbrada é em estudos de transparência acústica de painéis. Através de exemplos numéricos, ilustra-se a variação das potências ativas e reativas associadas aos modos com alguns parâmetros do modelo, bem como a própria variação dos modos. Os resultados permitem vislumbrar estratégias de controle eficazes para fontes multicanais.

**Palavras-chave:** modos de radiação acústica, arranjos de fontes elementares, potência acústica ativa e reativa.

### Abstract

Loudspeaker arrays can be used to reproduce a desired acoustic field by a proper conditioning of the signals sent to the individual driver units. Besides producing a spatial distribution of the acoustic variables similar to the target field, the sound power must be high enough without device saturation. This task can be tackled through the target field decomposition into the acoustic radiation modes of the source array, which are related to its radiation efficiencies. Such modes can be active (far-field modes) or reactive (near-field modes). Although the active modes have been widely explored, just a few works deal with the reactive modes. This paper presents a numerical study of the active and reactive modes of planar loudspeaker arrays placed in front of a rigid plane. The aimed application is the study of the vibroacoustic behavior of panels. We show through numerical examples how the active and reactive sound powers of the modes change with some parameters of the model, as well as the modes variation with these same parameters. The results reported here point towards efficient strategies to control multichannel acoustic sources.

**Keywords:** acoustic radiation modes, arrays of elementary sources, active and reactive acoustic power.

**PACS no.** 43.20.Bi, 43.20.Rz, 43.40.At



## 1 Introdução

Para um arranjo finito de fontes sonoras pontuais, os modos de radiação acústica (ARMs, do inglês *Acoustic Radiation Modes*) formam um conjunto de padrões de velocidade de volume das fontes que diagonalizam a matriz associada à potência sonora produzida pelo arranjo. A projeção da forma quadrática da potência sonora no subespaço modal permite modelar as contribuições da potência em termos dos ARMs. Porém, os ARMs apresentam uma desvantagem que é serem dependentes da frequência, uma vez que a matriz de potência acústica tem uma dependência implícita com a frequência.

Nas últimas décadas os ARMs, principalmente os de campo distante (FFARMs, do inglês *Far-Field Acoustic Radiation Modes*), foram amplamente estudados por demonstrarem grande capacidade de controlar arranjos de fontes sonoras, de forma independente. Os modos mais eficientes têm sido utilizados para melhorar a distribuição de velocidade de volume das fontes de forma que a potência sonora radiada seja suficientemente alta sem sobrecarregar o arranjo. Entretanto, os modos de radiação de campo próximo (NFARMs, do inglês *Near-Field Acoustic Radiation Modes*) ainda carecem de mais estudos, pois apresentam interesse nos problemas onde o receptor está próximo da fonte, como na síntese de campos sonoros incidentes em painéis planos para estudo de transparência acústica e nas aplicações de áudio espacial. Os FFARMS e os NFARMS estão relacionados às parcelas ativa e reativa da potência sonora, respectivamente. Por este motivo, eles também podem ser denominados de modos de radiação ativos e reativos.

Um dos pioneiros no estudo dos ARMs foi Borgiotti [1], o qual aplicou a decomposição em valores singulares (SVD, do inglês *Singular Value Decomposition*) em problemas de radiação sonora associados com a matriz de impedância. Pela técnica SVD, é possível associar os valores singulares com a eficiência da radiação acústica e os vetores singulares com os padrões de pressão/velocidade das fontes, sendo que tais padrões de velocidade correspondem aos modos de radiação ativos. Os valores singulares maiores estão associados com os modos de radiação mais eficientes que radiam para o campo distante, enquanto que os modos menos eficientes estão associados com os valores singulares menores, relacionados ao campo evanescente.

Além da técnica SVD, os ARMs e suas eficiências de radiação podem ser obtidos diretamente através da diagonalização da matriz quadrada que acopla as potências sonoras produzidas pelos radiadores individuais de um arranjo de fontes. Ambas as técnicas têm sido aplicadas com sucesso a problemas de radiação acústica, controle ativo de ruído e síntese de campos sonoros, conforme atestam os trabalhos de Elliott e Johnson [2], Chen e Ginsberg [3], Burdisso e Fuller [4], Currey e Cunefare [5], Maury e colaboradores [6, 7, 8], Arenas [9], Peters et al. [10, 11] e Pasqual e colaboradores [12, 13, 14].

Este trabalho investiga através de simulações numéricas os modos de radiação ativos e reativos de arranjos planos de alto-falantes dedicados à síntese de campos sonoros incidentes em painéis rígidos. A aplicação vislumbrada é em ensaios de transparência acústica de painéis. O método das imagens é usado para modelar o efeito do painel rígido no campo sonoro produzido pelas fontes. Os alto-falantes são modelados como monopólos devido à facilidade em lidar com o método das imagens e à simplicidade na formulação matemática e implementação computacional do modelo linear de propagação acústica.

## 2 Fundamentos Teóricos

### 2.1 Monopolos e Método das Imagens

Fontes ideais do tipo monopolar são de fundamental importância na formulação de soluções para os problemas mais elaborados de radiação e síntese acústica. A amplitude complexa da pressão sonora gerada por um monopolo em campo livre é dada por

$$p(r, k) = -j\omega\rho_0 Q \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \quad (1)$$

onde  $\rho_0$  é a densidade de equilíbrio do meio,  $(-j\omega\rho_0 Q)$  é a aceleração de volume da fonte, ou simplesmente, amplitude do monopolo,  $j = \sqrt{-1}$ ,  $r$  é a distância entre um ponto de medição e o monopolo e  $Q$  é a velocidade de volume da fonte ou sua vazão em  $\text{m}^3/\text{s}$  [15]. Note que, neste trabalho, assume-se uma dependência temporal da forma  $e^{-j\omega t}$ .



O método das imagens pode ser usado para calcular o campo acústico de uma fonte próxima de uma fronteira plana e rígida, representando, por exemplo, o painel a ser testado em estudos de transparência acústica. Neste trabalho, o plano rígido estará situado em  $x = 0$ , bem como uma fonte monopolar harmônica localizada em  $(-d, 0, 0)$ . Na ausência do plano rígido, esta fonte produz ondas que se propagam através de todo o espaço, sendo o campo de pressão dado por

$$p(r^+, k) = -j\omega\rho_0 Q \frac{e^{jkr^+}}{4\pi r^+} \quad (2)$$

onde  $r^+ = [(x+d)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}$  é a distância do ponto considerado à fonte [16]. O efeito do plano rígido pode ser modelado substituindo-o por uma segunda fonte, a imagem, operando nas mesmas condições da primeira, porém localizada em  $(+d, 0, 0)$ . O campo de pressão da fonte imagem será dado por

$$p(r^-, k) = -j\omega\rho_0 Q \frac{e^{jkr^-}}{4\pi r^-} \quad (3)$$

onde  $r^- = [(x-d)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}$  [16].

Portanto, o campo de pressão resultante será obtido pela superposição dos respectivos campos indicados nas Equações 2 e 3 [15], ou seja, pela soma

$$p(r^+, k) + p(r^-, k) = -j\omega\rho_0 Q \left( \frac{e^{jkr^+}}{4\pi r^+} + \frac{e^{jkr^-}}{4\pi r^-} \right) \quad (4)$$

Além disso, pode-se mostrar que a componente normal da velocidade de partícula anula-se sobre o plano  $yOz$ , conforme requer a condição de plano rígido [16].

## 2.2 Velocidade de Partícula

A velocidade de partícula é importante na determinação das potências acústica ativa e reativa, bem como dos ARMs ativos e reativos, uma vez que devido à proximidade com a fonte sonora ocorre uma maior contribuição da potência reativa pelo efeito do campo evanescente atuando ao seu entorno. Considerando os arranjos de monopólos e o arranjo de pontos de medição, ambos perpendiculares ao eixo  $x$ , então a velocidade de partícula na direção  $x$  pode ser obtida a partir da equação de Euler. Portanto, para uma fonte localizada em  $-x_i < 0$  e um ponto de medição  $-x_j < 0$ , tal que  $-x_i < -x_j$ , a velocidade de partícula será dada por

$$u_x^{(1)} = Q \left( \frac{x_j - x_i}{4\pi} \right) \left( \frac{jke^{jkr^+}}{(r^+)^2} - \frac{e^{jkr^+}}{(r^+)^3} \right) \quad (5)$$

onde  $r^+ = [(-x_j + x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{1/2}$ .

Analogamente, para uma fonte imagem localizada em  $x_i > 0$  e um ponto de medição  $-x_j < 0$ , a expressão da velocidade de partícula na direção  $x$  será dada por

$$u_x^{(2)} = Q \left( \frac{x_j + x_i}{4\pi} \right) \left( \frac{jke^{jkr^-}}{(r^-)^2} - \frac{e^{jkr^-}}{(r^-)^3} \right) \quad (6)$$

onde  $r^- = [(-x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{1/2}$ .

## 2.3 Potência Sonora

A potência sonora total emitida por uma fonte, em um meio-espaço, é dada pela intensidade acústica normal integrada sobre a área de uma superfície  $S$ . Desta forma, a potência sonora complexa  $\Pi$ , emitida pela fonte, pode ser escrita por

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_S u^* p ds \quad (7)$$

onde  $p$  é a pressão sonora complexa e  $u^*$  é a velocidade de partícula complexa conjugada normal a superfície  $S$ . As potências sonora ativa e reativa são definidas, respectivamente, por

$$\Pi_A = \text{Re}\{\Pi\} \quad \text{e} \quad \Pi_R = \text{Im}\{\Pi\} \quad (8)$$

A potência ativa  $\Pi_A$  corresponde à potência média radiada para o espaço, será mais dominante quanto mais distante da fonte sonora, neste caso, a potência sonora total será proporcional à pressão sonora ao quadrado. Para distâncias próximas da fonte a potência sonora reativa  $\Pi_R$  terá grande contribuição e será proporcional a pressão acústica vezes o conjugado da velocidade de partícula. A potência reativa representa o fluxo de energia oscilando entre a fonte e o fluido envolvente (campo evanescente) que não se propaga, mas fica apenas ao entorno da fonte e diminui com a distância.

Portanto, a potência sonora total de uma fonte acústica será dada pela soma das potências ativa e reativa.

### 3 Modelagem do Arranjo de Fontes

As fontes sonoras individuais do arranjo (os alto-falantes) serão modeladas neste trabalho como monopólos devido à facilidade de lidar com o método das imagens, a simplicidade na formulação matemática, a fácil implementação computacional, e a eficiência comprovada de modelar fontes de ruído com geometrias arbitrárias. Além disso, será utilizada uma distribuição simétrica e equidistante das fontes no modelo de propagação por ser mais eficiente na estimativa de campos de pressão.

#### 3.1 Modelo de Pressão Sonora

Para a construção do modelo de pressão sonora, consideramos um arranjo de  $n$  monopólos, distribuídos uniformemente, oscilando em um mesmo número de onda  $k$  e com velocidades de volume  $Q_i$  onde  $i = 1, \dots, n$ . Além disso, consideramos o respectivo arranjo de monopólos imagem, contendo também  $n$  monopólos. Desta forma, utilizando a Equação 4 e o princípio da superposição, a pressão gerada pelo arranjo será dada por

$$p(x_j, y_j, z_j, k) = -j\omega\rho_0 \sum_{i=1}^n Q_i \left( \frac{e^{jk r_{ij}^+}}{4\pi r_{ij}^+} + \frac{e^{jk r_{ij}^-}}{4\pi r_{ij}^-} \right) \quad (9)$$

onde  $r_{ij}^+ = [(-x_j + x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{1/2}$  é a distância entre o monopolo localizado em  $(-x_i, y_i, z_i)$  e o ponto de medição  $(-x_j, y_j, z_j)$ . Além disso,  $r_{ij}^- = [(-x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{1/2}$  é a distância entre o monopolo imagem localizado em  $(x_i, y_i, z_i)$  e o ponto de medição  $(-x_j, y_j, z_j)$ .

Portanto, considerando um arranjo de  $m$  pontos de medição, distantes  $x_j$  do painel rígido a ser testado, obtemos o sistema linear que representa o modelo de pressão sonora:

$$\mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{p} \quad (10)$$

onde  $\mathbf{A}$  é a matriz de transferência  $m \times n$  do modelo de pressão, cujos elementos, extraídos da Equação 9, são dados por

$$a_{ij} = -j\omega\rho_0 \left( \frac{e^{jk r_{ij}^+}}{4\pi r_{ij}^+} + \frac{e^{jk r_{ij}^-}}{4\pi r_{ij}^-} \right) \quad (11)$$

onde  $\mathbf{q}$  é o vetor  $n \times 1$  de velocidade de volume dos monopólos e  $\mathbf{p}$  é o vetor  $m \times 1$  das amplitudes do campo de pressão sonora obtida através dos pontos de medição. A matriz  $\mathbf{A}$  contém todas as características do modelo de propagação, sendo complexa e somente será quadrada quando o número de fontes for igual ao número de pontos de medição. Além disso, os vetores  $\mathbf{q}$  e  $\mathbf{p}$  também são complexos.

### 3.2 Modelo de Velocidade de Partícula

A velocidade complexa de partícula resultante na direção  $x$  em cada ponto de medição será dada pelo princípio da superposição. Desta forma, a partir das equações 5 e 6, teremos

$$u_x(x_j, y_j, z_j, k) = \sum_{i=1}^n Q_i \left[ \frac{(x_j - x_i)}{4\pi} \left( \frac{jke^{jkr_{ij}^+}}{(r_{ij}^+)^2} - \frac{e^{jkr_{ij}^+}}{(r_{ij}^+)^3} \right) + \frac{(x_j + x_i)}{4\pi} \left( \frac{jke^{jkr_{ij}^-}}{(r_{ij}^-)^2} - \frac{e^{jkr_{ij}^-}}{(r_{ij}^-)^3} \right) \right] \quad (12)$$

onde  $r_{ij}^+ = [(-x_j + x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{1/2}$  é a distância entre o monopolo localizado em  $(-x_i, y_i, z_i)$  e o ponto de medição  $(-x_j, y_j, z_j)$ . Além disso,  $r_{ij}^- = [(-x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{1/2}$  é a distância entre o monopolo imagem em  $(x_i, y_i, z_i)$  e o ponto de medição  $(-x_j, y_j, z_j)$ .

Portanto, considerando o arranjo com  $m$  pontos de medição, distantes  $x_j$  do painel rígido a ser testado, obtemos o modelo de velocidade de partícula:

$$\mathbf{B}\mathbf{q} = \mathbf{u} \quad (13)$$

onde  $\mathbf{B}$  é a matriz de transferência  $m \times n$  do modelo de velocidade de partícula, cujos elementos, extraídos da Equação 12, são dados por

$$b_{ij} = \frac{(x_j - x_i)}{4\pi} \left( \frac{jke^{jkr_{ij}^+}}{(r_{ij}^+)^2} - \frac{e^{jkr_{ij}^+}}{(r_{ij}^+)^3} \right) + \frac{(x_j + x_i)}{4\pi} \left( \frac{jke^{jkr_{ij}^-}}{(r_{ij}^-)^2} - \frac{e^{jkr_{ij}^-}}{(r_{ij}^-)^3} \right) \quad (14)$$

onde  $\mathbf{q}$  é o vetor  $n \times 1$  de velocidade de volume dos monopolos e  $\mathbf{u}$  é o vetor  $m \times 1$  das velocidades complexa de partícula consideradas sobre os pontos de discretização.

### 3.3 Modelo de Potência Sonora

Para a construção do modelo de potência sonora, consideramos o arranjo de  $n$  monopolos, distribuídos uniformemente, oscilando em um mesmo número de onda  $k$  e com velocidades de volume  $Q_i$  onde  $i = 1, \dots, n$ . Além disso, utilizamos o respectivo arranjo de monopolos imagem, contendo também  $n$  monopolos. Seja  $S$  a superfície plana formada pelo arranjo de  $m$  pontos de medição. Então, para qualquer ponto pertencente a  $S$ , temos pelas equações 9 e 12 que a pressão acústica e a velocidade de partícula na direção  $x$  podem ser escritas, respectivamente, por

$$p(x, y, z) = \sum_{i=1}^n [Q_i f_i(x, y, z)] = \mathbf{f}_{1 \times n}^T \mathbf{q}_{n \times 1} \quad (15)$$

$$u(x, y, z) = \sum_{i=1}^n [Q_i g_i(x, y, z)] = \mathbf{g}_{1 \times n}^T \mathbf{q}_{n \times 1} \quad (16)$$

Usando as equações 15 e 16 na equação 7, obtemos

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_S \mathbf{q}_{1 \times n}^H \mathbf{g}_{n \times 1}^* \mathbf{f}_{1 \times n}^T \mathbf{q}_{n \times 1} ds = \frac{1}{2} \mathbf{q}_{1 \times n}^H \iint_S \mathbf{g}_{n \times 1}^* \mathbf{f}_{1 \times n}^T ds \mathbf{q}_{n \times 1} \quad (17)$$

Desta forma, podemos definir a matriz  $\mathbf{W}$  quadrada de ordem  $n$ , por

$$\mathbf{W} = \iint_S \mathbf{g}^* \mathbf{f}^T ds \quad (18)$$

que representa o modelo de potência sonora complexa do arranjo de monopolos. Considerando a superfície  $S$  discretizada em  $m$  pontos de medição, então a potência sonora complexa, dada pela equação 17, será dada, aproximadamente, por

$$\Pi \approx \frac{\Delta S}{2} \mathbf{q}^H \mathbf{B}^H \mathbf{A} \mathbf{q} \quad (19)$$

onde  $\Delta s$  é a área de um dos elementos da discretização da superfície  $S$ ,  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  são, respectivamente, as matrizes do modelo de propagação das pressões complexa e das velocidades de partícula.

Portanto, a matriz do modelo de potência sonora será dada em função das matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  por

$$\mathbf{W} = \mathbf{B}^H \mathbf{A} \quad (20)$$

## 4 Resultados Numéricos

Os modos de radiação acústicos ativos e reativos do arranjo de fontes são os autovetores da parte real e imaginária, respectivamente, da matriz de potência  $\mathbf{W}$  do modelo de propagação acústica. Os autovalores de  $\text{Re}\{\mathbf{W}\}$  e  $\text{Im}\{\mathbf{W}\}$  representam as potências ativas e reativas que o modelo sonoro é capaz de irradiar associado com os respectivos modos de radiação.

Este trabalho investiga, numericamente, os ARMs ativos e reativos, bem como suas potências sonoras associadas para um arranjo plano e quadrado de 9 monopolos (representando as fontes) igualmente espaçados de 0,02 m e o seu respectivo arranjo imagem, ambos a uma distância de 1 m do painel rígido.

Os ARMs foram usados para representar os campos acústicos, sem a condição de campo livre devido ao painel rígido inserido no modelo de propagação.

Para a construção do modelo foram utilizados 3721 pontos de discretização igualmente espaçados de 0,01 m (representando o arranjo plano e quadrado de pontos de medição de pressão acústica e velocidade de partícula) a uma distância  $d \neq 0$  do painel rígido.

As principais variáveis que podem afetar os ARMs são a frequência do modelo e a distância  $d \neq 0$  entre o painel rígido e o plano de discretização.

Neste trabalho os ARMs foram ordenados decrescentemente com relação à potência sonora associada, sendo que os modos #1 e #9 correspondem aos de maior e menor potência, respectivamente.

Na Figura 1 observamos o comportamento dos autovalores ativos (a) e reativos (b) associados a cada um dos nove modos de radiação, representando a potência sonora do arranjo a uma frequência de 1000 Hz, em função da variação da distância  $0,01\text{m} \leq d \leq 0,99\text{m}$  entre o painel rígido e o plano de discretização.

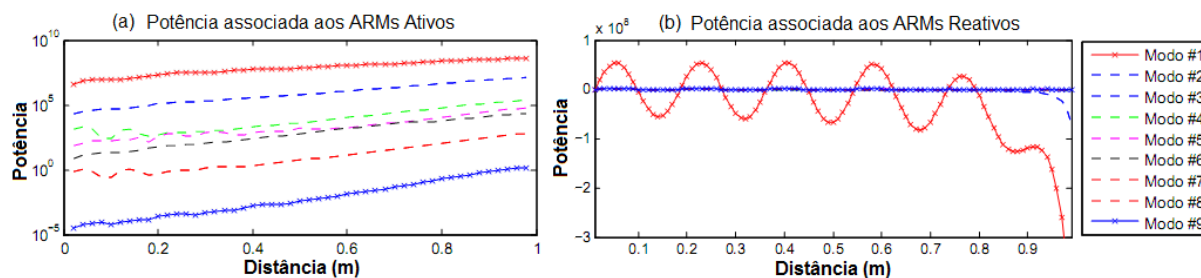


Figura 1 - Potência ativa e reativa em função da distância entre o painel rígido e o plano de discretização.

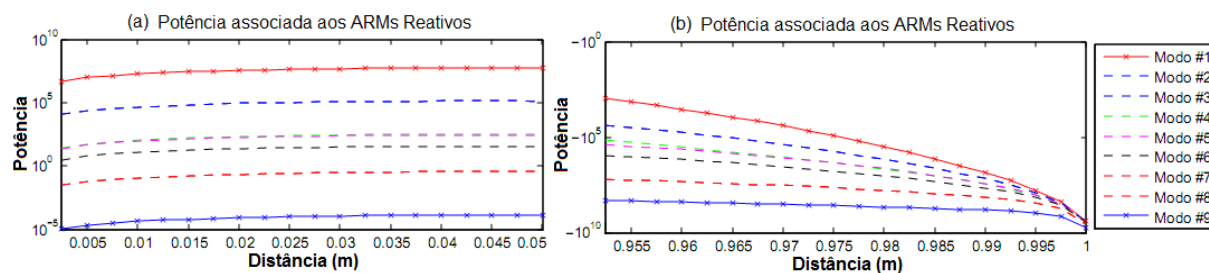


Figura 2 - Potências reativas em função da distância próxima do painel rígido e do arranjo de fontes.

Ambas as potências ativa e reativa apresentam variações muito similares para distâncias próximas do plano rígido, conforme pode ser observado pela Figura (1-a) e Figura (2-a). Além disso, a potência reativa é positiva para distâncias próximas ao painel rígido, Figura (2-a), o que indica uma maior contribuição da rigidez na impedância mecânica do sistema. Por outro lado, para distâncias próximas das fontes, ou seja,  $0,9525 \text{ m} \leq d \leq 1 \text{ m}$  e uma frequência fixa de 1000 Hz, o efeito da massa de radiação tem maior contribuição na impedância mecânica do sistema o que produz uma potência reativa com sinal negativo, conforme mostra a Figura (1-b) e Figura (2-b).

A potência sonora reativa apresenta grande contribuição para distâncias muito próximas das fontes ( $d \approx 1 \text{ m}$ ), diminuindo com o aumento desta distância (redução em  $d$ ), principalmente para os ARMs menos eficazes, conforme Figura (1-b). Os ARMs reativos se mantem eficazes mesmo em campo distante das fontes, devido, provavelmente, ao painel rígido, o que pode ser verificado pela Figura (2-a).

A potência ativa, independentemente dos modos, tem comportamento quase constante com a distância, conforme Figura (1-a). O aumento da frequência reforça as potências ativa e reativa, principalmente para distâncias próximas do painel rígido, conforme observado na Figura 3 para  $d = 0,01 \text{ m}$  e faixa de frequência de 200 Hz a 4000 Hz. Para frequências mais elevadas todos os ARMs ativos e reativos se tornam mais eficazes.

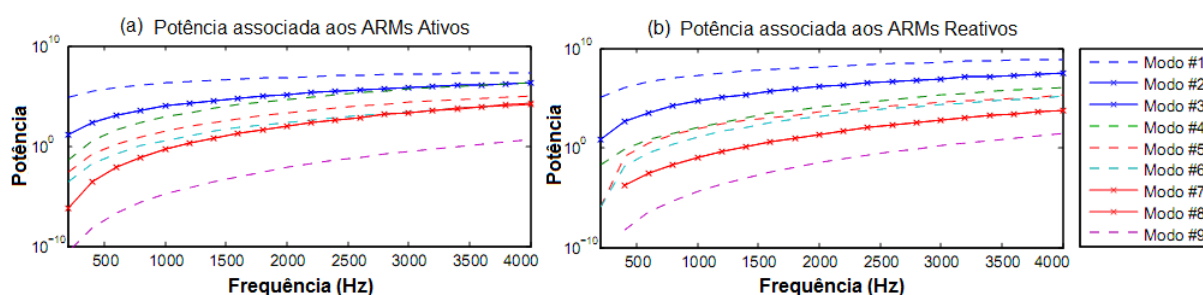


Figura 3 - Potência ativa e reativa em função da frequência para uma distância fixa  $d = 0,01 \text{ m}$

Para verificar como os ARMs, que não tem autovalor repetido, estão variando com a frequência ou com a distância  $d \neq 0$  entre o painel rígido e o plano de discretização definimos o ângulo  $\theta$  formado entre o autovetor do modo de referência e os outros autovetores do mesmo modo obtidos para outras frequências ou distâncias. O autovetor do modo de referência é obtido a partir de uma determinada frequência ou distância de referência.

Se o ângulo  $\theta$  entre o autovetor de referência e um autovetor sucessivo de um determinado modo é pequeno, então isto quer dizer que os dois são quase linearmente dependentes ou que praticamente o modo de radiação não varia. Além disso, para os ARMs que tem o mesmo autovalor, teremos um subespaço de ARMs formado por seus respectivos autovetores. Assim, de modo análogo, o ângulo  $\theta$  formado entre os subespaços pode ser utilizado para verificar como estes estão variando com a frequência ou com a distância.

Considerando o arranjo de nove monopólos, proposto anteriormente, observamos pelas Figuras 1, 2 e 3 que os modos #2 e #3 têm a mesma variação de autovalores (potência), assim como os modos #7 e #8. Os demais modos de radiação têm variações distintas de autovalores, sendo que alguns apresentam variações muito próximas entre si, o que pode ser verificado pelos seus respectivos autovalores. Além disso, escolheu-se a frequência de 200 Hz e a distância de 0,0025m para gerar os respectivos grupos de radiação de referência de frequência e distância.

Na Figura 4 observamos a variação dos ARMs ativos e reativos para a faixa de frequência de 200 Hz a 4000 Hz, com uma distância fixa  $d = 0,01 \text{ m}$  entre o painel rígido e o plano de discretização. Os modos de radiação ativos apresentam maiores variações do ângulo  $\theta$  que os reativos em função da frequência, para distâncias próximas do painel rígido.



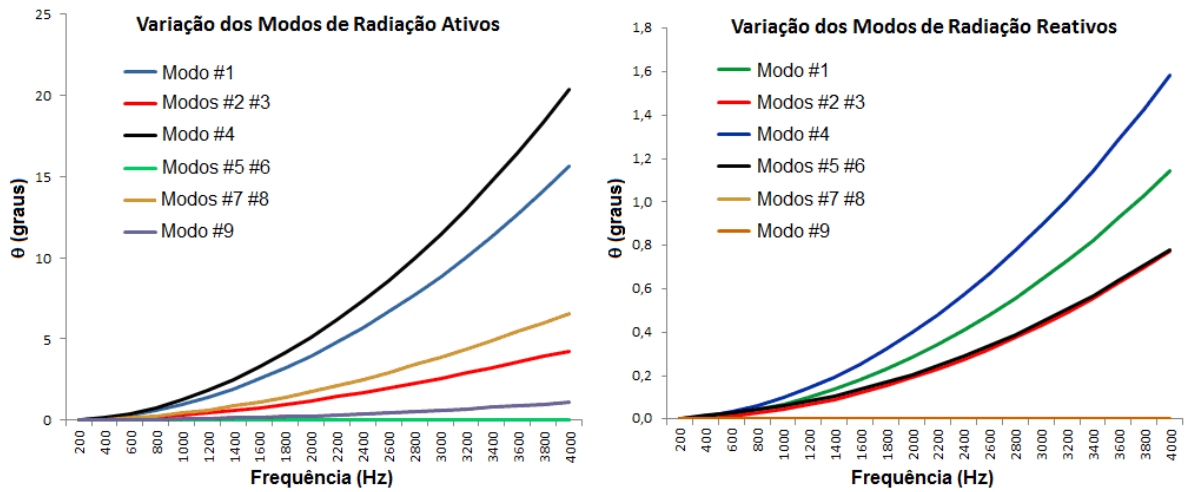


Figura 4 - Variação dos modos de radiação com a frequência para uma distância fixa  $d = 0,01$  m entre o painel rígido e o plano de discretização.

De modo geral, temos um especial interesse na distribuição das eficiências e variações dos ARMs ativos e reativos, para distâncias próximas do painel rígido, devido as aplicações vislumbradas em ensaios de transparência acústica. A Figura 5 apresenta o comportamento dos ARMs ativos e reativos em função da variação da distância  $0,0025 \text{ m} \leq d \leq 0,05 \text{ m}$  entre o painel rígido e o plano de discretização. Observa-se, novamente, que os ARMs ativos variam mais que os reativos, porém ambos variam bem menos quando comparados com o caso anterior em função da frequência. Isto indica que a frequência é a variável de fundamental importância quando se trabalha com os ARMs para controlar um arranjo de fontes de forma eficiente.

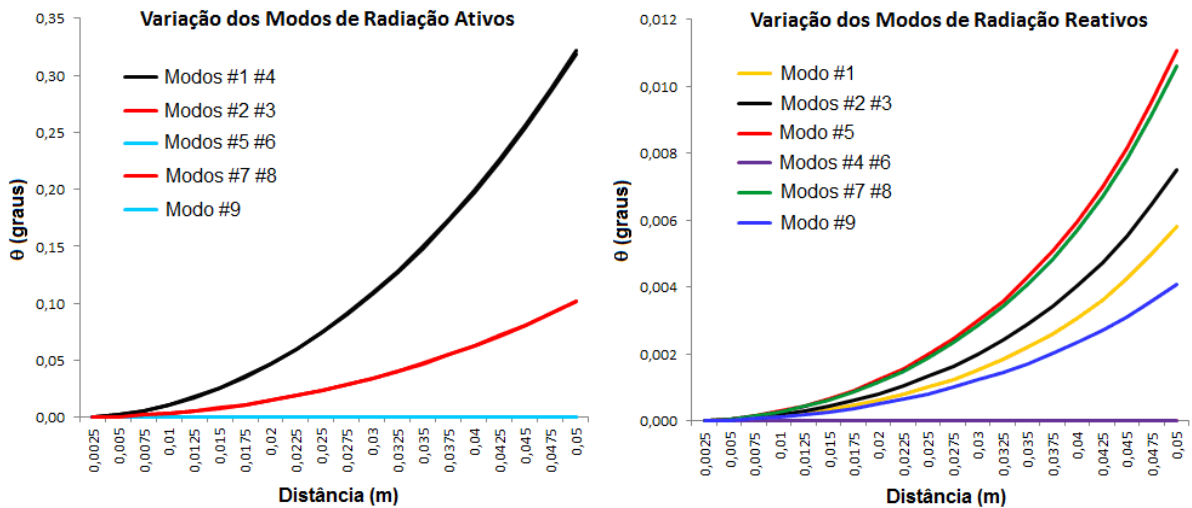


Figura 5 - Variação dos modos de radiação com a distância entre o painel rígido e o plano de discretização para uma frequência fixa de 1000 Hz do arranjo de fontes.

Para um arranjo quadrado e plano de nove monopolos, conforme Figura 6, temos a distribuição dos ganhos das fontes  $Q_i / \|q\|$  dados pelas componentes dos autovetores normalizados da velocidade de volume do arranjo para frequências entre 300 Hz e 6 kHz e distâncias entre o painel rígido e o plano de discretização de  $0,0025 \text{ m} \leq d \leq 0,05 \text{ m}$ , tanto para os ARMs ativos como reativos, conforme pode ser observado pelas Figuras 7, 8, 9, 10 e 11.



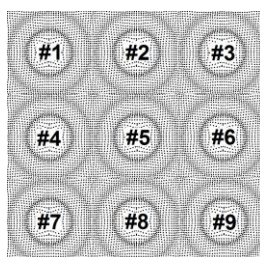


Figura 6 - Distribuição espacial do arranjo plano e quadrado de 9 fontes monopolares.

O Modo #1, associado com o maior autovalor (potência), é o mais eficiente em termos de radiação acústica, independente da frequência ou distância e de ser ativo ou reativo, apresenta ganhos constantes para as fontes, conforme Figura 7. De modo análogo, os Modos #6 e #9, com apenas um padrão de distribuição dos ganhos das fontes, sendo que o Modo #9 está associado com a menor eficiência de radiação do arranjo, ou seja, o menor autovalor (potência).

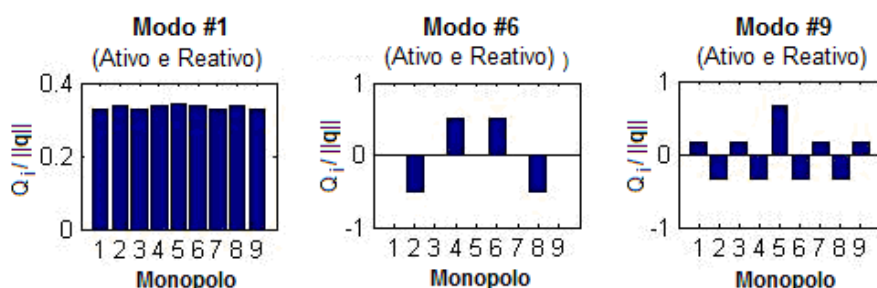


Figura 7 - Distribuição dos ganhos dos monopolos com relação a frequência e da distância  $d \neq 0$  para os Modos #1, #6 e #9.

De modo geral, os dois padrões apresentados nas Figuras 8 e 9 descrevem o comportamento dos modos #4 e #5 em termos dos ganhos das fontes  $Q_i / \|q\|$ , em relação a frequência e distância  $d$ , respectivamente. Além disso, para todos os modos de radiação os padrões de ganhos das fontes podem aparecer em combinação com os seus respectivos padrões invertidos devido a oposição de fase.

Na Figura 9 observa-se que os modos #4 e #5 apresentam dois padrões distintos de ganhos das fontes quando se varia a distância  $d$  entre os arranjos para uma frequência fixa das fontes. O mesmo comportamento não é observado, conforme Figura 8, quando se varia a frequência e se mantém a distância  $d$  fixa. Neste caso, os modos #4 e #5 apresentam padrões distintos e únicos de ganho das fontes.

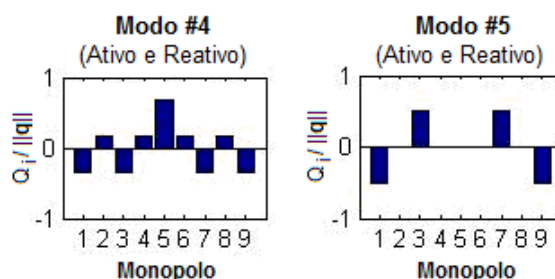


Figura 8 - Ganhos das fontes com relação a variação da frequência das fontes e uma distância fixa entre os arranjos  $d = 0,01$  m para os modos de radiação acústica #4 e #5.

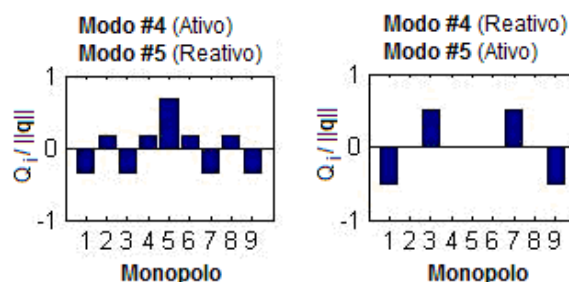


Figura 9 - Ganhos das fontes com relação a variação da distância  $d$  entre os arranjos e uma frequência fixa das fontes de 1000 Hz para os modos de radiação acústica #4 e #5.

Os Modos #2 e #3 apresentam os mesmos autovalores (potência), conforme observado pelas Figuras 1, 2 e 3. O subgrupo de radiação formado por qualquer combinação linear dos autovetores (modos de radiação #2 e #3) terá a mesma potência (autovalor do modo #2 ou #3). O mesmo ocorre para os Modos #7 e #8.

Como exemplo, na Figura 10, é apresentado os ganhos das fontes dos Modos #2 e #3 para uma frequência de referência de 300 Hz e uma distância de referência  $d = 0,01$  m. Desta forma, qualquer combinação linear dos Modos #2 e #3, ativos ou reativos, também corresponderá a um modo de radiação com a mesma potência dos respectivos modos. De modo análogo, podemos concluir para os Modos #7 e #8, conforme Figura 11.

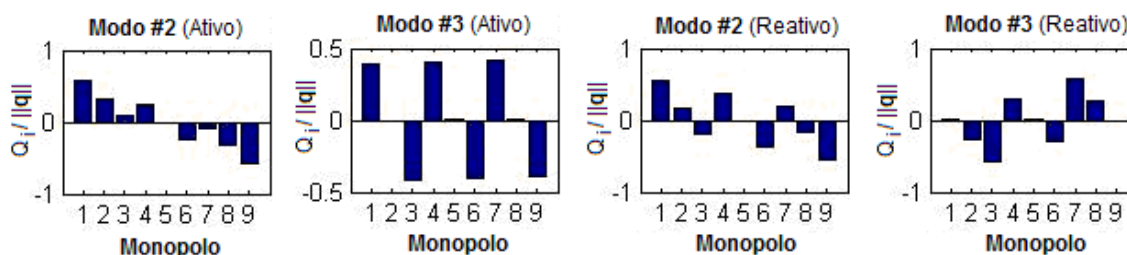


Figura 10 - Ganhos das fontes para os Modos #2 e #3.

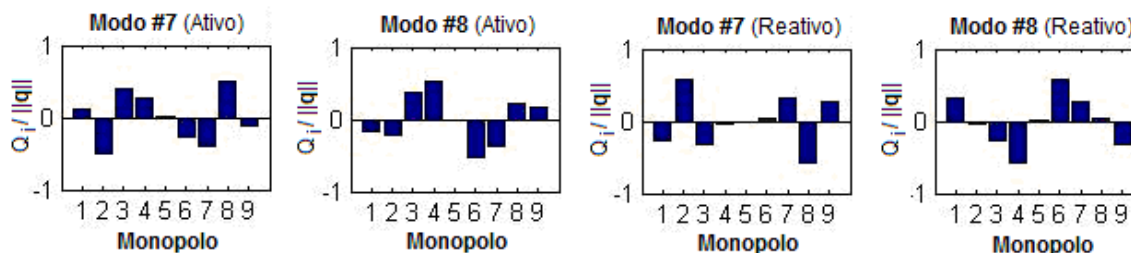


Figura 11 - Ganhos das fontes para os Modos #7 e #8.

## 5 Conclusões

O controle de fontes sonoras via os ARMs tem se mostrado uma técnica muito promissora e eficaz para evitar a sobrecarga do arranjo, principalmente quando este não é capaz de reproduzir campos sonoros mais complexos. Além disso, em muitas aplicações práticas o receptor está no campo próximo da fonte, assim, este trabalho contribuiu de certa forma para o estudo dos NFARMs (modos reativos) uma vez que o arranjo de fontes e o plano de análise do modelo de propagação estão próximos entre si e também porque a condição de campo livre não é satisfeita devido à existência do plano rígido no modelo.

O uso de fontes monopulares permitiu uma grande simplificação matemática do modelo de propagação sonora e também de sua implementação computacional.



Através das simulações numéricas, foi possível observar como a eficiência dos ARMs variam com a frequência e distância no modelo de propagação, bem como ocorrem os padrões de ativação das fontes, ou seja, os seus ganhos individuais. Verificou-se que os ARMs reativos e suas eficiências têm uma relação muito forte com a distância do plano de análise ao arranjo de fontes, ou seja, para distâncias muito próximas das fontes, praticamente, todos os ARMs reativos apresentam a mesma eficiência, o que prova sua relação com a massa de radiação ao entorno das fontes. Assim, os ARMs reativos terão um papel importante na síntese de campos sonoros para estudos de transparência acústica de painéis rígidos. Além disso, observou-se que para frequências mais elevadas os ARMs se tornam mais eficientes, sejam eles ativos ou reativos.

Portanto, com o conhecimento dos ARMs mais eficientes e dos seus respectivos padrões de ativação das fontes é possível melhorar a distribuição de velocidade de volume do arranjo contribuindo para uma potência sonora gerada de forma mais eficiente.

## Referências

- [1] Borgiotti, G.V. “The power radiated by a vibrating body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 88, pp. 1883–1893, 1990.
- [2] Elliott, S.J.; Johnson, M.E. “Radiation modes and the active control of sound power”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 94, pp. 2194–2204, 1993.
- [3] Chen, P.T; Ginsberg, J.H. “Complex power, reciprocity and radiation modes for submerged bodies”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 98, no. 6, pp. 3334–3341, 1995.
- [4] Burdisso, R.A.; Fuller C.R. “Design of active structural acoustic control systems by eigenproperty assignment”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 96, no. 3, pp. 1582–1591, 1994.
- [5] Currey, M.N.; Cunefare, K.A. “The radiation modes of baffled finite plates”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 98, no. 3, pp. 1570–1580, 1995.
- [6] Liu, Zu-Bin; Maury, C. “An improved method for the calculation of Near-Field Acoustic radiation modes”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 363, pp. 316–328, 2016.
- [7] Maury, C.; Elliott, S.J. “Analytic solutions of the radiation modes problem and the active control of sound power”, *Proceedings of the Royal Society, A* vol. 461, pp. 55–78, 2005.
- [8] Maury, C.; Bravo, T. “Analytic solutions to the acoustic source reconstruction problem”, *Proceedings of the Royal Society, A* vol. 464, pp. 1697–1718, 2008.
- [9] Arenas, J.P. “Numerical computation of the sound radiation from a planar baffled vibrating surface”, *Journal of Computational Acoustics*, vol. 16, no. 03, pp. 321–341, 2008.
- [10] Peters, H.; Kessissoglou, N.; Marburg, S. “Modal decomposition of exterior acoustic-structure interaction”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 133, no. 5, pp. 2668–2677, 2013.
- [11] Peters, H.; Kessissoglou, N.; Marburg, S. “Modal decomposition of exterior acoustic–structure interaction problems with model order reduction”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 135, pp. 2706–2717, 2014.
- [12] Pasqual, A.M.; Herzog, P.; Arruda, J.R.D.F. “Theoretical and experimental analysis of the electromechanical behavior of a compact spherical loudspeaker array for directivity control”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 128, no. 6, pp. 3478–3488, 2010.
- [13] Pasqual, A.M.; Martin, V. “On the acoustic radiation modes of compact regular polyhedral arrays of independent loudspeakers”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 130, no. 3, pp. 1325–1336, 2011.
- [14] Pasqual, A.M.; Herzog, P. “Piloteage d'un réseau de sources acoustiques à partir de ses modes de rayonnement”, *Actes du 12e Congrès Français d'Acoustique*, pp. 1885–1891, 2014.
- [15] Williams, E. G. *Fourier Acoustics: Sound Radiation and Near-field Acoustical Holography*. Academic Press. 1999.
- [16] Kinsler, L. E.; Frey, A. R.; Coppens, A. B.; Sanders, J. V. *Fundamentals of Acoustics*. 3 ed. New York, John Wiley & Sons. 1982.