# ATENUAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS SONORAS ATRAVÉS DE UMA DISTRIBUIÇÃO PERIÓDICA DE CILINDROS: ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS E ENSAIO EXPERIMENTAL

António G. Cartaxo<sup>1</sup>, J. L. Bento Coelho<sup>2</sup>, Samir N.Y. Gerges<sup>3</sup>, Miguel M. Neves<sup>1,\*</sup>

 <sup>1</sup> IDMEC-IST - Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa – PORTUGAL (maneves@dem.ist.utl.pt)
 <sup>2</sup> CAPS, DEEC - Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa – PORTUGAL (bcoelho@ist.utl.pt)
 <sup>3</sup> Laboratório de Vibrações e Acústica, Universidade Federal de Santa Catarina – BRASIL (samir@emc.ufsc.br)

#### Resumo

A transmissão de ondas sonoras através de uma distribuição finita e periódica de cilindros é analisada neste artigo. O modelo numérico de elementos finitos bi ou tridimensional é utilizado para verificar os valores teóricos que se encontraram na literatura. São considerados dois modelos: 1) cilindros como inclusões rígidas, e 2) cilindros como inclusões elásticas. No caso dos cilindros elásticos, aplica-se uma metodologia de interacção fluido-estrutura. Para validar os resultados, um protótipo com 5 por 6 cilindros paralelos e igualmente espaçados foi construído e testado numa câmara anecóica. Os resultados experimentais confirmam a existência de uma banda de frequências com atenuação de pressões significativas na ordem dos 20dB praticamente coincidente com a prevista pelos modelos numéricos. Esta conclusão confirma as potencialidades de previsão da metodologia numérica implementada.

Palavras-chave: Acústica, propagação sonora, atenuação sonora, meio periódico, elementos finitos.

### Abstract

The transmission of sound waves through a two or a tree-dimensional finite spaced array of cylinders is studied herein. The numerical finite element model is used to verify theoretical results found in the literature. Two cases are considered: 1) cylinders modeled as rigid inclusions, and 2) cylinders modeled as elastic inclusions. In the case of the steel cylinders, a proper fluid-structure interaction is applied. To validate the results, a prototype was built with 5 by 6 equally spaced cylinders and tested in an anechoic chamber. The test results show the existence of a frequency range where a considerable sound attenuation up to 20dB can be measured, in good agreement with the theoretical and numerical models. The potential of the implemented numerical methodology to predict these attenuation phenomena is thus confirmed.

Keywords: Acoustics, sound propagation, sound attenuation, periodic medium, finite elements.

## 1 Introdução

O ruído gerado por sistemas mecânicos apresenta em diversas situações um impacte significativo na perda de qualidade de vida das populações. Desde meados do século XX que a Organização Mundial de Saúde tem incentivado e promovido estudos sobres os efeitos nocivos do ruído no homem. Felizmente, recorrendo a técnicas apropriadas, o ruído emitido pelos componentes mecânicos pode, em diversas situações, ser consideravelmente filtrado e/ou atenuado, quer directamente na fonte, quer numa interface próxima entre esta e o meio envolvente.

Existe na literatura científica um número considerável de trabalhos científicos na área dos filtros acústicos. Neste trabalho, interessam-nos essencialmente os relacionados com a propagação de ondas sonoras através de elementos periodicamente espaçados. Uma descrição dos aspectos mais relevantes nesta área encontrase, por exemplo, em Sigalas et al. [1], Kushwaha [2] e Vasseur et al. [3]. Em [3] encontra-se uma descrição dos aspectos relacionados com as curvas de dispersão relativas ao meio de suporte da propagação, identificando-se, em alguns casos, zonas de frequência para as quais a onda não se pode propagar (stop band gaps). Os referidos autores estudaram a transmissão de ondas sonoras através dum meio compósito bidimensional, composto por inclusões de cilindros de duralumínio numa matriz de resina. No artigo apresentam uma exposição de resultados da transmissão sonora obtidos experimentalmente, assim como a estrutura de banda teórica, para dois modelos com duas filas periódicas de cilindros dispostos de forma quadrangular e em rede rectangular centrada. Em especial, apresentam uma previsão de frequências proibidas absolutas estendendo-se através das duas primeiras zonas bidimensionais de Brillouin. Este fenómeno tem também aplicações importantes nas áreas de ondas electromagnéticas, que se designam por bandas fotónicas proibidas (ver trabalhos de Selamet et al [4], Joannopoulos et al [5] e Yablonovitch [6]) e tem igualmente aplicações nas áreas de acústica, onde se designam por bandas sónicas proibidas. Estas metodologias de análise baseiam-se na teoria de ondas de Bloch (ver, por exemplo, em Brillouin [7]) quando se trata o caso de meios periódicos com repetição infinita, ou então baseiam-se na análise modal e harmónica quando se trata de casos onde a repetição é finita e até mesmo quasi-periódica. Algumas aplicações recentes destas metodologias à optimização estrutural foram apresentadas por Sigmund [8], Cox e Dobson [9], Sigmund e Jensen [10-11] e Barbarosie e Neves [12] recorrendo a técnicas de optimização de topologia (para uma descrição destas técnicas ver, por exemplo, Bendsøe e Sigmund [13]).

A previsão teórica de bandas proibidas tem levado diversos investigadores aos laboratórios em busca de confirmação do fenómeno [3]. Uma das referências mais comuns nesta área é a que foi a publicada por Sánchez-Pérez et al [14] que, recorrendo a um modelo bidimensional de ondas de Bloch, faz a determinação de bandas de frequências proibidas, tendo ainda realizado alguns ensaios experimentais. Os autores apresentaram resultados de uma análise experimental da transmissão acústica através de filas periódicas de cilindros rígidos dispostos ao ar em duas configurações geométricas bidimensionais diferentes: em malha quadrangular e em malha triangular. Em ambas as configurações, e acima de uma determinada razão volúmica de ocupação dos cilindros, observa-se uma sobreposição na gama de frequências audíveis, entre os picos medidos ao longo de duas direcções de simetria da zona de Brillouin. Este efeito é considerado como uma impressão digital da existência de lacunas acústicas. Destas experiências em meios com repetição finita da periodicidade, sabe-se que as previsões de bandas proibidas se traduzem em bandas de frequência com significativa atenuação e que esta é tanto maior quanto maior o número de repetições da periodicidade na direcção de propagação da onda.

No trabalho que se apresenta, o foco esteve em desenvolver e testar uma metodologia numérica e as respectivas aplicações informáticas para caracterizar a propagação de ondas sonoras através de elementos periodicamente espaçados, recorrendo ao método dos elementos finitos. Podemos observar nas referências já citadas a existência de diversos modelos teóricos para os filtros acústicos, cujo desenvolvimento apenas é possível para determinadas geometrias com a hipótese de propagação de ondas planas. Para permitir responder às actuais tendências de projecto com as mais diversas e complexas geometrias, e continuar a ser capaz de prever a resposta mesmo em regiões onde a onda deixa de ser plana, a tendência natural é procurar os métodos numéricos, e, entre estes, o método dos elementos finitos constitui uma abordagem possível. Ao ganho em generalidade, vêm associados alguns problemas típicos da precisão da aproximação dos

elementos finitos, como saber qual a necessária discretização do fluido e da estrutura e qual a correcta escolha das condições de fronteira.

Para o caso dos elementos periodicamente espaçados, verificam-se, neste trabalho, os valores de soluções analíticas obtidas por técnicas de ondas de Bloch [14], com os obtidos por elementos finitos através de modelos bidimensionais e tridimensionais e ainda com valores experimentais obtidos na literatura e em ensaios com um protótipo construído para a verificação.

Através da análise numérica que preparou o trabalho experimental, foi detectada a necessidade de alguns cuidados a tomar relativamente ao protótipo. Este aspecto será referido mais adiante a propósito da onda deixar de ser plana por falta de rigidez adequada nos tubos periodicamente espaçados.

As aplicações computacionais para os modelos de fluido acústico e os de interacção fluido-estrutura foram desenvolvidas em linguagem APDL no programa comercial de elementos finitos Ansys®, assumindo as aproximações adoptadas por Kinsler et al. [15] de fluido compressível, invíscido, sem escoamento médio e com densidade e pressão média uniformes no fluido. São apresentados resultados de aplicação da metodologia para verificação entre os valores numéricos e experimentais, concluindo-se sobre alguns requisitos práticos para que tal aconteça (por exemplo, suficiente rigidez das inclusões periódicas).

O interesse do tema que motiva este trabalho sobre os filtros acústicos de elementos periodicamente espaçados pode ser avaliado pelo elevado número de referências em bases de dados de artigos científicos ao artigo de Martínez-Sala et al [16] da revista Nature. O fenómeno de existência de bandas de frequências proibidas já era bem conhecido de investigadores físicos e matemáticos relativamente a meios periódicos infinitos. O que não era bem conhecido, era a evidência experimental de significativa atenuação sonora da propagação de som através de um meio periódico de repetição finita (neste caso, como a verificada por medições com a escultura minimalista de Eusébio Sempere, exposta na altura na Fundação Juan March em Madrid).

O interesse na verificação do fenómeno encontra-se, por exemplo, também no trabalho de Rubio et al [17] onde é apresentada uma determinação teórica e experimental de estruturas de bandas sonoras de filas bidimensionais de cilindros rígidos ao ar. Foi utilizado um método variacional para calcular a relação da dispersão acústica. Experimentalmente, uma técnica de transmissão e a análise do atraso de fase entre a onda incidente e a onda difundida pela estrutura são usados para construir as bandas acústicas. A comparação entre os resultados teóricos e experimentais permite caracterizar completamente as bandas de frequências proibidas e demonstrou a existência de bandas surdas, ou seja, bandas que não podem ser excitadas devido a razões de simetria. Para o caso da disposição em rede quadrangular, demonstra-se que uma estrutura com uma fracção de ocupação dos cilindros de 0.41 possui uma completa lacuna acústica.

Saliente-se por fim que, apesar de existirem técnicas e materiais com elevada eficácia para praticamente as mais diversas situações de controlo de ruído, estas envolvem tecnologias em geral dispendiosas. Um dos aspectos que despertou tanta atenção para os elementos periodicamente espaçados foi o seu baixo custo tecnológico, embora também se deva aqui afirmar que dependendo das frequências envolvidas a solução pode não ser suficientemente compacta.

Em termos de principais resultados apresentados no presente artigo está a verificação de modelos de elementos finitos, com e sem interacção fluido-estrutura, para a propagação de ondas sonoras ao longo de inclusões cilíndricas periodicamente espaçadas. Concluiu-se que o número de elementos finitos por comprimento de onda comummente utilizado (geralmente, 12 elementos) se mostra insuficiente para uma adequada precisão nos valores de pressão obtidos. Concluiu-se ainda que as inclusões cilíndricas periodicamente espaçadas, devem apresentar-se suficientemente constrangidas nos topos de modo a evitar a perda de regularidade da onda sonora plana depois de atravessar o meio periódico. Por fim, mencione-se que o presente trabalho permitiu verificar experimentalmente, mais qualitativamente do que quantitativamente, a existência de uma banda de frequências atenuadas predeterminada com recurso ao modelo de elementos finitos, validando assim o uso da técnica numérica para o estudo deste tipo de problemas acústicos.

# 2 Modelo de Análise da Propagação Acústica com Acoplamento Fluido-Estrutura

Utilizando as equações de quantidade de movimento de Navier-Stokes com a equação de continuidade podemos obter a equação de onda do problema acústico:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0 \quad . \tag{1}$$

onde c é a velocidade do som no fluído, p o campo de pressões, t a variável tempo e  $\nabla$  o operador Laplaciano. Nesta expressão consideram-se as seguintes aproximações [15]:

1. Fluido compressível (variações de densidade do fluido devidas a variações de pressão);

2. Fluido invíscido (ausência de dissipações viscosas);

3. Ausência de escoamento médio do fluido;

4. Densidade e pressão média uniformes ao longo do fluido.

No problema de propagação da onda sonora através do ar há necessidade de considerar as fronteiras. Consoante a situação, estas podem ser consideradas rígidas ou semi-infinitas, e no caso da interacção fluido-estrutura há que considerar fronteiras deformáveis elásticas, ou seja, o problema tem de ser acoplado às equações de elasticidade.

O método dos elementos finitos para problemas acústicos é desenvolvido nestes termos. Definindo-se o operador  $\nabla .() = \{L\}^T$ , a equação (1) escreve-se em notação matricial da seguinte forma:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \{L\}^T (\{L\}p) = 0 .$$
<sup>(2)</sup>

As matrizes dos elementos finitos podem então ser obtidas discretizando a equação (2) recorrendo ao método de Galerkin (ver descrição do método, por exemplo, em [18]). Multiplicando a equação por uma variação virtual de pressão e integrando-a em torno do seu domínio de volume, obtém-se após alguma manipulação simbólica:

$$\int_{vol} \delta p \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d(vol) + \int_{vol} \left( \delta p \{L\}^T \right) \{L\} p d(vol) = \int_S \delta p \{n\}^T \left( \{L\} p \right) d(S),$$
(3)

onde *vol* é o volume do domínio;  $\delta p$  é uma variação virtual de pressão  $(\delta p(x, y, z, t))$ ; *S* é a superfície onde se aplica a derivada normal à superfície (condição de fronteira natural) e {*n*} é o vector unitário normal à superfície *S*.

Nos problemas de interacção fluido-estrutura, a superfície S é tratada como sendo a interface. Para as aproximações de simplificação feitas, as equações de momento do fluido produzem a seguinte relação entre o gradiente de pressão normal e aceleração normal à estrutura na interface fluido-estrutura S:

$$\left\{n\right\}^{T} \cdot \left(\left\{L\right\}p\right) = -\rho_{0}\left\{n\right\}^{T} \cdot \left(\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}\left\{u\right\}\right)$$

$$\tag{4}$$

Substituindo a equação (4) em (3), obtém-se a seguinte igualdade:

$$\int_{vol} \delta p \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d(vol) + \int_{vol} \left( \delta p \{L\}^T \right) \{L\} p d(vol) = -\int_S \delta p \rho_0 \{n\}^T \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u\} \right) d(S) .$$
(5)

### 3 Modelo Numérico do Problema Harmónico de Propagação

Para descrever o problema de acoplamento fluido-estrutura, o carregamento correspondente à pressão do fluido a actuar na face da estrutura,  $F^{pr}$ , é adicionado à equação de dinâmica (discretizada):

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F^a\} + \{F^{pr}\},$$
(6)

onde [M] é a matriz de massas; [C] é a matriz de amortecimento; [K] é a matriz de rigidez;  $\{\ddot{u}\}$  é o vector de aceleração nodal;  $\{\dot{u}\}$  é o vector de velocidade nodal;  $\{u\}$  é o vector de deslocamentos nodais e  $\{F^a\}$  o vector de cargas aplicadas. O vector de pressão do fluido  $\{F_e^{pr}\}$  na interface *S* é obtido integrando a pressão ao longo da área da superfície:

$$\{F_{e}^{pr}\} = \int_{S} \{N'\} P\{n\} d(S) .$$
<sup>(7)</sup>

onde  $\{N'\}$  são as funções de forma dos elementos finitos utilizados para discretizar os domínios e interpolar neles as componentes do deslocamento u,  $v \in w$  (obtidas a partir do elemento estrutural) e  $\{n\}$  é a normal à fronteira do fluido.

Introduzindo a função de aproximação de elemento finito para pressão obtém-se a equação dinâmica do sistema (ao nível do elemento finito):

$$[M_{e}]\{\ddot{u}_{e}\} + [C_{e}]\{\dot{u}_{e}\} + [K_{e}]\{u_{e}\} - [R_{e}]\{P_{e}\} = \{F_{e}\}^{T}$$
(8)

de onde, após assemblagem e evidenciando os acoplamentos entre a parte estrutural indicada com a letra S, a parte de fluido indicada com a letra f e o acoplamento com FSI, se tem:

$$\begin{bmatrix} M^{S} & 0\\ M^{FSI} & M^{f} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vdots\\ p \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C^{u} & 0\\ 0 & C^{P} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vdots\\ u \\ p \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K^{S} & K^{FSI} \\ 0 & K^{f} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u\\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F^{S} \\ F^{f} \end{pmatrix}.$$
(9)

Neste trabalho, utilizou-se a análise harmónica do problema acústico para determinar as respostas (amplitudes de pressão) no regime estacionário em função da gama de frequências a estudar.

Os elementos finitos utilizados foram seleccionados entre os disponíveis no programa comercial de elementos finitos ANSYS® [19] tendo sido utilizados os seguintes elementos finitos: o FLUID29, FLUID30, SHELL63 e o SOLID45. Tratam-se de elementos finitos isoparamétricos bidimensionais quadrangulares de 4 nós e tridimensionais hexaédricos de 8 nós, com e sem acoplamentos fluido-estrutura.

Uma breve descrição destes elementos finitos é apresentada de seguida, podendo consultar-se os detalhes da formulação utilizada na referência [19]. O elemento FLUID29, cuja geometria é apresentada na Fig. 1 a), é utilizado para modelar o fluido e a interface em problemas com e sem interacção fluido/estrutura. O elemento tem quatro nós com três graus de liberdade em cada canto: translações nas direcções nodais x e y e pressão. As translações, contudo, são aplicáveis apenas aos nós que se encontram na interface fluido-estrutura.



Figura 1 – Geometrias dos elementos finitos para o fluído acústico: a) FLUID29; b) FLUID30. Fonte [19].

O elemento tem capacidade para incluir amortecimento de materiais com absorção de som na interface; pode ser usado com elementos estruturais de duas dimensões para realizar métodos de análise modal amortecida ou assimétrica, respostas estáticas, harmónicas e respostas transientes. O elemento FLUID30 é o seu equivalente tridimensional (ver Fig. 1 b).

O elemento SHELL63, cuja geometria é apresentada na Fig. 2a), é o elemento utilizado para o estudo da estrutura e permite que sejam aplicadas cargas no seu plano ou normais ao mesmo. O elemento possui quatro nós, um em cada canto, com seis graus de liberdade cada: translações nas direcções nodais x, y e z, e rotações em torno dos mesmos eixos. Trata-se de uma opção discutível para o acoplamento em 2D, mas, como se pode concluir, essa questão não é muito relevante para os resultados onde o aspecto determinante é a rigidez na interface que é aqui aproximada fixando os nós interiores.



Figura 2 – Geometrias dos elementos finitos para os sólidos (cilindros): a) SHELL63; b) SOLID45. Fonte [19].

O elemento SOLID45 é o elemento tridimensional (ver Fig. 2 b) que se utiliza para a análise estrutural dos componentes elásticos sólidos que interagem com o fluído acústico.

# 4 Resultados

O objectivo principal deste trabalho é aferir a capacidade da metodologia numérica de elementos finitos desenvolvida para a caracterização da propagação de ondas sonoras através do meio envolvente a um conjunto de cilindros metálicos periodicamente espaçados. Em particular interessa a capacidade de identificar correctamente as respostas onde ocorra significativa atenuação. Apresentam-se modelos a duas e a três dimensões, com e sem acoplamento fluido-estrutura. Relativamente à validação experimental dos resultados, descreve-se o esquema de montagem do equipamento para o ensaio e comparam-se os resultados obtidos numericamente a duas e três dimensões com os obtidos experimentalmente.

### 4.1 Resultados Numéricos

#### 4.1.1 Resposta harmónica do modelo bidimensional de elementos finitos

O modelo bidimensional que se apresenta é composto por filas de cilindros de aço de 40mm de diâmetro, de espessura 2mm, com um espaçamento entre centros de 110mm, obtendo-se uma fracção volúmica de ocupação dos cilindros de 0.104 (note-se que nem o material dos cilindros, nem o facto destes serem ou não ocos, influencia a atenuação). Os cilindros são encastrados e os graus de liberdade de deslocamento dos elementos de ar que não se encontram em contacto com a estrutura são igualados a zero. Na face dos elementos de ar em contacto com a estrutura dos cilindros é (opcionalmente) activada uma opção de interface fluido-estrutura. É imposta no topo esquerdo da conduta uma onda plana de 1Pa com uma determinada frequência de excitação entre 500 e 2500Hz, neste caso. No topo oposto, é imposta absorção sonora total (topo anecóico, parâmetro MU=1 no Ansys). Para a definição do meio são necessários dois

inputs: a velocidade de propagação do som no meio (igual a 344m/s) e a pressão sonora de referência  $(20\mu Pa, limite inferior da audição humana)$ . Quer antes, quer depois das filas de cilindros, modela-se a conduta com comprimentos suficientemente grandes de forma a permitir que, no mínimo, se desenvolva um comprimento de onda.

O modelo bidimensional foi elaborado com elementos FLUID29 para o fluido de propagação e elementos SHELL63 para os cilindros, tendo sido feito um estudo da atenuação a 1560Hz em função do número de filas de cilindros, para encontrar o número de filas de cilindros que permite uma comparação com os resultados de Sánchez-Pérez et al [14]. Esta frequência justifica-se por ser em torno da qual se verifica o pico máximo de atenuação (em torno dos 20dB [14]). De acordo com a comparação dos perfis de pressão sonora obtidos analítica e numericamente, os modelos aqui apresentados têm, no mínimo, 36 elementos por comprimento de onda, a que corresponde uma malha de elementos finitos como é indicada na Fig. 3.



Figura 3 – Pormenor da malha de elementos finitos no contorno dos cilindros.



Figura 4 – Variação da atenuação sonora em função do número de filas de cilindros para 1560Hz (em dB).



Figura 5 – a) Distribuição da pressão sonora (em dB) a 1560Hz para o modelo bidimensional; b) Atenuação sonora obtida para uma conduta com 6 filas de cilindros; a preto (traço contínuo) os resultados de [14] e a vermelho os resultados obtidos pelo modelo bidimensional de elementos finitos. Na figura interior

apresenta-se uma comparação entre os resultados teóricos e experimentais da largura de banda de frequências atenuadas, variando com a fracção volúmica de ocupação dos cilindros.

A Fig. 4 apresenta os resultados da atenuação sonora em função do número de filas de cilindros perpendiculares à direcção de propagação. Tal como referido na bibliografia, verifica-se que a atenuação aumenta continuamente com o aumento do número de cilindros. Uma atenuação de 20dB é obtida para conjuntos de 6 filas de cilindros

A distribuição da pressão sonora (em dB) a 1560Hz para o modelo bidimensional é a apresentada na Fig. 5 a). Resolvendo o problema harmónico para a gama de frequências de interesse obtêm-se as curvas de atenuação sonora na conduta com 6 filas de cilindros (ver Fig. 5b).



Figura 6 - Atenuação sonora obtida para diferentes fracções volúmicas.

A atenuação sonora obtida para uma conduta com 6 filas de cilindros dispostos de forma quadrangular varia consoante o valor do diâmetro dos cilindros, i.e. consoante a respectiva fracção volúmica. Na Fig. 6 apresentamse as atenuações sonoras obtidas para as fracções volúmicas de 0.104 (pontos a vermelho), 0.180 (símbolos quadrados), 0.36 (símbolos triangulares) e 0.56 (símbolos circulares), onde se verifica que as atenuações aumentam em amplitude para a frequência central, a qual simultaneamente se desloca para valores superiores.

#### 4.1.2 Resposta harmónica do modelo tridimensional de elementos finitos

O modelo de conduta tridimensional foi desenvolvido à semelhança do modelo bidimensional da secção anterior (i. e., filas de cilindros de 40mm de diâmetro, 2mm de espessura, espaçamento entre centros de 110mm, obtendo-se uma fracção volúmica de 0.104), sendo a terceira dimensão de 500mm. O elemento utilizado na modelação do fluido foi o FLUID30 e para a modelação dos cilindros o elemento finito SOLID45. Tantos os carregamentos como as condições de fronteira foram mantidos.

Em Cartaxo e Neves [20] concluiu-se que considerar ou não o acoplamento fluido/estrutura a 2D não alterava os resultados da distribuição da pressão sonora (veremos que a 3D já altera) nos modelos de elementos finitos, pelo que o modelo tridimensional foi inicialmente estudado considerando apenas furos no local dos cilindros (fronteira rígida, já que os nós estão impedidos de se deslocarem), em vez de cilindros e respectivo acoplamento fluido/estrutura.

Sujeitando o modelo de elementos finitos a uma frequência de 1500Hz (sensivelmente a meio da banda de frequências atenuadas da Fig. 5 b), verifica-se o campo de pressões da Fig. 7a) quando a rigidez dos cilindros não é suficiente, neste caso só os topos posteriores estão fixos. Modificando a situação para ambos os topos dos cilindros encastrados obtêm-se os resultados da Fig. 7b onde a onda sonora se mantém plana e obtém-se uma atenuação de aproximadamente 20dB, tal como a 2D.

Sujeitando o mesmo modelo a um intervalo de frequência entre os 1000Hz e os 2000Hz, comparando os resultados com os obtidos para o modelo bidimensional e com os resultados de [14], obtém-se os resultados numéricos apresentados na Figura 9. Verifica-se uma boa concordância entre os resultados obtidos numericamente quer pelo modelo bidimensional, quer pelo modelo tridimensional após a fixação de ambos os topos dos tubos, e destes com os resultados experimentais de Sánchez-Pérez et al [14].



Figura 7 – Distribuições da pressão sonora (dB) obtidos para uma frequência de 1500Hz e fracção volúmica de 0.104: a) distribuição irregular da pressão numa conduta tridimensional, com cilindros encastrados num dos topos. b) distribuição regular da pressão numa conduta tridimensional, com cilindros encastrados em ambos os topos.

### 4.2 Resultados Experimentais

No seguimento do estudo da atenuação da pressão sonora com modelos de elementos finitos bidimensionais e tridimensionais, foram realizados ensaios experimentais com os seguintes objectivos: a) Criar um modelo (protótipo) que se aproxime do modelo numérico com 6 filas de cilindros dispostos em malha quadrangular;

b) Confirmar os aspectos construtivos face ao modelo numérico, nomeadamente no que se refere às condições de fronteira, ou seja aos tipos de fixação dos tubos nas suas extremidades;

c) Validar os resultados de atenuação da pressão sonora obtidos com modelos de elementos finitos;

Apresenta-se, de seguida, uma breve descrição do modelo construído para os ensaios experimentais. O modelo desenvolvido (ver Fig. 8) consiste em 6 filas de 5 tubos cilíndricos de aço de Ø40mmx500mm e 2mm de espessura, com duas chapas furadas ao centro, soldadas interiormente em cada topo, para a passagem de um varão cilíndrico com pontas roscadas M10, dispostos em malha quadrangular. Para a correcta localização dos cilindros, furaram-se duas placas metálicas 660mmx550mmx1.5mm, estando os centros dos furos dispostos em malha quadrangular distanciados 110 mm. Os cilindros são mantidos na posição correcta atravessando as chapas de suporte e os cilindros pelos varões roscados, apertando-os com anilha cilíndrica e porca M10.

Os ensaios experimentais foram realizados na câmara anecóica do Centro de Análise e Processamento de Sinais - CAPS, situada no edifício do Complexo Interdisciplinar do Instituto Superior Técnico. A câmara é uma estrutura paralelepipédica de betão, cujo interior apresenta as dimensões aproximadas de 7.0mx5.5mx5.5m. A câmara encontra-se isolada do edifício, quer de vibrações mecânicas (estando assente em apoios elásticos montados num fixe independente do edifício), quer de vibrações acústicas, encontrando-se o exterior da câmara revestido com lã de rocha.

A montagem utilizada nos ensaios experimentais é a apresentada na Fig.8.

Entre o altifalante e o microfone anterior ao protótipo foi deixada uma distância de 350mm, permitindo o desenvolvimento de pelo menos um comprimento de onda para a frequência mais baixa (a 1000Hz obtémse um comprimento de onda de 0,34m). Percorrendo-se a gama de frequências de 1000 Hz a 2000 Hz, com um incremento de 50Hz e sinais de 5V, obtiveram-se os resultados da Fig. 9.



Figura 8 – Protótipo suspenso ao tecto da câmara anecóica.

Dos resultados obtidos, verifica-se a existência de uma gama de frequências com atenuação significativa dentro do intervalo de frequências esperado, embora com atenuações superiores às obtidas numericamente.



Figura 9 – Curvas de atenuação: dos ensaios experimentais (linha com triângulos azuis) obtidos para o protótipo suspenso; dos resultados numéricos (símbolos quadrados verdes para o modelo 3D e losângulos vermelhos para o modelo 2D) e de Sánchez-Pérez et al (linha preta contínua).

Os ensaios laboratoriais realizados permitiram a detecção/confirmação da existência da gama de frequências com resposta significativamente atenuadas prevista pelo método dos elementos finitos. Tratase, por isso, ainda, de uma verificação qualitativa que carece ainda de ensaios laboratoriais mais rigorosos para uma validação ao nível dos valores de desvio entre os resultados numéricos e experimentais.

## 5 Conclusões

Neste trabalho, apresentou-se uma aplicação da metodologia numérica de elementos finitos, com acoplamento fluido-estrutura, à caracterização da propagação de ondas sonoras através de estruturas repetitivas como, por exemplo, as constituídas por um número finito de elementos periodicamente espaçados.

Os testes numéricos e experimentais realizados confirmaram que a introdução de inclusões cilíndricas periodicamente espaçadas na direcção de propagação de onda sonora resulta em significativas atenuações sonoras, tanto maiores quanto maior o número de inclusões e maior a fracção volúmica ocupada pelas inclusões (até um valor máximo).

A comparação apresentada entre os valores numéricos e os experimentais mostra que é possível prever de forma satisfatória a existência de significativa atenuação (associada a uma banda de frequências atenuadas, que no exemplo apresentado se situa entre os 1250Hz e os 1750Hz) desde que se observem os devidos cuidados com o modelo numérico tais como, utilizar um número de 36 elementos finitos por comprimento de onda (o número comummente utilizado para análises transientes e harmónicas mostrou ser insuficiente para as análises realizadas) e utilizar inclusões periódicas com rigidez adequada para evitar a perda de regularidade da onda.

Da mesma forma, há a referir alguns cuidados essenciais para a qualidade dos resultados experimentais. Para uma boa concordância com os resultados obtidos numericamente é essencial uma adequada rigidez dos tubos no conjunto pelo que o sistema de fixação escolhido deve ser alvo de cuidados adicionais. Por outro lado, a possibilidade de excitação das placas onde se fixam os cilindros requer igualmente algum cuidado, ficando ainda para futuros ensaios a opção de utilização de placas em aglomerado de madeira (ver Fig. 10). Por fim, há que estudar e incluir a dissipação de energia acústica na propagação sonora.



Figura 10 – Protótipo de ensaios laboratoriais, após as modificações propostas.

### Agradecimentos

Os autores agradecem à FCT o apoio concedido através do Projecto FCT POCTI 44728/EME/2002 – "Técnicas de Análise Aplicadas ao Projecto Óptimo de Estruturas Periódicas" (MMN) e do FEDER e do financiamento plurianual FCT-CAPS/IST através do Programa POS\_C e do FEDER. Os autores agradecem, ainda, o apoio concedido pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (Portugal) e CAPES (Brasil), através do Convénio Luso-Brasileiro CAPES-GRICES 2008. Agradece-se ainda ao Eng.º Onofre Moreira o apoio e disponibilidade na realização dos ensaios experimentais na câmara anecóica.

### Referências

[1] Sigalas M. M.; Economou E. N.; Elastic and acoustic wave band structure, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 158(2), 1992, pp. 377–382.

- [2] Kushwaha, M. S., Classical band structure of periodic elastic composites, *International Journal of Modern Physics*, vol. 10(9), 1996, pp. 977–1094.
- [3] Vasseur J. O.; Deymier P. A.; Frantziskonis G.; Hong G.; Djafari Rouhani B.; and Dobrzynski L.; Experimental evidence for the existence of absolute acoustic band gaps in two-dimensional periodic composite media, *Journal of Physics, Condensed Matter*, vol. 10, 1998, pp. 6051–6064.
- [4] Selamet A.; Denia F. D.; Besa A. J.; Acoustic behaviour of circular dual-chamber mufflers, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 265, 2003, pp. 967–985.
- [5] Joannopoulos J. D.; Meade R. D.; Winn J. N.; *Photonic Crystals: Molding the flow of light*, Princeton University Press, New Jersey, 1995.
- [6] Yablonovitch, E.; Photonic crystals: semiconductors of light, *Scientific American Magazine*, vol. 285(6), 2001, pp. 34–41.
- [7] Brillouin, L.; Wave Propagation in Periodic Structures, Dover Phoenix Editions, 2003.
- [8] Sigmund O.; Microstructural design of elastic band gap structures, *Proceedings of the Fourth World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization*, Dalian, China, 2001.
- [9] Cox S. J.; Dobson D. C.; Band structure optimization of two-dimensional photonic crystals in h-polarization, *Journal of Computational Physics*, vol. 158(2), 2000, pp. 214–224.
- [10] Sigmund O.; Jensen J. S.; Topology optimization of elastic band gap structures and waveguides, *Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics*, Vienna, Austria, 2002.
- [11] Sigmund O.; Jensen J. S.; Systematic design of phononic band gap materials and structures by topology optimization, *Philosophical Transactions of the Royal Society (Mathematical, Physical and Engineering Sciences)*, vol. 361, 2003, pp. 1001-1019.
- [12] Barbarosie C.; Neves M. M.; Periodic Structures for Frequency Filtering: Analysis and Optimization, Computers and Structures, vol. 82 (17-19),2004, pp.1399-1403.
- [13] Bendsøe M. P.; Sigmund O.; Topology Optimization Theory, Methods and Applications, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2003.
- [14] Sánchez-Pérez J. V., Caballero D., Mártinez-Sala R.; Rubio C.; Sánchez-Dehesa J.; Sánchez-Pérez F.; Llinares J.; Gálvez F.; Sound Attenuation by a Two-Dimensional Array of Rigid Cylinders, *Physical Review Letters*, The American Physical Society, USA, 1998.
- [15] Kinsler L. E.; Frey A. R.; Coppens A. B.; Sanders J. V.; Fundamentals of Acoustics, John Willey & Sons, Inc, USA, 2000.
- [16] Martínez-Sala R.; Sancho J.; Sánchez J. V.; Gómez V.; Llinares J.; Meseger F.; Sound Attenuation by Sculpture, *Nature*, vol. 378, 1995, pp. 241.
- [17] Rubio C.; Caballero D.; Sánchez-Pérez J. V.; Martínez-Sala R.; Sánchez-Pérez J.; Meseguer F.; Cervera F.; The Existence of Full Gaps and Deaf Bands in Two-Dimensional Sonic Crystal", *Journal of Lightwave Technology*, vol. 17, 1999.
- [18] Cook RD; Malkus DS; Plesha EM; Witt RJ; *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, 4th Edition, Wiley (2001).
- [19] ANSYS, Inc; Theory Reference, Release 10.0 Documentation for ANSYS, United States of America, 2005.
- [20] Cartaxo A. J.; Neves M. M.; Análise da Propagação de Ondas em Estruturas Periódicas Finitas e Validação de Resultados Obtidos com Técnicas de Ondas de Bloch, Relatório Técnico 001/2006, IDMEC, Lisbon, Portugal, 2006.