



FIA 2018

XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-
24 al 26 de octubre

UN MODELO NUMÉRICO PARA LA PREDICCIÓN DE LA FISURACIÓN DE UNA PROBETA DE MORTERO SOMETIDO A CORROSIÓN FORZADA

PACS: 43.40.Rj

De Vera Almenar, Guillem.¹; Segovia Eulogio, Enrique¹, Poveda Martínez, Pedro¹; Carbajo San Martín, Jesús¹; Miró, Marina¹; Ramis Soriano, Jaime¹

¹Universidad de Alicante. Carretera San Vicente del Raspeig, s/n, 03080, San Vicente del Raspeig, España. guillem.vera@ua.es, enrique.gonzalo@ua.es, pedro.poveda@ua.es, jcarbajo@ua.es, jramis@ua.es.

Palabras Clave: Modelo numérico, Elementos Finitos, Corrosión

ABSTRACT (Arial, línea 25, tamaño 10, alineado izquierda).

A multiphysical model is presented to calculate the cracking of mortar specimens in forced corrosion tests. Rebar shape time-evolution is obtained by means of an electrochemical model, in which the current distribution that is related to the increase in rebar volume due to corrosion products creation is calculated by FEM. Rebar shape time-evolution is used in a mechanical model to predict the cracking of the specimen, which is a source of acoustic emission

RESUMEN

Se presenta un modelo multifísico para calcular la fisuración de probetas de mortero en ensayos de corrosión forzada. La evolución en el tiempo de la forma de la barra se obtiene mediante un modelo electroquímico, en el que se calcula mediante FEM la distribución de corriente que se relaciona con el aumento de volumen de la barra debido a la creación de productos de corrosión. La evolución de la forma de la barra se usa en un modelo mecánico para predecir la fisuración de la probeta, la cual es fuente de emisión acústica.

1. INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO

El presente trabajo se inscribe en el contexto de un proyecto de investigación sobre la posibilidad de detectar la aparición de corrosión mediante métodos ultrasónicos no lineales (UNL), siendo una de los objetivos del mismo, tratar de implementar un modelo numérico que, evidentemente debe ser ajustado a través de medidas experimentales. Uno de los setups experimentales a los que trata de responder el modelo numérico multifísica es el mostrado en la figura 1.

El proceso de corrosión se acelera mediante aplicación de un campo eléctrico, en régimen galvanostático (intensidad de corriente constante). Para ello se utiliza una fuente de corriente continua de electroforesis, conectando la barra de acero (ánodo) al polo positivo, y un contraelectrodo (cátodo consistente en una malla de acero galvanizado) al polo negativo. La densidad de corriente utilizada, referida a la superficie expuesta de la barra de acero fue de $100 \mu\text{A}/\text{cm}^2$. Durante el experimento de corrosión, la base de la probeta de mortero se mantiene en contacto permanente con agua potable, para mantener una conductividad eléctrica aceptable, y se interpone una esponja de material polimérico entre el cátodo (malla galvanizada) y la probeta de mortero. En la fotografía de la figura 1 se muestran estos detalles. También se visualizan los tres transductores (un emisor y dos receptores).

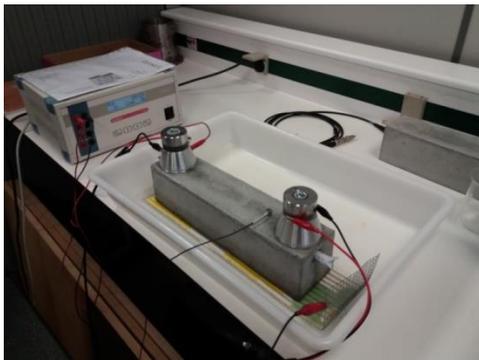


Figura 1. Configuración experimental en la que se aprecia la fuente de corriente continua de electroforesis, conectando la barra de acero (ánodo) al polo positivo, y un contra electrodo (cátodo consistente en una malla de acero galvanizado) al polo negativo. Para mantener una conductividad eléctrica aceptable, y se interpuso una esponja de material polimérico entre el cátodo (malla galvanizada) y la probeta de mortero

2. EL MODELO

Se plantea el modelo con dos fases diferenciadas: la primera que, a partir de los datos de corriente y características de la barra metálica, nos proporciona la variación de la forma de la misma y una segunda, en la que, a partir de los datos suministrados por la primera, se obtiene como será la evolución de la fisura.

2.1. Obtención de la variación forma de la barra

Consideresé una probeta de mortero con forma de prisma rectangular de dimensiones $L_x \times L_y \times L_z$ tiene embebida una barra de acero de diámetro D cercana a la cara superior de la probeta con un recubrimiento c . En la cara inferior de la probeta se sitúa una malla metálica que actuará de cátodo. Se fuerza la corrosión de la barra de acero haciéndola actuar como ánodo al conectarla al polo positivo de una fuente de corriente, mientras la malla se conecta al polo negativo. La Figura 2 muestra una sección de la probeta. La corrosión forzada se lleva a cabo galvanostáticamente, es decir, manteniendo constante la corriente. La corriente impuesta dividida entre la superficie de la barra ($S = \pi DL_z$) es la densidad de corriente media (A/m^2). La

FIA 2018

XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-
24 al 26 de octubre

corriente sale de la barra perpendicularmente a su superficie y llega a la malla perpendicularmente a ella. La densidad de corriente no será uniforme en la malla ni en el perímetro de la barra. La pérdida de metal tampoco es uniforme, y como tampoco lo es la pérdida de radio de la barra. Estamos interesados en determinar cual es la distribución de densidad de corriente en el perímetro de la barra para poder calcular a partir de esta la pérdida de radio de la barra a lo largo de su perímetro y así determinar como varía la forma de la sección de la barra con el tiempo.

Para determinar las líneas de corriente que salen de la barra y llegan a la malla se debe resolver la ecuación diferencial de Laplace (1) para determinar la función de corriente, Ψ , para determinar la función de corriente y después podemos calcular la densidad de corriente en el dominio.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

Las curvas de nivel de Ψ son las líneas de corriente y la diferencia de Ψ entre dos puntos cualesquiera representa a la corriente que atraviesa la curva que une dichos puntos.

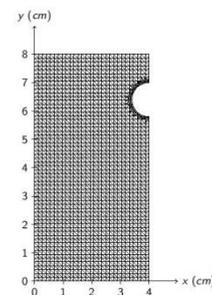
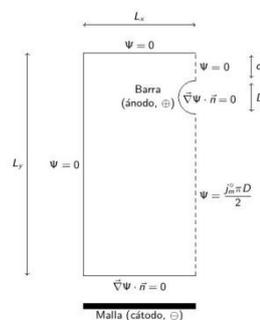
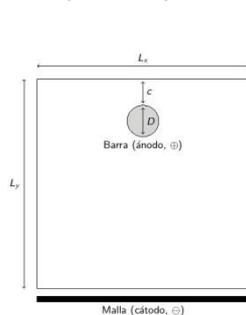


Figura 2. Sección de la probeta de mortero con barra embebida sometida a corrosión forzada.

Figura 3. Dominio y condiciones de contorno para resolver el problema.

Figura 4. Mallado del dominio inicial.

La simetría observada en la Figura 2 nos permite resolver el problema solo en la mitad izquierda de la probeta, de acuerdo a la Figura 3, en la que también se indican las condiciones de contorno.

El problema se resuelve por un método estándar de elementos finitos [3]. Se han utilizado elementos triangulares y la malla se ha definido de la siguiente manera:

- I. Se definen $n_x \times n_y$ nodos igualmente espaciados en el dominio rectangular de tamaño $L_x \times L_y$.
- II. Se eliminan los nodos que se encuentran a una distancia inferior o igual a $D/2 + \Delta r$ del centro de la barra, el cual se encuentra en $(x,y) = (L_x/2, L_y/2)$. Donde D es el diámetro de la barra, c es su recubrimiento y Δr es una distancia que se elige arbitrariamente y cuya introducción se justifica en el cuarto punto.
- III. Se define el contorno de la barra con n_b nodos igualmente espaciados situados sobre la semicircunferencia de radio $D/2$.
- IV. Se añaden otros n_b nodos igualmente espaciados situados sobre la semicircunferencia de radio $D/2 + \Delta r$. Obsérvese que existe una geometría rectangular en los nodos definidos en el primer punto y una geometría circular en los nodos definidos en los puntos tercero y cuarto. El mallado de estos nodos dará lugar a triángulos poco regulares en la zona de unión de ambas geometrías, lo que reduce la precisión de la solución. Estamos especialmente interesados en la solución sobre la barra y queremos tener buena precisión en esta zona. Por eso hemos introducido una segunda línea de nodos a una distancia Δr de la barra. De esta forma obtendremos elementos regulares sobre la barra y desplazamos los elementos irregulares a una distancia Δr de la barra.

FIA 2018

XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-
24 al 26 de octubre

- V. Se procede al mallado con el algoritmo de Delaunay (función *delaunay* de Matlab [1]). En la triangulación de Delaunay la circunferencia circunscrita de cada triángulo de la red no contiene ningún vértice de otro triángulo y la frontera externa de triangulación forma la envolvente convexa del conjunto de puntos.
- VI. Debido a la segunda propiedad indicada de la triangulación de Delaunay, el mallado incluye triángulos dentro de la barra. Estos se eliminan quitando los triángulos cuyo centro está a una distancia menor a $D/2$ del centro de la barra.

Se han tomado los parámetros siguientes para definir la malla que se muestra en la Figura 4: $L_x = 4\text{cm}$, $L_y = 8\text{cm}$, $D = 1,2\text{cm}$, $c = 1\text{cm}$, $r = 1\text{mm}$, $n_x = 30$, $n_y = 60$ y $n_b = 50$ obteniendo una malla con 1855 nodos y 3490 elementos.

La resolución del problema con $j_m^0 = 100\mu\text{A}/\text{cm}^2$ proporciona la función de corriente Ψ cuyas curvas de nivel se representan en la Figura 5. Estas curvas de nivel son las líneas de corriente (se han representado 20 líneas). En la Figura 11 se muestra el valor inicial de la función de corriente en el perímetro de la barra en función del ángulo formado con el punto superior de la barra (ángulo θ definido en la Figura 6), junto con el valor calculado de Ψ para otros tiempos de corrosión. Para calcular la densidad de corriente en el perímetro de la barra ponemos: $\int_a^b \vec{j} \cdot \vec{n} ds = \Psi(b) - \Psi(a)$. En el perímetro de la barra \vec{j} y \vec{n} y son paralelos. Además tomamos a como un punto fijo y b como un punto arbitrario, s, del perímetro. La expresión anterior queda como: $\int_a^b j ds = \Psi(b) - \Psi(a)$ Derivamos ahora respecto a s para despejar j: $j = \frac{d\Psi}{ds} = \frac{2}{D} \frac{d\Psi}{d\theta}$ ($s = \theta D/2$)

La densidad de corriente así calculada se muestra en la Figura 11 (se representa el perímetro completo de la barra ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) en función de la longitud del perímetro s. Se muestra también la densidad de corriente calculada para otros tiempos de corrosión.

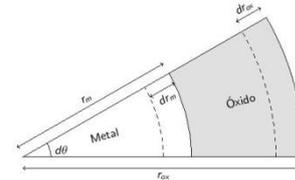
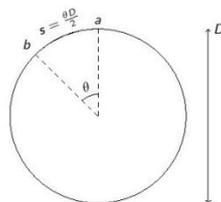
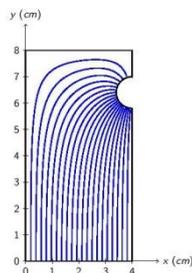


Figura 5. Líneas de corriente Figura 6 Definición del ángulo Figura 7. Cálculo del radio de curvatura de la barra

A continuación, se trata de relacionar la densidad de corriente con la pérdida de radio de la barra. Como la densidad de corriente depende del ángulo θ , la pérdida de radio no es uniforme en la barra y con el tiempo la barra no solo pierde sección si no que además pierde su forma circular. Al transcurrir el tiempo la ecuación diferencial a resolver sigue siendo (4), pero cambian las condiciones de contorno. Partiendo de una barra inicialmente circular, el procedimiento de consiste en hacer un bucle con pequeños incrementos de tiempo. Se ha utilizado $\Delta t = 0,5\text{Día}$. En cada iteración se considera que $j(\theta)$ permanece constante y lo utilizamos para calcular el nuevo radio de la barra $r_m(\theta)$. Teniendo en cuenta este radio redefinimos la malla en la siguiente iteración y volvemos a resolver la ecuación diferencial. Este procedimiento nos aportará tanto $j(\theta)$ como $r_m(\theta)$ en función del tiempo. El mallado se lleva a cabo con el procedimiento indicado en el apartado anterior pero teniendo en cuenta que ahora la barra no es circular.

- I. Se definen $n_x \times n_y$ nodos igualmente espaciados en el dominio rectangular de tamaño $L_x \times L_y$.
- II. Se eliminan los nodos que se encuentran a una distancia inferior o igual a $r_m(\theta) + \Delta r$ del centro de la barra, el cual se encuentra en $(x,y) = (L_x, L_y - c - D/2)$.

FIA 2018

XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-
24 al 26 de octubre

- III. Se define el contorno de la barra con nb nodos igualmente espaciados (angularmente) situados sobre la curva definida por $r_m(\theta)$.
- IV. Se añaden otros nb nodos igualmente espaciados (angularmente) situados sobre la curva definida por $r_m(\theta) + \Delta r$.
- V. Se procede al mallado con el algoritmo de Delaunay.
- VI. Se eliminan los triángulos que están dentro de la barra quitando aquellos cuyo centro está a una distancia menor a $r_m(\theta)$ del centro de la barra.

Así, el dominio y la malla también cambian con el tiempo. Las condiciones de contorno que se imponen son las mismas que en el apartado anterior. En concreto cabe destacar que el valor impuesto de Ψ en la parte inferior del eje de simetría sigue siendo $\Psi = j_m^0 \pi D/2$, ya que este valor es la corriente impuesta y esta se mantiene constante en todo el ensayo. Sin embargo, el perímetro de la barra disminuye al perder radio y la densidad de corriente media en la barra aumenta con el tiempo según: $j_m = j_m^0 \pi D / (2s(t))$, donde $s(t)$ es el semiperímetro de la barra que varía con el tiempo y viene dado por: $s(t) = \int_0^\pi r_m(\theta, t) d\theta$.

La densidad de corriente $j(\theta)$ se calcula a partir de la solución de la ecuación diferencial Ψ , pero ahora la barra no es circular. Obtenemos la expresión adecuada teniendo en cuenta que $j = \frac{d\psi}{ds} = \frac{d\psi}{d\theta} \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\psi}{d\theta} \frac{1}{ds/d\theta}$:

$$j(\theta) = \frac{1}{r_m(\theta)} \frac{d\psi}{d\theta} \quad (2)$$

La corrosión de la barra provoca la pérdida de metal y la reducción del radio de la barra. La pérdida de radio no es uniforme en el perímetro de la barra porque la densidad de corriente tampoco lo es. Por otro lado, los productos de corrosión precipitan en forma de óxidos que son más voluminosos que el metal original. Aceptamos que estos productos de corrosión quedan adheridos a la barra, dando lugar a una barra metálica más estrecha que la original pero recubierta de una capa de óxidos que le confiere al conjunto un volumen mayor que el original. Queremos determinar el radio de metal que queda r_m y el radio de la barra en conjunto, r_{ox} , incluyendo la capa de óxido. Ambos dependerán del ángulo θ ya que la densidad de corriente j depende de él. Empezamos con el radio del metal r_m . Consideremos un ángulo diferencial de la barra $d\theta$. La superficie (m^2) de barra contenida en este ángulo es $L_z r_m d\theta$ y la corriente (A) que sale de la barra en esta superficie es: $j(\theta) L_z r_m d\theta$. En un tiempo dt la carga (C) circulada es: $j(\theta) L_z r_m d\theta dt$.

Dividiendo esta cantidad entre la constante de Faraday, F , obtenemos los moles de electrones correspondientes, ya que F es la carga de un mol de electrones: $j(\theta) L_z r_m d\theta dt / F$.

La estequiometría de la reacción de oxidación nos da los moles de electrones necesarios para disolver un mol del metal. Llamamos n a este valor, y teniendo en cuenta esta estequiometría los moles de metal disueltos son: $j(\theta) L_z r_m d\theta dt / nF$. La masa de metal disuelto es el producto de esta cantidad por la masa molar del metal M : $j(\theta) M L_z r_m d\theta dt / nF$. El volumen ocupado por este metal es: $j(\theta) M L_z r_m d\theta dt / nF \rho$, siendo ρ la densidad del metal. El signo negativo se debe a que la disolución del metal provoca una reducción de volumen. Por otro lado, geoméricamente este volumen es $L_z r_m d\theta dr_m$, siendo dr_m la variación de radio producida. Igualando ambas expresiones se puede escribir: $L_z r_m d\theta dr_m = - j(\theta) M L_z r_m d\theta dt / nF \rho$. Y operando: $dr_m = - j(\theta) M dt / nF \rho$, que integramos entre r_0 y r_m para obtener r_m :

$$r_m = r_0 - \frac{M}{nF\rho} \int j(\theta) dt \quad (3)$$

r_0 es el radio inicial de la barra. Si la integración se realiza en un breve intervalo de tiempo Δt en el que $j(\theta)$ se puede considerar constante entonces la variación de radio obtenida es: $\Delta r_m(\theta) = - j(\theta) M \Delta t / nF \rho$.

Para las constantes que aparecen se toman los siguientes valores: $M = 55,85 \text{g/mol}$, $n = 2$, $F = 96485 \text{C/mol}$ y $\rho = 7,85 \text{g/mL}$ (el valor $n = 2$ se debe a que aceptamos la siguiente reacción de corrosión del metal: $\text{Fe}(s) \rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{ac}) + 2e^-$).

Para obtener la expresión de r_{ox} consideremos de nuevo un diferencia de ángulo, $d\theta$. Si se producen unas variaciones de radio dr_m y dr_{ox} , las variaciones de volumen del metal y de la capa de óxido serán $dV_m = L_z r_m d\theta dr_m$ y $dV_{ox} = L_z r_{ox} d\theta dr_{ox} - L_z r_m d\theta dr_m$, respectivamente. El volumen ocupado por los óxidos es α veces el volumen ocupado por el metal original (tomamos $\alpha = 2$) y entonces ponemos $dV_{ox} = -\alpha dV_m$. El signo negativo se debe a que el metal desaparece y el óxido aparece. Operando:

$$L_z r_{ox} d\theta dr_{ox} - L_z r_m d\theta dr_m = -\alpha L_z r_m d\theta dr_m \quad (4)$$

$$r_{ox} dr_{ox} = (1 - \alpha) r_m dr_m$$

$$\int_{r_0}^{r_{ox}} r_{ox} dr_{ox} = \int_{r_0}^{r_m} (1 - \alpha) r_m dr_m$$

Como inicialmente no existe óxido los radios iniciales son r_0 , tanto para el metal como para el óxido. De aquí:

$$r_{ox}(\theta) = \sqrt{r_0^2 + (\alpha - 1)(r_0^2 - r_m^2(\theta))} \quad (5)$$

2.2. Simulación mecánica del crecimiento de las fisuras

Por el momento se ha recurrido al llamado "Extended Finite Element Method" (XFEM) que modela las fisuras y otras discontinuidades enriqueciendo los grados de libertad del modelo con funciones de desplazamiento adicional para tener en cuenta el salto del desplazamiento en la discontinuidad. XFEM es un buen enfoque de la ingeniería tanto para modelar problemas de fisura estacionaria como realizar simulaciones del crecimiento de las fisuras. Este método elimina la necesidad de remallar las regiones del frente de la fisura. En nuestro trabajo se ha utilizado el software ANSYS® [5] partiendo de los resultados del análisis de corrosión:

El desplazamiento impuesto de la figura x corresponde a la diferencia de radios para la capa de óxidos obtenida en el modelo de corrosión para distintos días. Este desplazamiento impuesto se introduce en el modelo mecánico como condición impuesta en el contorno interior del modelo mecánico que estudia, mediante XFEM, el inicio y propagación de las fisuras.

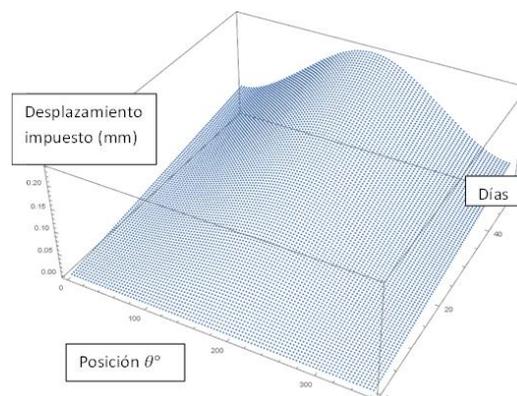


Figura 8. Desplazamiento impuesto en el modelo mecánico

3. RESULTADOS

3.1. Primera fase

Utilizando el procedimiento descrito se obtiene tras 1 año de corrosión la malla de 1868 nodos y 3514 elementos cuyo detalle cerca de la barra se muestra en la Figura 9, en la que se ha marcado también la forma de la barra original.

Las curvas de nivel de la función de corriente (líneas de corriente) que se obtiene tras 1 año de corrosión se muestran en la Figura 10 (se muestran 20 líneas). En la figura se muestra también la capa de óxidos formada.

FIA 2018

XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-
24 al 26 de octubre

El valor de la función de corriente sobre el perímetro de la barra se muestra en la Figura 11 en función del ángulo para los tiempos 0 días (inicial), 23 días (duración del ensayo) y 1 año. La densidad de corriente se muestra en función de la longitud del perímetro s en la Figura 10 para los tiempos 0, 4 (aparición de las primeras fisuras), 23 días (duración del ensayo) y 1 año. Las curvas se acortan con el tiempo porque el perímetro de la barra disminuye

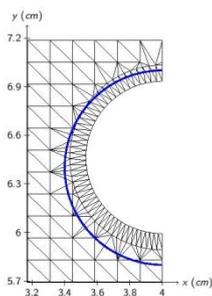


Figura 9. Detalle del mallado del dominio tras 1 año de corrosión. La línea continua muestra la forma inicial de la barra

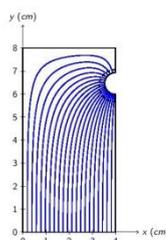


Figura 10. Líneas de corriente tras 1 año de corrosión. La línea a trazos muestra la capa de óxidos.

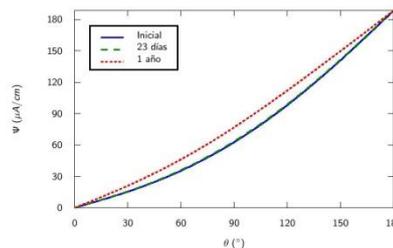


Figura 11. Función de corriente en el perímetro de la barra para varios tiempos de corrosión.

La densidad de corriente media en función del tiempo, se muestra en la Figura 13. Los valores que se obtienen para 4 y 23 días y 1 año son respectivamente 100,21, 101,24 y 128,34 $\mu A/cm^2$. La diferencia de radios respecto al radio inicial de la barra para el metal ($\Delta r_m = r_m - r_0$) y para el óxido ($\Delta r_{ox} = r_{m0x} - r_0$) se muestran en la Figura 12 para los tiempos 4 y 23 días.

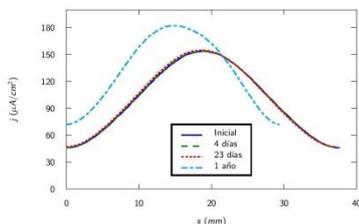


Figura 12 Densidad de corriente en el perímetro de la barra a varios tiempos de corrosión.

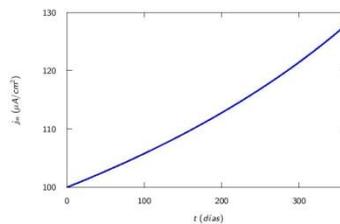


Figura 13 Densidad de corriente media en función del tiempo.

Los valores para $\theta = 0^\circ$ (mínima diferencia de radios) y para $\theta = 180^\circ$ (máxima diferencia de radios) para varios tiempos se recogen en la Tabla 2. La forma de la barra se muestra en la Figura 13 para 23 días y 1 año (la diferencia en la forma para 4 días no es apreciable).

El tiempo de cálculo requerido para resolver el problema hasta 1 año de corrosión, que fue de 17min 28s, podría reducirse considerablemente haciendo un cálculo aproximado si se supone que $j(\theta)$ no depende del tiempo. Entonces sólo es necesario resolver la ecuación diferencial una vez (para $t = 0$) y el radio del metal viene dado por:

$$r_m = r_0 - \frac{j(\theta)Mt}{nF\rho} \quad (6)$$

Siendo $j(\theta)$ la densidad de corriente inicial. Este método es, evidentemente, más rápido pero menos exacto. En la Figura 16 se cuantifica el error cometido por este método en el cálculo de los radios representando la diferencia entre el método aproximado y el exacto en función del ángulo θ y para varios tiempos. El método aproximado proporciona valores mayores para el radio del metal y menores para el radio de la capa de óxidos. Estas diferencias aumentan con el tiempo.

FIA 2018

XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-
24 al 26 de octubre

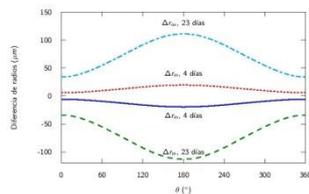


Figura 14. Diferencia de radios calculados de la barra tras 4 días y 23 días de corrosión.

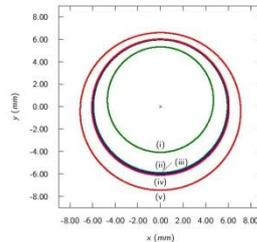


Figura 15 Forma de la barra a distintos tiempos. De dentro a fuera: (i) 1 año, (ii) 23 días, (iii) estado inicial, (iv) capa de óxidos tras 23 días y (v) capa de óxidos tras 1 año

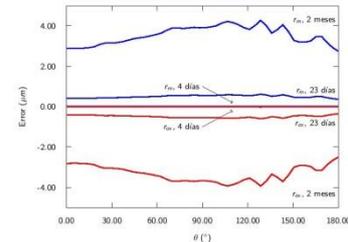


Figura 16. Error cometido con el método aproximado en el cálculo de los radios

3.2. Segunda fase

En la figura 17 se pueden observar dos instantáneas de la sección transversal de la probeta fisurada y un detalle de la malla después de aplicar el desplazamiento de la figura 8.

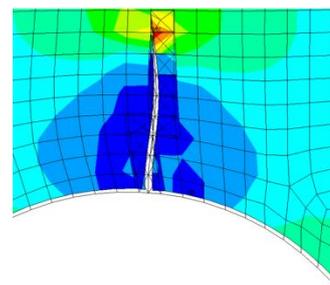
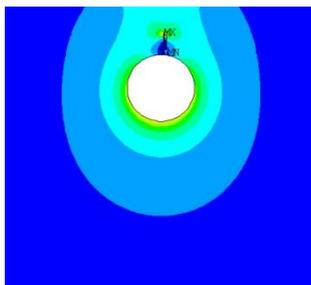


Figura 17. Izquierda. instantánea de la sección transversal de la probeta fisurada. Derecha: Detalle de la malla después de aplicar el desplazamiento de la figura 8.

4. CONCLUSIONES

Se ha planteado un modelo multifísica en dos fases para describir completamente el proceso de corrosión incluyendo la aparición de fisuras. Cuando se haya ajustado con datos experimentales, puede constituir una herramienta muy útil para la predicción en el campo considerado.

AGRADECIMIENTOS

Se agradecen los fondos recibidos para esta investigación de la Agencia Estatal de Investigación (AEI) y del Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER) a través del proyecto BIA2016-80982-R. Además, este trabajo ha podido ser realizado gracias al Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, a través de la beca de Formación de Profesorado Universitario (FPU16/04078).

Referencias

- [1] Matlab online documentation for delaunay. https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/delaunay.html?s_tid=gn_loc_drop.
- [2] F. J. Molina, C. Alonso, and C. Andrade. Cover cracking as function of rebar corrosion: Part 2 { numerical model. *Materials and Structures*, 26:532{548, 1993.
- [3] J. Masdemont Soler. *Curs d'elements nits amb aplicacions*. Edicions de la Universitat Politecnica de Catalunya, Barcelona, 2002.
- [4] R. C. West, editor. *Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press, Boca Raton, Florida, 66th edition, 1985.
- [5] ANSYS® Academic Research Mechanical, Release 19.1