

## CARACTERIZACIÓN DE ESTRUCTURAS CON ACCESIBILIDAD RESTRINGIDA MEDIANTE MODELOS SEA

PACS: 43.40.+s; 44.05+e; 45.10.Db

Chimeno Manguán, Marcos<sup>1</sup>; Fernández de las Heras, María José<sup>2</sup>; Roibás Millán, Elena<sup>3</sup>;  
Simón Hidalgo, Francisco<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Politécnica de Madrid, ETSIAE. Plaza Cardenal Cisneros 3, 28040 Madrid. Tlf.:  
+34 91 336 63 67  
e-mail: marcos.chimeno@upm.es

<sup>2</sup>Consejo Superior de Investigaciones Científicas, ITEFI. C/ Serrano 144, 28006 Madrid. Tlf.:  
+34 91 561 88 06  
e-mail: f.simon@csic.es

<sup>3</sup>Universidad Politécnica de Madrid, IDR/UPM. Plaza Cardenal Cisneros 3, 28040 Madrid. Tlf.:  
+34 91 336 63 53  
e-mail: elena.roibas@upm.es

### ABSTRACT

The determination of the loss factors of an SEA model is usually based on analysing experimentally the power balance of the structure considered. The increasing size and complexity of current structures rises practical problems to measure it experimentally. The presence of sub-structures that cannot be excited adequately or at all, as well as the presence of structures not accessible (and therefore whose response cannot be measured), pose applicability limits to the usual method, the Power Injection Method. This work presents the application of new methods for this type of systems using an L-shaped structures composed of three subsystems.

### RESUMEN

La determinación de los coeficientes de pérdidas de un modelo SEA se basa comúnmente en el análisis experimental del balance de potencias de la estructura analizada. La configuración y elevada complejidad de las estructuras actuales añade problemas de carácter práctico a la hora de realizar esta medida experimental. La existencia de subestructuras que no pueden excitarse adecuadamente o en absoluto, así como la presencia de subestructuras inaccesibles cuya respuesta no puede medirse, impide la aplicación directa del método habitual, el Método de Inyección de Potencia. Este trabajo presenta la aplicación de nuevos métodos para este tipo de sistemas sobre una estructura sencilla en forma de L compuesta de tres subsistemas.

### INTRODUCCIÓN

El análisis de una estructura en el rango de alta frecuencia se puede afrontar mediante un modelo de Análisis Estadístico de la Energía o SEA (Statistical Energy Analysis) [1] que estudia la respuesta del sistema estudiando un conjunto de subsistemas y el intercambio de potencia entre estos. La definición de un modelo SEA pasa por tanto por la definición de los factores de pérdidas internos (relacionados con la disipación en el propio subsistema) y la definición de los factores de pérdidas de acople (relacionados con la transmisión de energía entre subsistemas). Aunque existen aproximaciones analíticas [1] o numéricas [2] para estos factores, la elevada

complejidad de las estructuras actuales ha hecho que sea predominante la determinación experimental.

La primera propuesta para determinar los factores de pérdidas a partir de medidas experimentales del balance energético fue propuesta por Bies & Hamid dando lugar al denominado Método de Inyección de Potencia [3] a partir del cual han evolucionado diferentes propuestas posteriores centradas en la resolución de problemas de carácter numérico [4,5].

El Método de Inyección de Potencia se basa en el análisis conjunto de varios estados de equilibrio energético para obtener un sistema algebraico determinado. Para un conjunto de  $n$  subsistemas, su equilibrio viene determinado por  $n^2$  coeficientes de pérdidas mientras que la teoría SEA determina únicamente  $n$  ecuaciones de equilibrio (una por cada subsistema). Combinando  $n$  equilibrios independientes es posible obtener el sistema de  $n^2$  ecuaciones. El método más habitual para asegurar la independencia de los equilibrio energéticos es realizar una excitación sucesiva de cada subsistema.

Esta aproximación al problema hace necesario excitar todos y cada uno de los subsistemas que se consideren así como medir la energía en cada uno de ellos. Esta restricción puede ser importante para sistemas grandes o complejos en los que pueden encontrarse problemas de accesibilidad [6]. Para afrontar esta limitación se han propuesto algunas formulaciones alternativas como son el método de los Coeficientes de Potencia [7] - que solo requiere medir la respuesta de los elementos del sistema a las cargas externas sin medida explícita de la carga - o formulaciones basadas en transmisibilidades [8], que tampoco requieren conocer la potencia inyectada pero sí los coeficientes de pérdidas internas o los totales.

Para los sistemas que no cumplen los requisitos impuestos por el Método de Inyección de Potencia, es decir, sistemas en los que no todos los elementos pueden excitarse o bien no puede medirse su respuesta, este trabajo presenta dos nuevos métodos para la determinación de los coeficientes de pérdidas.

El trabajo presenta en primer lugar la formulación de los nuevos métodos partiendo del equilibrio de potencias SEA y el Método de Inyección de Potencia. A continuación, se presenta un caso de aplicación compuesto de tres subsistemas que se analiza mediante los nuevos métodos propuestos para posteriormente indicar las conclusiones principales del trabajo.

## FORMULACIÓN

La teoría SEA establece el equilibrio de potencias de un sistema a partir del equilibrio de potencias de cada uno de los  $n$  subsistemas en los que está dividido. De este modo, el equilibrio del subsistema  $i$  en una banda centrada en  $\omega$  resulta

$$P_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \omega \eta_{ji} E_j = \omega \eta_{ii} E_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \omega \eta_{ij} E_i \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

El primer término de la izquierda representa la potencia inyectada en el subsistema  $i$  por cargas externas mientras que el segundo término de la izquierda representa la energía transmitida desde el resto de subsistemas, expresado en términos de la energía de cada subsistema  $j$ ,  $E_j$ , y los factores de acoplo desde el subsistema  $j$  al  $i$ ,  $\eta_{ji}$ . El primer término de la derecha representa la energía que se disipa en el propio subsistema expresada en términos de la energía del subsistema  $i$ ,  $E_i$ , y su factor de pérdidas interno,  $\eta_{ii}$ . Por último, el segundo término de la derecha representa la energía transmitida desde el subsistema  $i$  al resto de subsistemas.

El balance de potencias del sistema completo puede expresarse de forma matricial a través de la matriz SEA,  $L$ , compuesta de los diferentes factores de pérdidas, como

$$\hat{P} = \omega L \hat{E} \quad (2)$$

### Método de Inyección de potencia

El Método de Inyección de Potencia se basa, como se ha indicado anteriormente, en extender la ecuación de equilibrio SEA para representar varios estados de equilibrio independientes. De este modo la Ecuación (2) se extiende mediante algebra matricial para representar todos los estados de equilibrio:

$$P = \omega L E \quad (3)$$

En la que  $P$  y  $E$  son matrices que contienen en cada columna las potencias inyectadas y las energías de cada uno de los subsistemas, para cada uno de los estados de equilibrio correspondientes.

### Sistemas con restricción de excitación o medida de la respuesta

En sistemas grandes o complejos pueden encontrarse elementos con poca accesibilidad, como elementos internos en estructuras espaciales o capas de aire en paredes dobles, siendo difícil o imposible la adecuada excitación de los mismos o la medida de su respuesta a una excitación externa. En estos casos debe por tanto distinguirse, según el carácter de los subsistemas, entre los  $n_e$  subsistemas que pueden ser excitados adecuadamente y los  $n_m$  subsistemas cuya respuesta puede medirse. Esta clasificación permite analizar la ecuación (3) en función del grado de excitación y medida del sistema.

En el caso de que no se pueda medir la respuesta de todos los subsistemas ( $n_m < n$ ) pero sí puedan ser excitados adecuadamente todos ellos ( $n_e = n_m$ ), entonces puede aplicarse el Método de Inyección de Potencia a un sistema menor, de tamaño  $n_m \times n_m$ , que permitiría obtener un conjunto de factores de pérdidas efectivas [9]. Por su interés, este trabajo se centra en el que, pudiéndose medir la respuesta en todos los subsistemas considerados, alguno de ellos presente problemas para ser excitado adecuadamente, resultando  $n_e < n$ .

En una situación de excitación parcial,  $n_e < n$ , las matrices  $P$  y  $E$  – ecuación (3) – son de tamaño  $n_m \times n_e$  por lo que no puede obtenerse la matriz SEA del sistema y de ella determinar los factores de pérdidas del sistema. Para este caso se presentan dos métodos basados en dos principios distintos que permiten afrontar el problema en diferentes grados de complejidad.

### Método Basado en Minimización del Error

El primer método propuesto se basa en minimizar el error de la ecuación (3) a través de un funcional que evalúa la norma euclídea

$$J_1 = \|P - \omega L E\| \quad (4)$$

Este método permite además tener en cuenta propiedades conocidas del sistema para delimitar el espacio de soluciones, por ejemplo igualdad de factores de pérdidas internas para elementos idénticos o factores de acoplo nulos en subsistemas no interconectados.

### Método Basado en la Actualización de Modelos

En sistemas complejos es habitual desarrollar modelos previos,  $L_M$ , a partir de análisis preliminares para la predicción de su comportamiento. El segundo método propuesto se basa en las técnicas de actualización de modelos para determinar un modelo más preciso que minimiza el funcional

$$J_2 = \|L - L_M\| \quad (5)$$

sujeto a los equilibrios energéticos medidos, ecuación (3).

El método de los multiplicadores de Lagrange permite determinar para este caso una ley de actualización del modelo

$$L = L_M + \frac{1}{\omega} (P - \omega L_M E)(E^T E)^{-1} E^T \quad (6)$$

que permite mejorar el modelo inicial en base a los resultados experimentales.

## APLICACIÓN

### Descripción del Sistema

Esta sección presenta la aplicación de los dos métodos propuestos a un sistema real compuesto de una estructura en forma de L formada por dos paneles sándwich inmersa en una cámara reverberante. La estructura se estudió dentro del proyecto "Random Derivation by Vibro-Acoustic Simulation (RANDERIV) [10] realizándose un ensayo para aplicar el Método de Inyección de Potencia considerando tres subsistemas: los dos paneles y el aire de la cámara reverberante [11].

El panel de mayores dimensiones, panel A, se considera el subsistema SEA 1 y consiste en un panel de 1.4 x 0.7 m construido con una estructura de sándwich compuesta de un núcleo de nido de abeja de aluminio de 35 mm de espesor y dos pieles también de aluminio con un espesor de 0.5 mm. El panel de menor tamaño, panel E, se considera el subsistema SEA 2 y está construido también mediante una estructura sándwich de aluminio de 23 mm de espesor el núcleo y 1 mm cada piel. El tamaño del panel E es de 0.65 x 0.65 m. Ambos paneles están unidos mediante dos uniones puntuales realizadas mediante perfiles de aluminio 2024-T3511 en L.

La estructura se estudió en las instalaciones del Instituto de Tecnologías Física y de la Información del CSIC, más concretamente en su cámara reverberante que cuenta con un volumen de 200 m<sup>3</sup>. La Figura 1 muestra un esquema de la estructura y de la cámara reverberante.

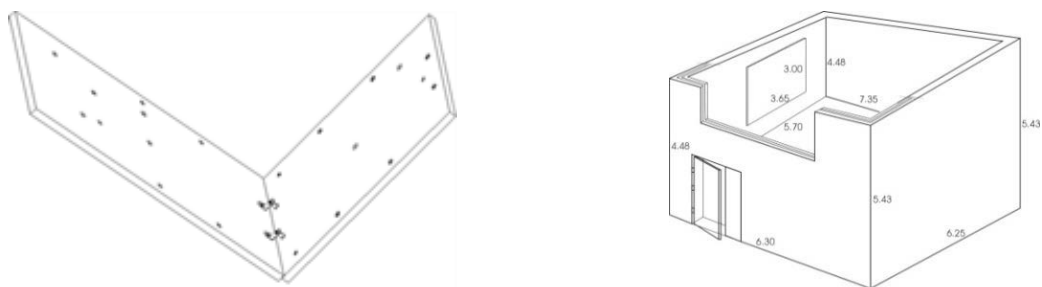


Figura 1. Elementos estructurales que componen los subsistemas 1 y 2 (izquierda) y cámara reverberante (derecha).

### Descripción del Ensayo

El ensayo realizado sobre el sistema consistió en la aplicación del Método de Inyección mediante excitación sucesiva de los tres subsistemas. Para los subsistemas estructurales se realizó una excitación estructural mediante un vibrador electromagnético (LDS450) en tres localizaciones distintas como aproximación a una excitación sin contacto. Para el caso del

subsistema 3, la cámara reverberante, se realizó la excitación del mismo mediante un campo acústico difuso basado en un ruido blanco generado mediante un conjunto de altavoces y los difusores adecuados. La potencia inyectada en los subsistemas 1 y 2 se determinó mediante la fuerza y aceleración registradas en cada uno de los puntos de excitación correspondientes que se muestran en la Figura 2.

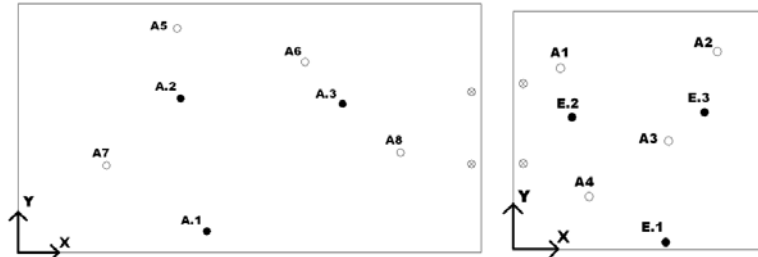


Figura 2. Puntos de excitación (●) y de medida (○) del panel A, subsistema 1, (izquierda) y del panel E, subsistema 2 (derecha)

Tanto la excitación como la respuesta del subsistema 3 (la cámara reverberante) se realizó mediante 4 micrófonos de control distribuidos alrededor de la estructura para determinar el valor promedio de presión en el aire.

### Caso de Estudio

La estructura en estudio no presenta los problemas de accesibilidad descritos en la Introducción, lo que permite la aplicación directa del Método de Inyección de Potencia. Los resultados obtenidos de su aplicación se consideran los valores de referencia para estudiar los resultados obtenidos con los nuevos métodos propuestos. Para este trabajo se considerará que el panel E (subsistema 2) presenta problemas de accesibilidad que impiden su excitación estructural directa por lo que en este caso el número de subsistemas es  $n = 3$ , el número de subsistemas cuya respuesta se mide es  $n_m = 3$ , mientras que el número de subsistemas que se excitan es  $n_e = 2$  (los subsistemas 1 y 3).

Se consideran los factores de pérdidas determinados mediante: a) la aplicación directa del Método de Inyección de Potencia considerando 3 excitaciones, b) el método basado en minimización del error en el equilibrio del sistema considerando 2 excitaciones y c) el segundo método tomando como modelo previo que actualizar,  $L_M$ , los resultados obtenidos con el método anterior. Los resultados en los tres casos se muestran en la Figura 3.

En primer lugar, los resultados obtenidos mediante la aplicación del Método de Inyección de Potencia presentan características especiales por encima de la banda de 4000 Hz (inclusive) obteniendo resultados con valor negativo para algunos valores de factores de pérdidas internas como  $\eta_{11}$  y  $\eta_{22}$ . Este resultado viene determinado por el mal condicionamiento del problema en estas bandas, ya que el número de condición de la matriz de energías  $E$  aumenta drásticamente al subir en frecuencia. Como se verá en resultados posteriores, el análisis de estas bandas debe considerarse por separado de las bandas inferiores.

Respecto a los resultados obtenidos mediante la minimización del error en el equilibrio energético, se obtienen muy buenos resultados para los factores de pérdidas internos de los subsistemas excitados ( $\eta_{11}$  y  $\eta_{33}$ ), así como para los factores de acoplo asociados a la transmisión de energía entre los subsistemas excitados ( $\eta_{13}$  y  $\eta_{31}$ ). Los resultados muestran así mismo que se obtiene buenos resultados cualitativos en los factores de acoplo relacionados con la transmisión de energía desde los subsistemas excitados hacia el no excitado ( $\eta_{12}$  y  $\eta_{32}$ ) así como en los asociados con la energía del subsistema no excitado ( $\eta_{21}$ ,  $\eta_{22}$  y  $\eta_{23}$ ) dando lugar en algunas bandas a valores negativos de los mismos (no representados en la escala logarítmica de la Figura 3).

Los resultados muestran que el segundo método permite mejorar los resultados obtenidos en los factores de acoplo, especialmente en los asociados con la emisión de energía desde los subsistemas excitados como se observa por ejemplo para el factor de acoplo  $\eta_{12}$ .

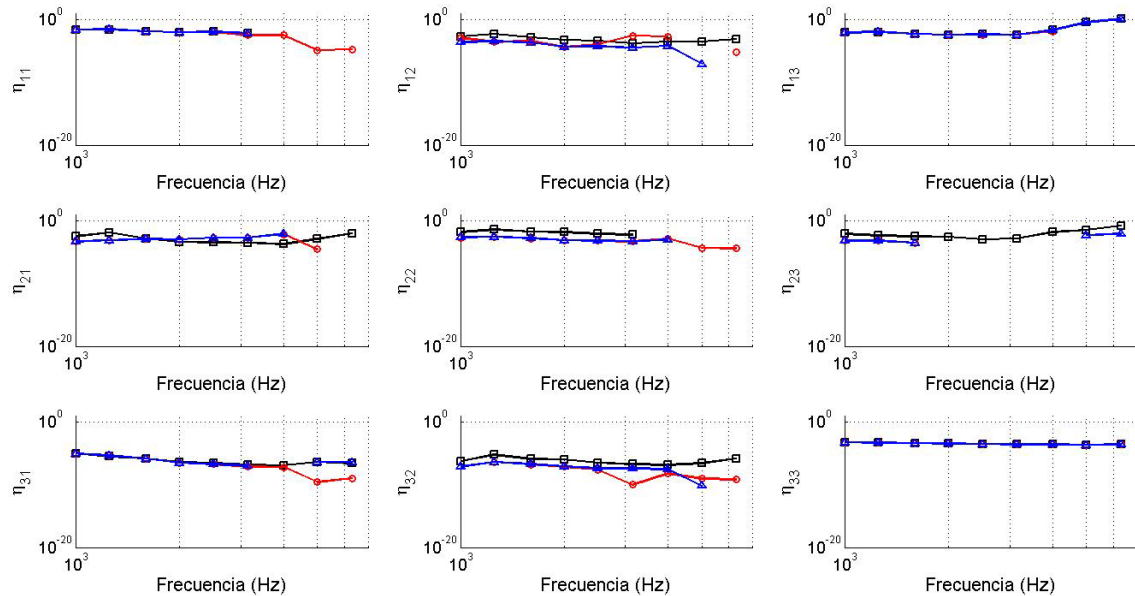


Figura 3: Factores de pérdidas del sistema determinados mediante el Método de Inyección de potencia (-□-) y minimizando  $J_1$  sin considerar excitación en el subsistema 2 (-●-) y mediante actualización de este modelo minimizando  $J_2$  sin considerar excitación en el subsistema 2 (-△-)

### Fiabilidad

Esta sección presenta un estudio sobre la fiabilidad de los métodos propuestos basada en el análisis de la dispersión de los resultados para una incertidumbre en el estado energético del sistema. La población de la simulación de Monte Carlo (3000 casos) se ha construido a partir de una distribución normal de la matriz de energía con una desviación estándar del 5% de su valor nominal.

Las figuras 4 y 5 muestran los resultados de las figuras 4 y 5 respectivamente sobre la simulación de Monte Carlo.

La simulación de Monte Carlo muestra que el primer método está caracterizado por una mayor incertidumbre que el segundo, incrementándose esta con la frecuencia, especialmente como se indica más arriba en las últimas bandas de frecuencia consideradas ( $f \geq 4000$  Hz). En las últimas bandas la simulación de Monte Carlo permite estimar el valor de aquellos factores de pérdidas con valor negativo al aplicar el primer método, como por ejemplo de  $\eta_{12}$  en la banda de 5 kHz.

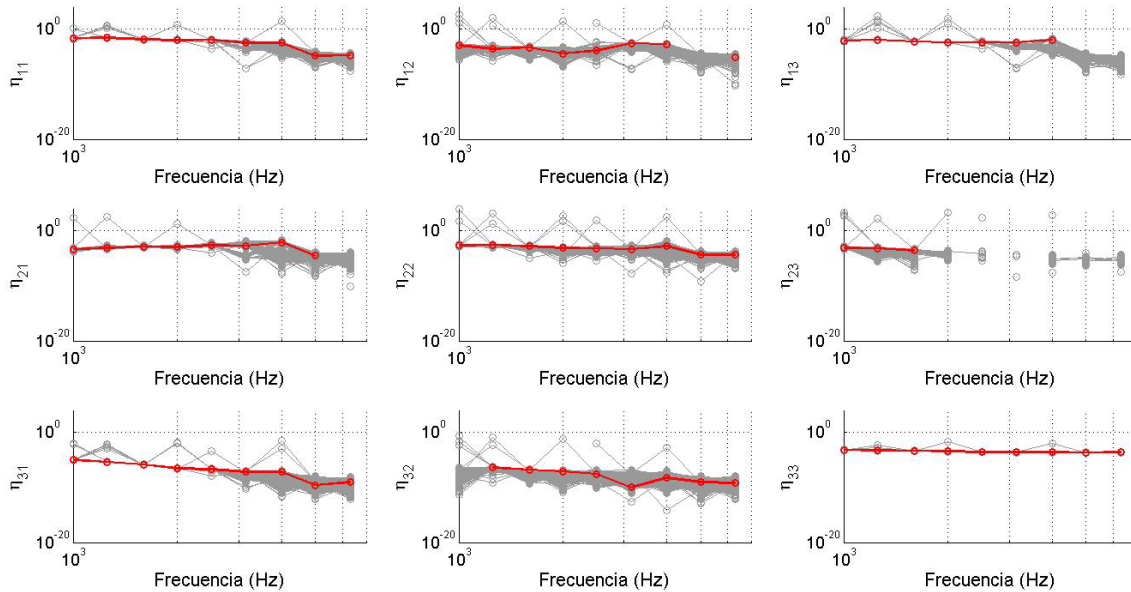


Figura 4: Incertidumbre del método basado en el funcional  $J_1$ : Resultado del método (-○-) y resultado de la simulación de Monte Carlo (-○-)

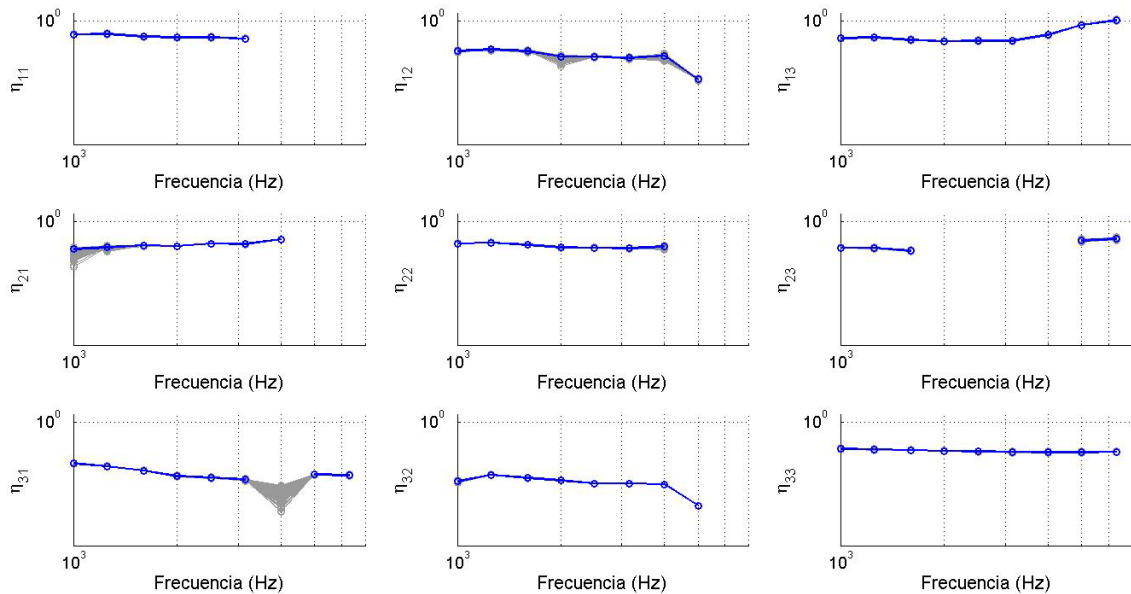


Figura 5: Incertidumbre del método basado en el funcional  $J_2$ : Resultado del método (-○-) y resultado de la simulación de Monte Carlo (-○-)

## CONCLUSIONES

Este trabajo presenta la aplicación de dos métodos para la determinación de los factores de pérdidas de un modelos SEA cuando la accesibilidad restringida puede suponer un impedimento para la aplicación de otros métodos basados en el Método de Inyección de Potencia. Se han presentado estos dos métodos, que permiten afrontar estas situaciones, y se han aplicado a un caso sencillo.

Los dos métodos presentados se basan en principios distintos: la minimización del error en el equilibrio energético medido y la actualización de modelos sujeta a los resultados

experimentales. Los resultados muestran que mediante los métodos propuestos pueden determinarse adecuadamente tanto los factores de pérdidas internas de los subsistemas excitados, como los factores de acoplo asociados a la emisión de energía por parte de estos. La combinación de ambos métodos permite además mejorar los resultados respecto a los factores de acoplo desde los subsistemas que no pueden excitarse.

También se ha presentado un estudio de la fiabilidad de ambos métodos. El primer método muestra que ésta es muy dependiente del condicionamiento de las matrices de coeficientes de energía [4] que caracteriza el problema. La aplicación del segundo método a través de una ley analítica de actualización del modelo permite reducir la incertidumbre general de los resultados muy notablemente. El análisis Monte Carlo de los métodos permite además estimar el valor de los factores de pérdidas en bandas especialmente problemáticas.

## REFERENCIAS

1. R. H. Lyon, R. G. DeJong., Theory and Applications of Statistical Energy Analysis, 2nd Edition, Butterworth-Heinemann Ed, 1995.
2. L. Maxit, J.L. Guyader, Estimation of SEA coupling loss factors using a dual formulation and FEM modal information, Part I: theory, Journal of Sound and Vibration 239 (5) (2001) 907-930.
3. D. Bies, S. Hamid, In situ determination of loss and coupling loss factor by the power injection method, Journal of Sound and Vibration 70 (2) (1980) 187-204.
4. N. Lalor, Practical Considerations for the Measurement of Internal and Coupling Loss Factors on Complex Structures, Technical Report ISVR no. 182, 1990
5. C. Hopkins, Experimental statistical energy analysis of coupled plates with wave conversion at the junction, Journal of Sound and Vibration 322 (2009) 155-166
6. K. Renji, M. Mahalakshmi, High frequency vibration energy transfer in a system of three plates connected at discrete points using statistical energy analysis, Journal of Sound and Vibration 296 (3) (2006) 539-553.
7. F. Fahy, An alternative to the sea coupling loss factor: rationale and method for experimental determination, Journal of Sound and Vibration 214 (2) (1998) 261-267.
8. O. Guasch, A direct transmissibility formulation for experimental statistical energy analysis with no input power measurements, Journal of Sound and Vibration 330 (25) (2011) 6223-6236.
9. M. Chimeno, Vibro-acoustic analysis of spacecraft structures with thin air layers, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid (2014).
10. ESA/ESTEC. Statement of Work: Random Vibration Environment Derivation by Vibro-Acoustic Simulation, 2006. Contract No. 20779/07/NL/SFe.
11. ECE-RDR-TNO-0014, CLF Test Report, Random Vibration Environment Derivation by Vibro-Acoustic Simulation, Contract No. 20779/07/NL/SFe.