

CARACTERIZACIÓN ACÚSTICA DE SILENCIADORES DE ESCAPE HÍBRIDOS MEDIANTE TÉCNICAS MODALES MULTIDIMENSIONALES

M. J. Martínez, F. D. Denia, J. Albelda, F. J. Fuenmayor

Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales, Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera
s/n, 46022 Valencia, España

{mamarbor@doctor.upv.es, fradegu1@mcm.upv.es, jalbelda@mcm.upv.es, ffuenmay@mcm.upv.es}

Resumen

En este trabajo se presenta un modelo analítico bidimensional axisimétrico para el estudio del comportamiento acústico de un silenciador de escape híbrido novedoso. Dicho silenciador permite mejorar la atenuación en un rango amplio de frecuencia respecto a otras geometrías analizadas en la bibliografía. La configuración híbrida incluye un resonador de tipo “folded” dotado de una extensión de longitud (atenuación a baja frecuencia), una cámara central disipativa (alta frecuencia), y un resonador lateral (frecuencias medias). El modelo analítico se basa en la técnica de ajuste modal, que utiliza los modos transversales de los diferentes conductos en combinación con un procedimiento de integración ponderada en las discontinuidades geométricas. El cálculo de modos transversales en la región disipativa considera las propiedades acústicas del material absorbente y del conducto perforado, de modo que se obtiene una ecuación característica no lineal cuya resolución se ha implementado con éxito. El comportamiento acústico global del silenciador se cuantifica en base al índice de pérdidas de transmisión, y se valida convenientemente por comparación con resultados obtenidos mediante el método de elementos finitos. Finalmente se estudia en detalle la atenuación en función de la estructura geométrica interna del silenciador, las propiedades del material absorbente y del conducto perforado.

Palabras clave: silenciador híbrido, resonador “folded”, material absorbente.

Abstract

A two-dimensional axisymmetric analytical approach is presented to investigate the acoustic behaviour of a new hybrid muffler. This muffler improves the sound attenuation performance in a wide range of frequencies compared with other geometries examined in the bibliography. This hybrid configuration consists of a “folded” resonator (which includes an extended tube for low frequency attenuation), a central dissipative chamber (high frequency attenuation) and a short lateral chamber (mid frequency attenuation). The analytical approach is based on the mode matching technique that combines the transversal modes of the ducts with a weighted integration procedure across each geometrical discontinuity. The transversal modes of the dissipative chamber are computed taking into account the acoustical properties of the absorbent material and the perforated surface, leading to a nonlinear eigenequation for which a solution procedure is implemented successfully. The acoustic behaviour of the muffler is then calculated by means of its transmission loss. In addition, finite element results are utilized for validation. Finally the sound attenuation is examined in detail considering the internal geometry of the muffler, the properties of the sound absorbent material and the porosity of the perforated pipe.

Keywords: hybrid silencer, “folded” resonator, absorbent material.

1 Introducción

Las principales funciones de un sistema de admisión y de escape son proporcionar una corriente de aire al motor, permitir la salida de los gases de combustión a la atmósfera y reducir los ruidos de admisión y escape. Un diseño efectivo de estos sistemas requiere la búsqueda de un equilibrio entre la minimización de la emisión de ruido y la maximización de la potencia del motor y la eficiencia energética [1]. Para tal fin los silenciadores son ampliamente utilizados pudiéndose dividir en dos grandes grupos [2], [3]: reactivos y disipativos. En los silenciadores reactivos parte de la energía incidente retorna a la fuente debido a fenómenos de reflexión producidos en cambios de sección. En ciertas zonas geométricas el fluido puede entrar en resonancia, absorbiendo gran parte de la energía, impidiendo su propagación y logrando una efectiva atenuación acústica a frecuencias propias. Los silenciadores disipativos se caracterizan por utilizar materiales absorbentes de gran superficie específica junto con placas y superficies perforadas. Los materiales absorbentes absorben la energía acústica de manera efectiva a altas frecuencias transformándola en energía térmica [4], [5].

La existencia de conductos extendidos de entrada (o salida) en un resonador proporciona una mejora de la atenuación acústica, caracterizada por la combinación de cúpulas de atenuación y picos de resonancia, por debajo de la frecuencia de corte del primer modo de alto orden [6], [7]. Mediante una cuidadosa selección de las longitudes de los conductos extendidos puede lograrse una excelente atenuación acústica [8], [9]. Otra variante consiste en la colocación de conductos extendidos concéntricos superpuestos en un resonador resultando en un incremento de la atenuación acústica a baja frecuencia [10], [11], que a su vez se traduce en un considerable ahorro de espacio. Cummings estudió la atenuación acústica de este tipo de silenciadores considerando dos modos. Otra clase de resonador se basa en una cámara de expansión de corta longitud [12], [13], donde el campo acústico es dominado por ondas transversales, produciéndose un pico de atenuación cuya frecuencia de aparición dependerá de la longitud y de sus dimensiones transversales. En cuanto a los silenciadores disipativos perforados se refiere, exhiben un buen comportamiento acústico en un amplio rango de frecuencias. La atenuación acústica es mayor para densidades de fibra absorbente más altas y tiende a aumentar a medida que se incrementa la frecuencia. En las referencias [14]-[18] se estudia la influencia del material absorbente en el comportamiento acústico de este tipo de geometrías. En las referencias [19]-[21] se analiza el efecto que ejercen las superficies perforadas en el comportamiento acústico de silenciadores reactivos y disipativos. Otro tipo de silenciadores, híbridos, combinan las características geométricas y de atenuación acústica de los resonadores y silenciadores disipativos, proporcionando efectos reactivos a bajas y medias frecuencias y efectos disipativos a altas frecuencias. En los trabajos [6], [7] se analiza la influencia de los conductos extendidos y de la cámara disipativa en el comportamiento acústico de silenciadores híbridos por medio de técnicas analíticas. También, a través de técnicas analíticas Denia *et al.* [13] estudian el efecto que ejercen las cámaras laterales de corta longitud en el comportamiento acústico de silenciadores híbridos. En [11] se analiza la influencia de los conductos concéntricos extendidos superpuestos, de la cámara lateral de salida y cámara disipativa en el comportamiento acústico de este tipo de silenciadores. En estas configuraciones la atenuación acústica es una combinación de las resonancias transversales de la cámara lateral de salida, la contribución de la cámara con conductos extendidos concéntricos y la disipación producida por el material absorbente.

En este trabajo se estudia una variante de la configuración híbrida presentada por Denia *et al.* [11] y se pretende analizar el efecto que ejerce en la atenuación acústica la cámara anular externa, los conductos extendidos concéntricos superpuestos, la cámara disipativa y la cámara lateral de salida. El análisis se lleva a cabo por medio de un método analítico modal axisimétrico, validado con el método de Elementos Finitos. Se examina y compara el comportamiento acústico de silenciadores en función de las características geométricas, de la resistividad del material absorbente y de la porosidad del conducto perforado.

2 Planteamiento matemático

La Figura 1 muestra un silenciador híbrido que se compone de un resonador lateral que contiene los conductos extendidos concéntricos superpuestos, una cámara central disipativa y una cámara lateral de salida. Se divide en diez regiones siendo *A, B, C, D* y *E* para la entrada del silenciador y el anillo exterior, *F, H*, para las placas separadoras, *G* para la cámara disipativa y *I, J* para la cámara lateral y conducto de salida.

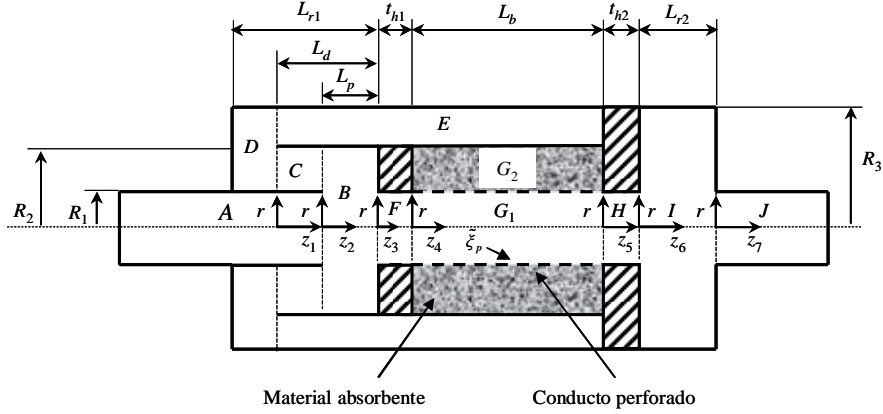


Figura 1 – Silenciador híbrido.

La longitud total del silenciador L_T se constituye por la longitud del resonador de entrada, L_{r1} , la longitud de la cámara central disipativa, L_b y la longitud de la cámara lateral de salida, L_{r2} . El resonador y la cámara lateral de salida están separados de la cámara central por medio de dos placas de espesores t_{h1} y t_{h2} . En la cámara disipativa, la superficie perforada del conducto central tiene una impedancia acústica adimensional $\tilde{\zeta}_p$ [15] y se asume que el material absorbente es homogéneo e isótropo caracterizado por medio de la velocidad y densidad acústica complejas, \tilde{c} y $\tilde{\rho}$, respectivamente [22].

2.1. Propagación de ondas en conductos circulares

La solución de la ecuación de ondas en el conducto de entrada *A* (y en las regiones circulares *B, F, H, I* y *J*) es [6], [7], [12]

$$P_A(r, z_2) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_n^+ e^{-jk_{z,A,n}z_2} + A_n^- e^{jk_{z,A,n}z_2} \right) \psi_{A,n}(r) \quad (1)$$

donde $j = \sqrt{-1}$ es la unidad imaginaria, n es el número de modo, (r, z_2) representa las coordenadas cilíndricas, A_n^+ y A_n^- son los coeficientes de amplitud de onda, $\psi_{A,n}(r)$ es el modo de presión transversal definido por $J_0(k_{r,A,n})$, la función de Bessel de orden cero y primera especie y $k_{r,A,n}$ el número de onda radial. Estos dos últimos se obtienen a partir de la condición transversal adecuada, que en el caso de conductos rígidos implica velocidad transversal nula en el contorno exterior de las regiones [2]. El número de onda axial $k_{z,A,n}$ del modo n está dado por la expresión

$$k_{z,A,n}^2 = k_0^2 - k_{r,A,n}^2 \quad (2)$$

en la que $k_0 = \omega/c_0$ es el número de onda del aire, ω es la frecuencia angular y c_0 es la velocidad de propagación del sonido en el aire. La velocidad acústica en la dirección axial z está dada por la ecuación (1) y la expresión linealizada de la ecuación de momento [23]

$$U_A(r, z_2) = (1/\rho_0\omega) \sum_{n=0}^{\infty} k_{z,A,n} \left(A_n^+ e^{-jk_{z,A,n}z_2} - A_n^- e^{jk_{z,A,n}z_2} \right) \Psi_{A,n}(r) \quad (3)$$

2.2. Propagación de ondas en anillos circulares

Para el conducto anular C , la solución de la ecuación de ondas se define mediante la expresión [7]:

$$P_C(r, z_2) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(C_n^+ e^{-jk_{z,C,n}z_2} + C_n^- e^{jk_{z,C,n}z_2} \right) \Psi_{C,n}(r) \quad (4)$$

en la que C_n^+ y C_n^- son los coeficientes de amplitud de onda. El modo de presión transversal es definido por

$$\Psi_{C,n}(r) = J_0(k_{r,C,n}r) - \frac{J_1(k_{r,C,n}R_2)}{Y_1(k_{r,C,n}R_2)} Y_0(k_{r,C,n}r) \quad (5)$$

donde J_1 es la función de Bessel de primer orden y primera especie, Y_0 y Y_1 las funciones de Bessel de órdenes cero y uno, respectivamente, y segunda especie. $k_{r,C,n}$ indica el número de onda radial que satisface la condición de contorno rígido en los anillos interno y externo. De la expresión $k_{z,C,n}^2 = k_0^2 - k_{r,C,n}^2$ se obtiene el número de onda axial en esta región. El cálculo de la velocidad acústica se realiza por medio de la expresión (3) descrita anteriormente. Se procede de similar manera para las regiones D y E realizando las sustituciones de R_1 y R_2 por R_1 y R_3 en el conducto D y R_2 y R_3 en el conducto E , respectivamente.

2.3. Propagación de ondas en la cámara disipativa

En la cámara disipativa G la presión acústica se escribe como [6], [7], [17]

$$P_G(r, z_4) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(G_n^+ e^{-jk_{z,G,n}z_4} + G_n^- e^{jk_{z,G,n}z_4} \right) \Psi_{G,n,P}(r) \quad (6)$$

donde

$$\Psi_{G,n,P}(r) = \begin{cases} \Psi_{G_1,n,P}(r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ \Psi_{G_2,n,P}(r) & R_1 \leq r \leq R_2 \end{cases} \quad (7)$$

La velocidad axial es definida como

$$U_G(r, z_4) = (1/\rho_0\omega) \sum_{n=0}^{\infty} k_{z,G,n} \left(G_n^+ e^{-jk_{z,G,n}z_4} - G_n^- e^{jk_{z,G,n}z_4} \right) \Psi_{G,n,U}(r) \quad (8)$$

donde

$$\Psi_{G,n,U}(r) = (\rho_0/\tilde{\rho}) \Psi_{G,n,P}(r) \quad (9)$$

para $R_1 \leq r \leq R_2$. El número de onda axial del conducto central y la cámara con material absorbente $k_{z,G,n}$ que relaciona el número de onda del aire $k_{r,G,n}$ y del material absorbente $\tilde{k}_{r,G,n}$ se obtiene por las expresiones

$$k_{z,G,n}^2 = k_0^2 - k_{r,G,n}^2 \quad k_{z,G,n}^2 = \tilde{k}^2 - \tilde{k}_{r,G,n}^2 \quad (10, 11)$$

Mediante el planteamiento de condiciones de contorno oportunas y siguiendo el procedimiento descrito en las referencias [6], [7], [18] se obtiene la ecuación característica cuya resolución, a través de procedimientos iterativos [7], proporciona el número de onda axial $k_{z,G,n}$

$$\frac{\rho_0 \tilde{k}_{r,G,n}}{\tilde{\rho} k_{r,G,n}} \left(\frac{J_0(k_{r,G,n} R_1)}{J_1(k_{r,G,n} R_1)} + \frac{j \tilde{\xi}_p k_{r,G,n}}{k_0} \right) = \frac{J_0(\tilde{k}_{r,G,n} R_1) Y_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_2) - Y_0(\tilde{k}_{r,G,n} R_1) J_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_2)}{J_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_1) Y_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_2) - Y_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_1) J_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_2)} \quad (12)$$

Una vez calculado el número de onda axial $k_{z,G,n}$ el modo de presión transversal en la región G queda definido por

$$\Psi_{G,n,P}(r) = \begin{cases} J_0(k_{r,G,n} r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ F \cdot \left(J_0(\tilde{k}_{r,G,n} r) - \frac{J_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_2)}{Y_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_2)} Y_0(\tilde{k}_{r,G,n} r) \right) & R_1 \leq r \leq R_2 \end{cases} \quad (13)$$

en la que F es

$$F = \left(J_0(k_{r,G,n} R_1) + \frac{j \tilde{\xi}_p k_{r,G,n}}{k_0} J_1(k_{r,G,n} R_1) \right) \frac{Y_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_2)}{J_0(\tilde{k}_{r,G,n} R_1) Y_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_2) - Y_0(\tilde{k}_{r,G,n} R_1) J_1(\tilde{k}_{r,G,n} R_2)} \quad (14)$$

2.4. Aplicación de la técnica de Ajuste modal

Por medio de la técnica de ajuste modal se pretende calcular los coeficientes de amplitud acústica desconocidos $A_n^\pm, B_n^\pm, C_n^\pm, D_n^\pm, E_n^\pm, F_n^\pm, G_n^\pm, H_n^\pm, I_n^\pm$ y J_n^\pm . El sistema de ecuaciones generado, de dimensión inicial infinita, es obtenido por un procedimiento de integración ponderada. De esta forma, los modos de presión transversal son empleados como funciones de ponderación. Para las condiciones de presión acústica se han utilizado los modos de las secciones de menor dimensión transversal y para las condiciones de velocidad axial, los modos de la sección transversal mayor. Aplicando las condiciones del campo acústico, se tiene, para la cámara de entrada:

Superficie A- B:

$$P_A|_{z_2=0} = P_B|_{z_2=0} \quad 0 \leq r \leq R_1 \quad U_A|_{z_2=0} = U_B|_{z_2=0} \quad 0 \leq r \leq R_1 \quad (15, 16)$$

Superficie B- C:

$$P_B|_{z_2=0} = P_C|_{z_2=0} \quad R_1 \leq r \leq R_2 \quad U_B|_{z_2=0} = U_C|_{z_2=0} \quad R_1 \leq r \leq R_2 \quad (17, 18)$$

Superficie C- D:

$$P_C|_{z_2=-(L_d-L_p)} = P_D|_{z_1=0} \quad R_1 \leq r \leq R_2 \quad U_C|_{z_2=-(L_d-L_p)} = U_D|_{z_1=0} \quad R_1 \leq r \leq R_2 \quad (19, 20)$$

Superficie D- E:

$$P_D|_{z_1=0} = P_E|_{z_1=0} \quad R_2 \leq r \leq R_3 \quad U_D|_{z_1=0} = U_E|_{z_1=0} \quad R_2 \leq r \leq R_3 \quad (21, 22)$$

Las condiciones de contorno de velocidad nula en los extremos implica:

$$U_D|_{z_1=-(L_{r1}-L_d)} = 0 \quad R_1 \leq r \leq R_3 \quad U_E|_{z_1=(L_d+h_1+L_b)} = 0 \quad R_2 \leq r \leq R_3 \quad (23, 24)$$

Para la parte central, cámara disipativa, se tiene:

Superficie *B- F*:

$$P_B|_{z_2=L_p} = P_F|_{z_3=0} \quad 0 \leq r \leq R_1 \quad U_B|_{z_2=L_p} = \begin{cases} U_F|_{z_3=0} & 0 \leq r \leq R_1 \\ 0 & R_1 \leq r \leq R_2 \end{cases} \quad (25, 26)$$

Superficie *F- G*:

$$P_F|_{z_3=t_{h1}} = P_G|_{z_4=0} \quad 0 \leq r \leq R_1 \quad U_G|_{z_4=0} = \begin{cases} U_F|_{z_3=t_{h1}} & 0 \leq r \leq R_1 \\ 0 & R_1 \leq r \leq R_2 \end{cases} \quad (27, 28)$$

Superficie *G- H*:

$$P_G|_{z_4=L_b} = P_H|_{z_5=0} \quad 0 \leq r \leq R_1 \quad U_G|_{z_4=L_b} = \begin{cases} U_H|_{z_5=0} & 0 \leq r \leq R_1 \\ 0 & R_1 \leq r \leq R_2 \end{cases} \quad (29, 30)$$

Para la cámara de salida:

Superficie *H- I*:

$$P_H|_{z_5=t_{h2}} = P_I|_{z_6=0} \quad 0 \leq r \leq R_1 \quad U_I|_{z_6=0} = \begin{cases} U_H|_{z_5=t_{h2}} & 0 \leq r \leq R_1 \\ 0 & R_1 \leq r \leq R_3 \end{cases} \quad (31, 32)$$

Superficie *I- J*:

$$P_I|_{z_6=L_{r2}} = P_J|_{z_7=0} \quad 0 \leq r \leq R_1 \quad U_I|_{z_6=L_{r2}} = \begin{cases} U_J|_{z_7=0} & 0 \leq r \leq R_1 \\ 0 & R_1 \leq r \leq R_3 \end{cases} \quad (33, 34)$$

Para los lados izquierdo y derecho del resonador con conductos extendidos concéntricos superpuestos, la ortogonalidad de los modos transversales proporciona, respectivamente [8],

$$D_n^+ = D_n^- e^{-2jk_{z,D,n}(L_{r1}-L_d)} \quad E_n^- = E_n^+ e^{-2jk_{z,E,n}(L_d+t_{h1}+L_b)} \quad (35, 36)$$

Multiplicando las ecuaciones (15)-(34) por los correspondientes modos transversales e integrando sobre la sección transversal asociada, se tiene:

Superficie *A- B*:

$$\left\langle P_A|_{z_2=0} \Psi_{A,s}(r) = P_B|_{z_2=0} \Psi_{A,s}(r) \right\rangle_{0,R_1}$$

Superficie *B- C*:

$$\left\langle P_B|_{z_2=0} \Psi_{C,s}(r) = P_C|_{z_2=0} \Psi_{C,s}(r) \right\rangle_{R_1,R_2} \quad (37, 38)$$

Superficie *C- D*:

$$\left\langle P_C|_{z_2=-(L_d-L_p)} \Psi_{C,s}(r) = P_D|_{z_1=0} \Psi_{C,s}(r) \right\rangle_{R_1,R_2}$$

Superficie *D- E*:

$$\left\langle P_D|_{z_1=0} \Psi_{E,s}(r) = P_E|_{z_1=0} \Psi_{E,s}(r) \right\rangle_{R_2,R_3} \quad (39, 40)$$

Superficie *B- F*:

$$\left\langle P_B|_{z_2=L_p} \Psi_{F,s}(r) = P_F|_{z_3=0} \Psi_{F,s}(r) \right\rangle_{0,R_1}$$

Superficie *F- G*:

$$\left\langle P_F|_{z_3=t_{h1}} \Psi_{F,s}(r) = P_G|_{z_4=0} \Psi_{F,s}(r) \right\rangle_{0,R_1} \quad (41, 42)$$

Superficie *G- H*:

$$\left\langle P_G|_{z_4=L_b} \Psi_{H,s}(r) = P_H|_{z_5=0} \Psi_{H,s}(r) \right\rangle_{0,R_1}$$

Superficie *H- I*:

$$\left\langle P_H|_{z_5=t_{h2}} \Psi_{H,s}(r) = P_I|_{z_6=0} \Psi_{H,s}(r) \right\rangle_{0,R_1} \quad (43, 44)$$

Superficie *I- J*:

$$\left\langle P_I|_{z_6=L_{r2}} \Psi_{J,s}(r) \right\rangle_{0,R_1} = \left\langle P_J|_{z_7=0} \Psi_{J,s}(r) \right\rangle_{0,R_1} \quad (45)$$

donde $s = 0, 1, \dots, \infty$ y $\langle \rangle_{a,b}$ representa una integral de superficie y a, b son los límites de integración.

Para el campo de velocidades acústicas se tiene:

Superficie A- B- C:

$$\langle U_A |_{z_2=0} \Psi_{B,s}(r) \rangle_{0,R_1} + \langle U_C |_{z_2=0} \Psi_{B,s}(r) \rangle_{R_1,R_2} = \langle U_B |_{z_2=0} \Psi_{B,s}(r) \rangle_{0,R_2} \quad (46)$$

Superficie C- D- E:

$$\langle U_C |_{z_2=-(L_d-L_p)} \Psi_{D,s}(r) \rangle_{R_1,R_2} + \langle U_E |_{z_1=0} \Psi_{D,s}(r) \rangle_{R_2,R_3} = \langle U_D |_{z_1=0} \Psi_{D,s}(r) \rangle_{R_1,R_3} \quad (47)$$

Superficie B- F:

Superficie F- G:

$$\langle U_B |_{z_2=L_p} \Psi_{B,s}(r) \rangle_{0,R_2} = \langle U_F |_{z_3=0} \Psi_{B,s}(r) \rangle_{0,R_1} \quad \langle U_F |_{z_3=t_{h1}} \Psi_{G,s,P}(r) \rangle_{0,R_1} = \langle U_G |_{z_4=0} \Psi_{G,s,P}(r) \rangle_{0,R_2} \quad (48, 49)$$

Superficie G- H:

Superficie H- I:

$$\langle U_G |_{z_4=L_b} \Psi_{G,s,P}(r) \rangle_{0,R_2} = \langle U_H |_{z_5=0} \Psi_{G,s,P}(r) \rangle_{0,R_1} \quad \langle U_H |_{z_5=t_{h2}} \Psi_{I,s}(r) \rangle_{0,R_1} = \langle U_I |_{z_6=0} \Psi_{I,s}(r) \rangle_{0,R_3} \quad (50, 51)$$

Superficie I- J:

$$\langle U_I |_{z_6=L_{r2}} \Psi_{I,s}(r) \rangle_{0,R_3} = \langle U_J |_{z_7=0} \Psi_{I,s}(r) \rangle_{0,R_1} \quad (52)$$

En las ecuaciones (49) y (50) el modo $\Psi_{G,s,P}(r)$ se utiliza como función de ponderación. La diferencia entre $\Psi_{G,s,P}(r)$ y $\Psi_{G,n,U}(r)$ es el término $\rho_0 / \tilde{\rho}$ [6]. El sistema de ecuaciones generado debe truncarse a $s = 0, 1, \dots, N$ y las integrales de las expresiones (35)-(52) evaluarse analíticamente por medio de la expresión [24]

$$\int_0^{r_0} B_0(\lambda r) C_0(\mu r) r dr = \begin{cases} \frac{r_0}{\lambda^2 - \mu^2} (\lambda B_1(\lambda r) C_0(\mu r) - \mu B_0(\lambda r) C_1(\mu r)) & \lambda \neq \mu \\ \frac{r_0^2}{2} (B_0(\lambda r) C_0(\lambda r) + B_1(\lambda r) C_1(\lambda r)) & \lambda = \mu \end{cases} \quad (53)$$

donde B_0, C_0 y B_1, C_1 representan funciones de Bessel de cualquier especie, de órdenes cero y uno, respectivamente. Para estimar el comportamiento acústico del silenciador se calcula el TL asumiendo que la onda incidente es plana $A_0^+ = 1, A_n^+ = 0, n > 0$ y salida anecoica $J_n^- = 0, n = 0, 1, 2, \dots, N$. El sistema de ecuaciones conformado por las expresiones (35)-(52) proporciona un conjunto de $16(N+1)$ ecuaciones con $16(N+1)$ incógnitas ($A_n^-, B_n^\pm, C_n^\pm, D_n^-, E_n^+, F_n^\pm, G_n^\pm, H_n^\pm, I_n^\pm$ y J_n^-). Una vez obtenidos estos valores, el TL se calcula por medio de la expresión

$$TL = -20 \log_{10} |J_0^+| \quad (54)$$

3 Resultados y discusión

3.1. Validación

La configuración geométrica de referencia, definida para la validación de este método, se denota como geometría 1 siendo sus valores asociados $R_1 = 0.0268$ m, $R_2 = 0.054$ m, $R_3 = 0.091875$ m, $L_{r1} = 0.148$ m, $L_d = 0.111$ m, $L_p = 0.048$ m, $t_{h1} = 0.005$ m, $L_b = 0.248$ m, $t_{h2} = 0.005$ m y $L_{r2} = 0.05$ m. La porosidad de la superficie perforada σ es de 8 %, la resistividad del material absorbente (fibra de vidrio

texturizada de Owens Corning) de una muestra de densidad 100 kg/m^3 es $R = 4896 \text{ rayl/m}$ y está caracterizado acústicamente por el número de onda \tilde{k} y la impedancia característica \tilde{Z} cuyas expresiones son [7], [17]

$$\tilde{k} = k_0 \left[\left(1 + 0.16 (f\rho_0 / R)^{-0.577} \right) + j \left(-0.18897 (f\rho_0 / R)^{-0.595} \right) \right] \quad (55)$$

$$\tilde{Z} = Z_0 \left[\left(1 + 0.09534 (f\rho_0 / R)^{-0.754} \right) + j \left(-0.08504 (f\rho_0 / R)^{-0.732} \right) \right] \quad (56)$$

La Figura 2 muestra el TL correspondiente al silenciador de la geometría 1 calculado con el método analítico, con $N = 9$ modos, y contrastado con el método de Elementos Finitos, con elementos cuadriláteros cuadráticos de 0.004 m de tamaño. Los resultados proporcionados por el método analítico y de Elementos Finitos presentan una excelente concordancia. El primer pico de atenuación, a 140 Hz , está asociado al resonador tipo “folded” y el pico situado a 1240 Hz corresponde a la cámara de salida. El material absorbente mejora la atenuación a medias y altas frecuencias.

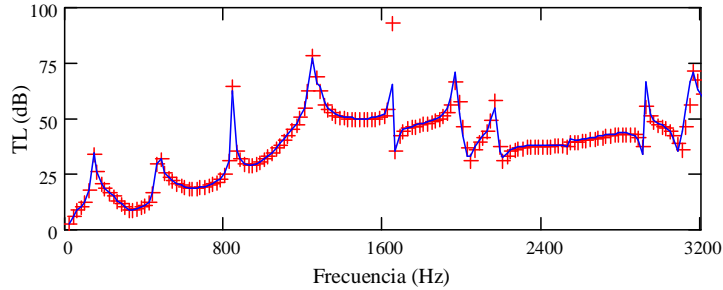


Figura 2 – TL de silenciador híbrido. Validación con MEF: +++++, MEF geometría 1; —, Ajuste modal geometría 1.

3.2. Efecto de la variación de la geometría interna

Inicialmente se estudia el efecto de la variación de las superficies anulares transversales del silenciador en su comportamiento acústico, como consecuencia de la modificación del radio R_2 . Se consideran los casos en que: 1) ninguna de las superficies anulares transversales son iguales, $S_1 \neq S_2 \neq S_3$, siendo S_1 la superficie de los conductos de entrada y salida, S_2 la superficie anular limitada por los radios R_1 y R_2 y S_3 la superficie anular circunscrita entre los radios R_2 y R_3 , 2) $S_2 = S_3$ y 3) $S_1 = S_2$. Para el caso 1) se utilizan los valores dimensionales de la geometría 1. En los casos 2) y 3) los valores de R_1 y R_3 se mantienen fijos y varía R_2 , que asume unas dimensiones de 0.0676 m y 0.0379 m , respectivamente. Un análisis que considere semejantes estas superficies implicaría modificar las medidas de R_1 y R_3 , situación que está fuera del alcance del presente trabajo.

En la Figura 3 se muestra el comportamiento acústico de los casos planteados. En el caso 3) se exhibe la aparición más temprana del primer pico de atenuación, a 100 Hz con un valor de 22.1 dB , y en el caso 2) el pico de mayor amplitud, 46.7 dB a 180 Hz . Ello indica que el aumento de R_2 retarda el surgimiento de este pico, pero en cambio, incrementa la atenuación. La influencia directa de la modificación de R_2 en la atenuación acústica se observa también hasta el límite de los 2000 Hz ya que a medida que R_2 crece mejora el comportamiento acústico del silenciador. Otro aspecto que se evalúa es la comparación del comportamiento acústico de este silenciador con el desarrollado por Denia *et al* [10], [11], basado en una modificación de una configuración híbrida analizada por Z. L. Ji [3].

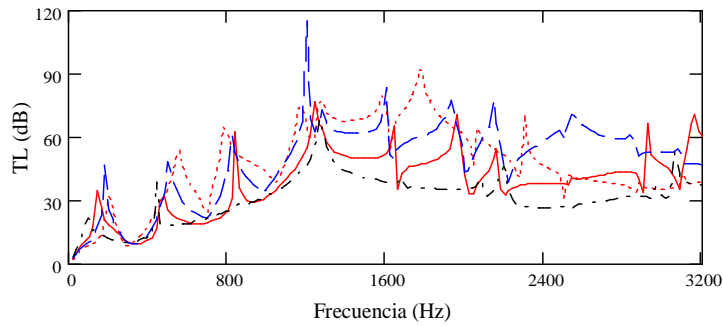


Figura 3 – TL de silenciador híbrido. Efecto de la variación de áreas transversales en la cámara de entrada. Geometría 1: —, $S_1 \neq S_2 \neq S_3$, $R_2 = 0.054$ m (caso 1); - - -, $S_1 \neq S_2 \neq S_3$, $R_2 = 0.08$ m (caso 1); —, $S_2 = S_3$, $R_2 = 0.0676$ m (caso 2); - - -, $S_1 = S_2$, $R_2 = 0.0379$ m (caso 3).

En la Figura 4 se aprecia que la configuración geométrica bajo estudio presenta una mejor atenuación acústica a baja frecuencia, apareciendo el primer pico a una frecuencia de 140 Hz y 34.1 dB de amplitud. En el resto del intervalo de frecuencias el silenciador analizado por Denia *et al* [10], [11] mejora la atenuación debido a la mayor cantidad de fibra absorbente presente en la cámara disipativa. Otra particularidad importante se refiere a la influencia de las cámaras laterales, de entrada y salida, en el comportamiento acústico del silenciador.

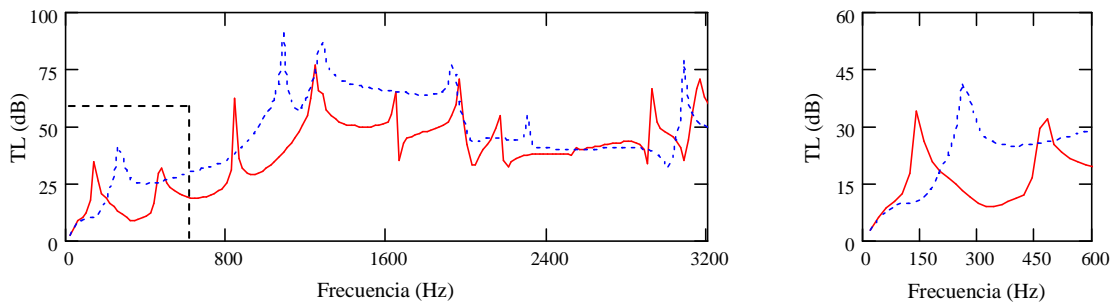


Figura 4 – Comparación de TL de silenciadores: —, geometría 1; - - -, Z.L. Ji modificado.

En la Figura 5 se advierte que la cámara de expansión en la salida proporciona un pico de resonancia a media frecuencia, valor que permanece invariable a medida que se modifican los parámetros de la cámara de entrada del silenciador. La cámara de entrada genera numerosos picos de atenuación.

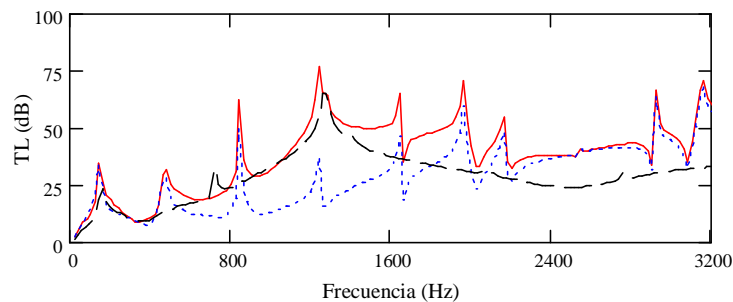


Figura 5 – TL de silenciador híbrido. Efecto de la influencia de las cámaras de entrada y salida en el comportamiento acústico: —, $L_{r1} = 0.148$ m y $L_{r2} = 0.05$ m; - - -, $L_{r1} = 0.148$ m y $L_{r2} = 0$ m; - - -, $L_{r1} = 0$ m y $L_{r2} = 0.05$ m.

Los efectos de la modificación de las variables L_d y L_p , permaneciendo sin cambios las restantes dimensiones, se exhiben en las Figuras 6 y 7, respectivamente. El incremento de L_d implica un

desplazamiento del primer pico a menores frecuencias. La modificación de la longitud L_p produce una variación de la frecuencia de aparición del primer pico de atenuación, el cual es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de $L_d - L_p$ [3], [10]. La reducción de los valores de L_p resulta en la disminución de la frecuencia de aparición de este pico.

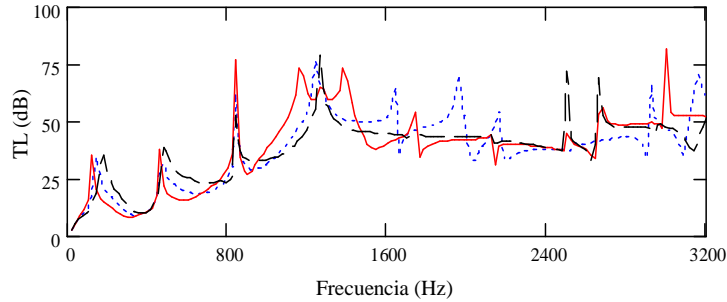


Figura 6 – TL de silenciador híbrido. Efecto de la variación de L_d en el comportamiento acústico:
 —, $L_d = 0.14$ m; - - - - , $L_d = 0.111$ m; ———, $L_d = 0.08$ m.

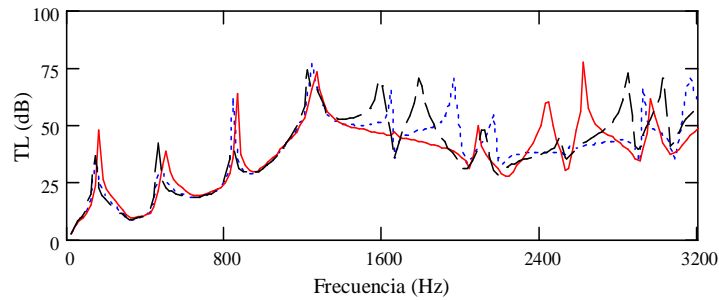


Figura 7 – TL de silenciador híbrido. Efecto de la variación de L_p en el comportamiento acústico:
 —, $L_p = 0.07$ m; - - - - , $L_p = 0.048$ m; ———, $L_p = 0.035$ m.

3.3. Efecto de la resistividad del material absorbente

La Figura 8 muestra el comportamiento acústico del silenciador (geometría 1), ante cambios de la resistividad del material absorbente.

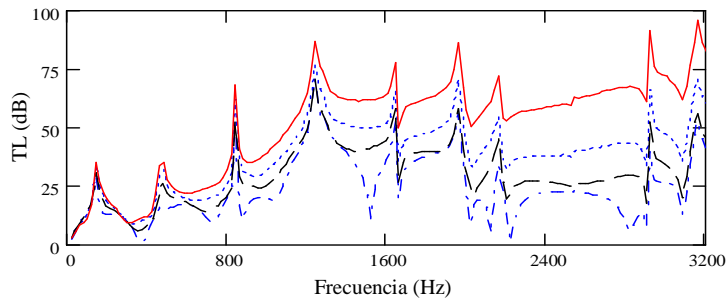


Figura 8 – TL de silenciador híbrido. Efecto de la variación de la resistividad en el comportamiento acústico:
 —, $R = 17378$ rayl/m; - - - - , $R = 4896$ rayl/m; ———, $R = 1000$ rayl/m;
 - · - · - , $R = 0$ rayl/m.

La atenuación acústica es mayor a medida que aumenta la resistividad del material absorbente, sobre todo en el rango de frecuencias medias y altas.

3.4. Efecto de la variación de la porosidad

El efecto de la variación de la porosidad de la superficie perforada en el comportamiento acústico se exhibe en la Figura 9. Los orificios tienen un diámetro d_h de 0.0035 m, la placa un espesor t_h de 0.0003 m y se consideran porosidades de $\sigma = 80\%$, 25%, 8% y 2%. El modelo para calcular ξ_p es el mostrado en la referencia [6].

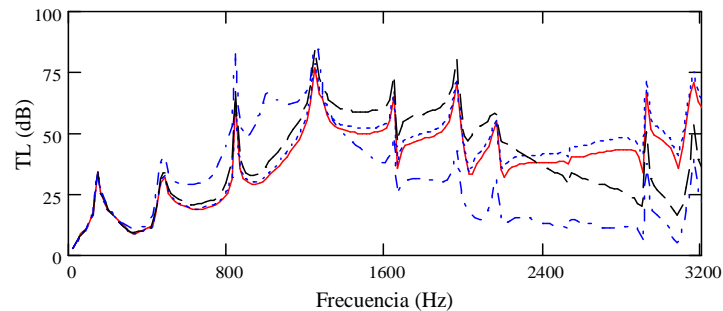


Figura 9 – TL de silenciador híbrido. Efecto de la variación de la porosidad en el comportamiento acústico: —, $\sigma = 80\%$; - - - - , $\sigma = 25\%$; —, $\sigma = 8\%$; - · - · , $\sigma = 2\%$.

En los resultados se aprecia que un silenciador con un conducto central perforado con porosidad σ del 2% proporciona una buena atenuación acústica a bajas y medias frecuencias, la cual empeora para el resto del intervalo. A medida que la porosidad aumenta, se observa el efecto contrario. A partir de $\sigma = 25\%$ no se perciben cambios significativos en el comportamiento acústico del silenciador.

4 Conclusiones

Se ha estudiado el comportamiento acústico de un silenciador híbrido con conductos extendidos concéntricos, cámara anular externa, cámara central disipativa y cámara lateral de salida por medio de la aplicación de una técnica analítica bidimensional axisimétrica basada en el método de ajuste modal. Los resultados han sido comparados con cálculos realizados mediante Elementos Finitos, mostrando una excelente concordancia. Se han analizado los efectos producidos en el comportamiento acústico del silenciador por las variaciones de las dimensiones internas, resistividad del material absorbente y porosidad del conducto central perforado.

Agradecimientos

Los autores agradecen la financiación del Ministerio de Educación y Ciencia a través del proyecto DPI 2007-62635 y de la Consellería d'Empresa, Universitat i Ciència de la Generalitat Valenciana (GV/2007/133).

Referencias

- [1] P. O. A. L., Davies. Piston engine intake and exhaust system design. *Journal of Sound and Vibration*, 190(4), 1966, pp. 677-712.
- [2] Denia, F. D. *Modelado del comportamiento acústico de silenciadores de escape mediante técnicas analíticas y el método de elementos finitos*, Tesis doctoral, Valencia, 2003.
- [3] Ji, Z. L. Boundary element analysis of a straight-through hybrid silencer. *Journal of Sound and Vibration*, 292(1), 2006, pp. 415-423.

- [4] Albelda, J.; Denia, F. D.; Torres, M. I.; Fuenmayor, F. J. A transversal substructuring mode matching method applied to the acoustic analysis of dissipative mufflers. *Journal of Sound and Vibration*, 303(3), 2007, pp. 614-631.
- [5] Kirby, R.; Denia, F. D. Analytic mode matching for a circular dissipative silencer containing mean flow and a perforated pipe. *Journal of the Acoustical Society of America*, 122(6), 2007, pp. 3471-3482.
- [6] Denia, F. D.; Selamet, A.; Fuenmayor, F. J.; Kirby, R. Acoustic attenuation performance of perforated dissipative mufflers with empty inlet/outlet extensions. *Journal of Sound and Vibration*, 302(4-5), 2007, pp. 1000-1017.
- [7] Selamet, A.; Xu, M. B.; Lee, I. J.; Hu, N. T. Analytical approach for sound attenuation in perforated dissipative silencers with inlet/outlet extensions. *Journal of the Acoustical Society of America*, 117(4), 2005, pp. 2078-2089.
- [8] Selamet, A.; Ji, Z. L. Acoustic attenuation performance of circular expansion chambers with extended inlet/outlet. *Journal of Sound and Vibration*, 223(2), 1999, pp. 197-212.
- [9] Selamet, A.; Denia, F. D.; Besa, A. J. Acoustic behavior of circular dual-chamber mufflers. *Journal of Sound and Vibration*, 265(5), 2003, pp. 967-985.
- [10] Denia, F. D.; Selamet, A.; Martínez, M. J.; Fuenmayor, F. J. Analytical modelling of hybrid mufflers: comparison of various geometries for improving the acoustic performance. *The 36th International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering*, Estambul, 28 a 31 de agosto de 2007.
- [11] Denia, F. D.; Selamet, A.; Martínez, M. J.; Fuenmayor, F. J. Sound attenuation of a circular multi-chamber hybrid silencer. *Noise Control Engineering Journal*, 56(5), 2008.
- [12] Selamet, A.; Radavich, P. M. The effect of length on the acoustic attenuation performance of concentric expansion chambers: an analytical, computational and experimental investigation. *Journal of Sound and Vibration*, 201(4), 1997, pp. 407-426.
- [13] Denia, F. D.; Selamet, A.; Martínez, M. J.; Torregrosa, A. J. Hybrid mufflers with short lateral chambers: analytical, numerical and experimental studies. *The Thirteenth International Congress on Sound and Vibration*, Viena, 2 a 6 de julio de 2006.
- [14] Kirby, R. Simplified techniques for predicting the transmission loss of a circular dissipative silencer. *Journal of Sound and Vibration*, 243(3), 2001, pp. 403-426.
- [15] Kirby, R.; Cummings, A. The impedance of perforated plates subjected to grazing gas flow and backed by porous media. *Journal of Sound and Vibration*, 217(4), 1998, pp. 619-636.
- [16] Kirby, R.; Cummings, A. Prediction of the bulk acoustic properties of fibrous materials at low frequencies. *Applied Acoustics*, 56(2), 1999, pp. 101-125.
- [17] Xu, M. B.; Selamet, A.; Lee, I. J.; Hu, N. T. Sound attenuation in dissipative expansion chambers. *Journal of Sound and Vibration*, 272(3-5), 2004, pp. 1125-1133.
- [18] Selamet, A.; Xu, M. B.; Lee, I. J.; Hu, N. T. Analytical approach for sound attenuation in perforated dissipative silencers. *Journal of the Acoustical Society of America*, 115(5), 2004, pp. 2091-2099.
- [19] Lee, S. H.; Ih, J. G. Empirical model of the acoustic impedance of a circular orifice in grazing mean flow. *Journal of the Acoustical Society of America*, 114(1), 2003, pp. 98-113.
- [20] Lee, I.; Selamet, A.; Hu, N. T. Impact of perforation impedance on the transmission loss of reactive and dissipative silencers. *Journal of the Acoustical Society of America*, 120(6), 2006, pp. 3706-3713.
- [21] Lee, S. H.; Ih, J. G. Effect of non-uniform perforation in the long concentric resonator on transmission loss and back pressure. *Journal of Sound and Vibration*, 311(1-2), 2008, pp. 280-296.
- [22] Delany, M. E.; Bazley, E. N. Acoustical properties of fibrous absorbent materials. *Applied Acoustics*, 3(2), 1970, pp. 105-116.
- [23] Munjal, M. L. *Acoustics of Ducts and Mufflers*, Wiley-Interscience, Nueva York, 1987.
- [24] Abramowitz, M.; Stegun, I. A. *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, Nueva York, 1972.