

**RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO PARA LA DETERMINACIÓN DE
POTENCIAS ACÚSTICAS DE FUENTES INDUSTRIALES A PARTIR DE
MEDIDAS DE NIVEL DE PRESIÓN Y DEL MODELO ACÚSTICO DE
LA PLANTA INDUSTRIAL.
PARTE I: PLANTEAMIENTO Y MÉTODO DE RESOLUCIÓN**

PACS: 43.28.Js.

Omella Milián, Ángel Javier; Martínez Gómez, Francisco Javier; Celorrio de Pablo, Ricardo
Grupo de Vibroacústica de la Universidad de Zaragoza.

C/ María de Luna s/n – Edificio Betancourt. Campus Universitario Río Ebro,
50018 Zaragoza.

Tel: 976 762 162. Fax: 976 762 189

E-mail: ajavier@grupovac.org; fjmargo@unizar.es; celorrio@unizar.es

ABSTRACT

In order to solve the problem of determining the acoustic power spectra from sources of continuous cycle operating factories necessary to obtain noise maps based on measured data, a computational method is developed in this paper to solve nine frequency uncoupled problems by the analysis of sound pressure level measurements and by the use of a sound propagation software.

With the aim of mending the ill-posed inverse problem given by Hadamard, Truncated Singular Value Decomposition (TSVD) regularization is applied, being a suitable regularization parameter needed to be taken to obtain approached results.

RESUMEN

La finalidad de este trabajo, es exponer un método computacional para la resolución de varios problemas inversos desacoplados en frecuencia dada la problemática en la determinación del espectro de potencia acústica de fuentes de ruido en plantas industriales de ciclo continuo, necesaria para el cálculo de mapas de ruido en industrias basados en medidas.

Tras comentar brevemente el algoritmo de propagación se plantean los problemas inversos desacoplados a resolver, indicando qué parámetros son necesarios tales como la matriz de transferencia obtenida a partir del modelo geométrico y los datos de presión sonora obtenidos en campañas de medición.

En concreto, para la resolución del problema, mal planteado en sentido de Hadamard, se aplica la técnica de regularización Truncated Singular Value Decomposition (TSVD) que requiere, para la obtención de los resultados esperados, la adecuada selección de un parámetro que gobierne el truncamiento.

INTRODUCCIÓN

La Directiva Europea sobre evaluación y gestión del ruido ambiental (2002/49/CE) marcó una nueva orientación respecto a las actuaciones en materia de contaminación acústica. En España se transpuso esta Directiva mediante la Ley 37/2003, de 17 de noviembre, del Ruido. Posteriormente la aparición del Real Decreto 1513/2005, de 16 de diciembre y del Real Decreto 1367/2007, de 19 de octubre que desarrollan la citada Ley 37/2003 completan el marco legislativo aplicable en esta materia a nivel estatal.

Ante esta situación normativa surge una demanda creciente en lo referente a la gestión del control del ruido por parte de las industrias. La realización de modelos acústicos de plantas industriales permite establecer predicciones sobre el impacto sonoro que una determinada actividad industrial tiene sobre su entorno, la simulación de medidas correctoras, en el caso de que sean necesarias, o el estudio del impacto acústico de ampliaciones en la planta industrial. Si además de un modelo, la industria tiene instalado un sistema de monitorización de ruido, es posible generar mapas de ruido en tiempo real a partir de la información obtenida en los receptores.

Para la creación del modelo y la resolución del problema directo se ha utilizado el software comercial de predicción acústica CadnaA (Computer Aided Noise Abatement) en el que, entre otros parámetros, deben introducirse datos relativos a la potencia acústica de fuentes.

Para la resolución de este problema inverso existen dos conjuntos de métodos empíricos (no computacionales) que se basan en medidas de presión o de intensidad acústica. En los métodos de presión es necesario apagar los equipos generadores de ruido, lo que resulta de difícil aplicación en plantas industriales de ciclo continuo. Otra opción es determinar la potencia acústica de las fuentes mediante métodos a partir de medidas de intensidad que son más complejas, por lo que no son viables para su aplicación de forma general en plantas industriales, a pesar de que permiten determinar la potencia acústica de las fuentes sin la problemática de ruido del fondo que tienen los métodos basados en medidas de presión.

Mediante un tercer método no normalizado, es posible, a partir de medidas de presión y del modelo acústico generado en mediante software de predicción acústica como CadnaA, determinar la potencia acústica de cada fuente con la resolución numérica de varios problemas inversos desacoplados asociados a cada banda de frecuencia.

El problema inverso que se debe resolver es un problema lineal mal planteado en el sentido de Hadamard (pequeñas variaciones en datos de presión causan grandes variaciones en el cálculo de potencias). Su resolución requiere técnicas de regularización, en concreto se aplica TSVD (truncated singular value decomposition). Para ello, a partir de los datos de la matriz de transferencia obtenida del modelo de CadnaA y campañas de medidas de presión sonora, se implementa un programa en pythonxy mediante el que se resuelve el problema inverso obteniéndose los datos de potencia necesarios para completar el modelo.

SOFTWARE DE PREDICCIÓN ACÚSTICA: RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DIRECTO

Uno de los múltiples software comercial existentes en el mercado para el cálculo de exposición al ruido es CadnaA. Este software en particular, creado por DataKustik, dispone implementado el método de cálculo, en cuanto a propagación, concordante con la norma ISO 9613-2. Se incluyen otros métodos de cálculo específicos como por ejemplo el método de cálculo francés NMPB-Routes-96 para el ruido procedente del tráfico rodado o el método SRM II para el ruido ferroviario. La crítica sobre ciertos aspectos de estos métodos es extensa y por tanto en el futuro deberán evolucionar.

La ecuación básica, descrita en la norma ISO 9613-2, que permite el cálculo por banda de octava del nivel de presión sonora en un punto receptor en condiciones favorables de propagación (downwind) por banda de frecuencia f es:

$$Lp_D(f) = Lw(f) + D(f) - A(f) \quad [dB] \quad (1)$$

Donde Lp_D representa el nivel de presión sonora del rayo directo entre el receptor y la fuente k , Lw el nivel de potencia sonora de la fuente k , D el factor de corrección por directividad (desviación del nivel de presión sonora respecto a una radiación omnidireccional, $D = 0$, de la fuente k en la dirección del rayo) y finalmente, A agrupa las atenuaciones ocurridas durante la propagación debidas a: la divergencia geométrica, la absorción del aire, la atenuación del suelo y la atenuación por apantallamiento entre otras.

Las aportaciones en un receptor debidas a los j -rayos reflejados debidos a la fuente k son calculados mediante la creación de fuentes imagen cuya potencia de emisión se ve alterada por las propiedades acústicas asignadas al objeto en el que se produce la reflexión.

La suma energética¹ del nivel de presión sonora en un receptor, del rayo directo proveniente de la fuente k con los niveles asociados a los rayos reflejados de esa fuente conforma el nivel de presión sonora parcial (Lp_k) en el receptor debido a la fuente k .

$$Lp_k = Lp_{Dk} \oplus Lp_{1k} \oplus Lp_{2k} \oplus \dots \oplus Lp_{jk} \quad \text{para cada } f \quad (2)$$

La suma energética por banda de frecuencia f de todos los niveles de presión sonora parciales del conjunto de k fuentes en el receptor i , corresponderá al nivel de presión sonora en el receptor i .

$$Lp_i = Lp_1 \oplus Lp_2 \oplus \dots \oplus Lp_k \quad \text{para cada } f \quad (3)$$

Este algoritmo permite la resolución directa del problema de manera desacoplada para cada banda de frecuencia f .

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA INVERSO

Para poder plantear el problema de forma lineal como $\mathbb{T}w = p^2$ es necesario representar el problema en las variables físicas expresadas en unidades del sistema internacional y determinar adecuadamente la matriz de transferencia \mathbb{T} .

- El nivel de presión sonora debe expresarse en términos del cuadrado de la presión:

$$p_i^2 = p_0^2 \cdot 10^{Lp_i/10} \quad [Pa^2] \quad (4)$$

donde la presión de referencia: $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa.

- La potencia acústica en dB se expresa en vatios:

$$w_i = w_0 \cdot 10^{Lw_i/10} \quad [W] \quad (5)$$

donde la potencia de referencia: $w_0 = 10^{-12}$ W.

¹ Denotada mediante el símbolo \oplus , la suma de n elementos L_i puede expresarse como:

$$L_1 \oplus L_2 \oplus \dots \oplus L_n = 10 \cdot \log_{10} \left(\sum_{i=1}^n 10^{L_i/10} \right)$$

- La matriz de aportaciones parciales \mathbb{T}^* se calcula mediante CadnaA para un modelo caso de estudio, en el que se impone un cierto espectro de potencia para todas las fuentes del modelo. La potencia asignada por banda de frecuencia se designa como Lw_{ref} .
- La matriz de aportaciones parciales obtenida contiene para cada receptor los niveles de presión sonora Lp_k resueltos. Cada elemento de la función de transferencia \mathbb{T}^* debe normalizarse respecto a la potencia Lw_{ref} impuesta y se deben realizar los cambios de variable expuestos en las ecuaciones (4) y (5) para la obtención de \mathbb{T} .

$$\mathbb{T}_{i,j} = \frac{p_0^2 \cdot 10^{\mathbb{T}_{i,j}^*/10}}{w_0 \cdot 10^{Lw_{refj}/10}} \quad (6)$$

El problema inverso ideal consiste en resolver el sistema $\mathbb{T}w = p^2$ donde la incógnita es el vector de potencias de las fuentes consideradas w . Para poder plantear el problema inverso correctamente se utiliza el ajuste por mínimos cuadrados puesto que \mathbb{T} no es invertible. La aproximación del vector solución se denota como w^\dagger :

Reescribiendo el sistema:

$$w^\dagger = (\mathbb{T}^t \mathbb{T})^{-1} \mathbb{T}^t p^2 \quad (7)$$

Al término p^2 se le debe incluir un cierto nivel de ruido δ debido a la precisión en la resolución del problema directo. Si los datos son determinados a partir de observaciones del entorno, el ruido asociado a las medias se incluirá también en este término. Por tanto la aproximación a resolver puede escribirse como:

$$\mathbb{T}w \simeq p_\delta^2 \quad (8)$$

El problema de minimización queda expresado:

$$\| \mathbb{T}w - p_\delta^2 \| \quad (9)$$

la solución para el problema se minimización puede escribirse:

$$w^\delta = (\mathbb{T}^t \mathbb{T})^{-1} \mathbb{T}^t p_\delta^2 \quad (10)$$

se define δ como el ruido de la variable p^2 :

$$\delta = \| p_\delta^2 - p^2 \| = \| \Delta p^2 \| \quad (11)$$

MÉTODO DE RESOLUCIÓN

Se plantea la pseudoinversa planteada por Moore-Penrose, de \mathbb{T} que utiliza la descomposición en valores singulares. Toda matriz \mathbb{T} de dimensiones $[m \times n]$ con $m \geq n$ y rango $r \leq n$ puede expresarse como:

$$\mathbb{T} = U \Lambda V^t \quad (12)$$

donde:

U de dimensiones $[m \times n]$ y **V** de $[n \times n]$ son matrices ortogonales (su matriz inversa coincide con su transpuesta).

Λ de dimensiones $[m \times n]$ es diagonal. Sus elementos son denominados valores singulares (SV) y se encuentran ordenados decrecientemente. El número de valores singulares, siempre positivos, coincide con el rango de \mathbb{T} . Si $r < n$ entonces aparecen $n - r$ ceros en los últimos lugares de la diagonal (en este caso conviene utilizar la pseudoinversa reducida en la que eliminamos $n - r$ filas y columnas).

Es posible reescribir el problema directo aplicando la descomposición en valores singulares como $U\Lambda V^T w = p^2$; operando se plantea el problema inverso a resolver:

$$w^\delta = V(\Lambda^t \Lambda)^{-1} \Lambda^t U^T p_\delta^2 \quad (13)$$

Si se realiza el análisis de sensibilidad:

$$\begin{aligned} \frac{\|\Delta w\|}{\|w\|} &= \frac{\|w - w^\dagger\|}{\|w\|} = \frac{\|\mathbb{T}^{-1} \Delta p^2\|}{\|w\|} \\ &\leq \frac{\|\mathbb{T}\| \|\mathbb{T}^{-1}\| \|\delta\|}{\|p^2\|} = \kappa(\mathbb{T}) \frac{\delta}{\|p^2\|} \end{aligned} \quad (14)$$

donde el número de condición $\kappa(\mathbb{T}) = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_n}\right)$ con λ_1 el mayor SV y λ_n el menor SV de \mathbb{T} .

$$\frac{\|w - w^\dagger\|}{\|w\|} \leq \kappa(\mathbb{T}) \frac{\|\delta\|}{\|p^2\|} \quad (15)$$

Por tanto, realizando una estimación realista, y teniendo en cuenta que es posible disponer de niveles de ruido δ muy oscilantes, no es posible asegurar que pequeños en los datos se traduzcan en pequeños errores en las incógnitas. De hecho hay tipos de errores para los que la cota superior se alcanza.

El mal condicionamiento de \mathbb{T} en los problemas obliga a tener que adoptar técnicas de regularización.

TÉCNICA DE REGULARIZACIÓN: TSVD

Las técnicas más extendidas de regularización son la de Tikhonov y la descomposición truncada de valores singulares (TSVD). La aplicación de cualquier técnica requiere seleccionar un parámetro de regularización.

En el caso de TSVD una forma de realizar el truncamiento es escoger un cierto $\mu < 1$ con el que multiplicándolo al mayor valor singular de \mathbb{T} (λ_1) se obtiene un valor de corte mediante el cual se determina que los valores singulares menores a $\mu \cdot \lambda_1$ no sean considerados, se impone:

$$0 = \begin{cases} \lambda_{\alpha+1} \cdots \lambda_n \\ \frac{1}{\lambda_{\alpha+1}} \cdots \frac{1}{\lambda_n} \end{cases} \quad (16)$$

donde λ_α corresponde al último valor singular no truncado.

$$\kappa(\mathbb{T}_\alpha) = \frac{\lambda_1}{\lambda_\alpha} \quad (17)$$

Se debe tener en cuenta que si se incluyen pocos valores singulares, los parámetros del sistema a resolver son fuertemente afectados. Por otro lado, si los valores singulares son muy pequeños, la solución en w^δ será inestable. La selección del parámetro de regularización hace que se realice un sacrificio de la convergencia por la mejora en la estabilidad de la solución.

IMPLEMENTACIÓN EN PYTHONXY

Se implementa en Pythonxy² el código necesario para realizar las siguientes tareas:

- Leer los archivos exportados de CadnaA una vez realizado el cálculo mediante los comandos *ImmSpek* y *Teilpegel1S*.
- Organizar los datos de forma desacoplada y realizar el cambio de variable teniendo en cuenta la perturbación $L_{w_{ref}}$.
- Realizar la descomposición de Moore-Penrose.
- Seleccionar el parámetro de truncamiento.
- Mostrar gráficamente los valores singulares (un gráfico para cada banda de frecuencia) indicando dónde se ha producido el truncamiento.
- Resolver y mostrar los datos de la solución en w para cada banda de frecuencia.
- Deshacer el cambio de variable (5) para los vectores solución de cada banda de frecuencia.
- Generar archivos de texto, uno para cada banda de frecuencia, con la solución L_w .
- Existen procedimientos para escribir a archivo de texto las soluciones L_w para distintos truncamientos y la comparación de las soluciones finales L_p obtenidas tras resolver el problema directo. Igualmente es posible incluir los datos experimentales utilizados.

CONCLUSIONES

La técnica de regularización TSVD es útil para aumentar la precisión en la reconstrucción de los espectros de potencia sonora de las fuentes. Pero sólo es aplicable si la selección de los puntos de recepción es adecuada y los datos extraídos son representativos, como debe serlo también el modelo construido en el software de predicción acústica.

Es importante realizar adecuadamente la selección del parámetro de regularización. Una posibilidad de selección de este parámetro es posible a partir del principio de discrepancia de Morozov pero para su aplicación se requiere un mayor estudio del nivel de ruido δ de los parámetros de entrada. En esta línea continúa el trabajo para determinar los diferentes niveles de ruido δ de cada una de las observaciones incorporándolo como información en la resolución del problema.

El ruido aleatorio producido por fuentes no incluidas en el modelo puede llevar a la obtención de resultados incoherentes. Es por tanto importante seleccionar puntos en los que la influencia de este ruido de fondo sea dominante para caracterizarlo adecuadamente e incluirlo en el modelo.

Mediante un análisis previo de los resultados del modelo de una planta industrial es posible seleccionar las posiciones más adecuadas para la instalación de micrófonos de intemperie para su monitorización. Con la información extraída de estos receptores es posible generar mapas de ruido industriales dinámicos a partir de la determinación de la potencia acústica de las fuentes mediante la aplicación de éste método una vez caracterizada la planta industrial. Para este fin, sería necesario automatizar completamente, mediante programación, la importación de ficheros, el lanzamiento del cálculo y la exportación de resultados.

Posiblemente, nuevos métodos de cálculo para la predicción de ruido de tráfico, parámetro normal en los modelos, y la situación de fuentes exteriores "aleatorias" una vez caracterizada la planta industrial objeto de estudio, ayuden a determinar mejor el ruido de fondo permitiendo generar mapas de ruido en tiempo real más precisos.

² Pythonxy es utilizado para el desarrollo de software libre científico, computación numérica, análisis y visualización de datos. Se encuentra basado en lenguaje de programación Python, bajo GNU Public License.

REFERENCIAS

- [1] DataKustik GmbH, CadnaA-Software for Environmental Noise: <http://www.datakustik.com/>
- [2] ISO 9613-2:1996, Acoustics - Attenuation of sound during propagation outdoors \Part 2: General method of calculation, Ed.:ISO Geneva/Switzerland.
- [3] NMPB-Routes-96 Prediction of Road Traffic Noise, CERTU, 1997.
- [4] Método de Cálculo de ruido de ferrocarriles SRM II (1996-2002).
- [5] Imagine project: <http://www.imagine-project.org/>
- [7] Guasch O., Magrans F.X.,Rodriguez P.V.; 2002. *An inversion modellig method to obtain the acoustic power of the noise sources in a large factory.* Applied Acoustics **63**, 401-417.
- [8] Santamaria, J.C. & Fratta, D.,*Discrete Signals and Inverse Problems*, John Wiley & Sons, England, 2005.
- [9] P.A. Nelson, S. H. Yoon; 1998. *Estimation of acoustic source strength by inverse methods: Part I, conditioning of the inverse problem.* Journal of Sound and Vibration **233 (4)**, 643-668.
- [10] Vogel, Curtis R.; *Computational Methods for Inverse Problems*, SIAM, Philadelphia, 2002.
- [11] R. Celorrio, A. Mendioroz, E. Apiñaniz, A. Salazar. *Reconstrucción del perfil interno de conductividad térmica mediante medidas superficiales de temperatura.* XI Congreso de Matemática Aplicada, Ciudad Real, 2009.
- [12] Pythonxy: <http://www.pythonxy.com/>