

CUANTIFICACIÓN DE LA RADIACIÓN DE LA ESTRUCTURA EN SISTEMAS CAJA CERRADA MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

Segura Alcaraz¹, J. ;Gadea Borrell¹, J. M.; Francés Monllor², J.; Carbajo SanMartín², J.; Ramis Soriano², J.

¹ Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras.
Escuela Politécnica Superior de Alcoy - Plaza de Ferrándiz y Carbonell, s/n. Alcoy (03801)
jsegura@mcm.upv.es; jmgadea@mes.upv.es

²Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Alicante. Campus de San Vicente del Raspeig, (03690).
jfmonllor@ua.es; jesus.carbajo@ua.es; jramis@ua.es

Resumen

La problemática del diseño de sistemas radiantes, tal como el sistema caja cerrada, suele abordarse a partir del circuito equivalente en baja frecuencia aunque se trata de un proceso iterativo, en el que es importante la experiencia. El punto de partida no tiene en cuenta la contribución de la radiación de las paredes del sistema radiante (caja), aunque se tiene la evidencia de que las paredes vibran y por tanto radian contribuyendo en la respuesta en frecuencia del sistema, sobre todo en el rango de las bajas frecuencias. El objeto del presente trabajo es realizar una contribución a la cuantificación del comportamiento vibracional de las paredes de dos prototipos fabricados al efecto, con características intrínsecas de su material de construcción (módulo de Young, el amortiguamiento y la densidad) muy diferentes. Utilizando el Método de los Elementos finitos se ha implementado un modelo numérico en tres dimensiones, de un sistema altavoz-caja calibrado a partir de los resultados experimentales obtenidos sobre un modelo real mediante análisis modal. Se ha hecho especial énfasis en las condiciones de interacción fluido-estructura del aire del interior de la caja, el diafragma del altavoz, y las paredes de la caja.

Palabras-clave: caja de altavoz, análisis modal, método de los elementos finitos.

Abstract

The difficulty on the design of radiant systems, such as the closed box system, is commonly studied from its low frequency equivalent circuit. It is an iterative process, where experience is of vital importance. The initial point doesn't take into account the enclosure radiation contribution, although there is well known the fact that box walls vibrate, contributing to the system frequency response mainly in the low frequency range.

The object of the present work is to realize a contribution to the quantification of the vibrational behavior of the walls of two prototypes of loudspeakers mounted in closed box, made with different materials. Using the finite elements method a numerical model of a system loudspeaker - box has been implemented. The numerical model has been calibrated from the experimental results obtained on a real model by means of modal analysis, vibration and pressure measures. The conclusion is that the sonorous response of the system is affected by the vibrational modes of the box.

Keywords: loudspeaker enclosure, modal analysis, finite elements method.

1 Introducción

La problemática del diseño de sistemas radiantes, tal como el sistema caja cerrada, suele abordarse a partir del circuito equivalente en baja frecuencia aunque se trata de un proceso iterativo, en el que es importante la experiencia. El punto de partida no tiene en cuenta la contribución de la radiación de las paredes del sistema radiante (caja), aunque se tiene la evidencia de que las paredes vibran y por tanto radian, contribuyendo a la respuesta en frecuencia del sistema, sobre todo en el rango de las bajas frecuencias.

El altavoz o transductor electroacústico transforma las ondas eléctricas en energía mecánica, y la energía mecánica en energía acústica mediante el movimiento del diafragma. Cuando el diafragma del altavoz entra en movimiento se comporta como un pistón, creando un campo de presiones en el aire del exterior y del interior de la caja del altavoz. A determinadas frecuencias el aire del interior de la caja puede entrar en resonancia creándose una serie de ondas estacionarias que siguen los patrones de los modos de vibración del aire de la cavidad interior.

Las paredes de la caja no son infinitamente rígidas y pueden vibrar básicamente por dos motivos: las presiones generadas en el interior de la caja pueden provocar una vibración forzada o excitar las resonancias de las paredes. Por otro lado el altavoz que está montado sobre una de las paredes transmite directamente la vibración a la caja, provocando también una vibración forzada de las paredes o excitando resonancias de las mismas.

Los tres elementos principales (altavoz, aire interior, caja) constituyen un sistema totalmente acoplado cuyo comportamiento determina la radiación sonora al exterior.

En esta comunicación se ha utilizado el Método de los Elementos Finitos para definir los modelos numéricos. El Método de los Elementos Finitos ya ha sido utilizado con éxito en los trabajos [1], [2], [3] para estudiar el cono del altavoz o las resonancias del aire del interior de la caja. Por otro lado en los trabajos [4] y [5] se destaca la idoneidad del Método de los Elementos Finitos frente a otros como el Método de los Elementos de Contorno o el de las Diferencias Finitas para problemas de sistemas acoplados fluido-estructura en acústica, en el rango de las bajas frecuencias.

2 Conceptos

2.1 El sistema Altavoz-Caja cerrada

El sistema altavoz-caja presenta componentes de diferente naturaleza: eléctrica, mecánica y acústica. Todos estos componentes interactúan entre sí influyendo en la respuesta final del transductor. Para facilitar el análisis es frecuente representar las componentes mecánicas y acústicas mediante sus equivalentes analogías eléctricas, y representar todo el sistema como un solo circuito eléctrico.

En este circuito, las componentes acústicas y mecánicas se representan mediante componentes eléctricos concentrados: resistencias, condensadores e inductancias. En la figura 1 se muestra el circuito equivalente para el altavoz montado en una caja cerrada.

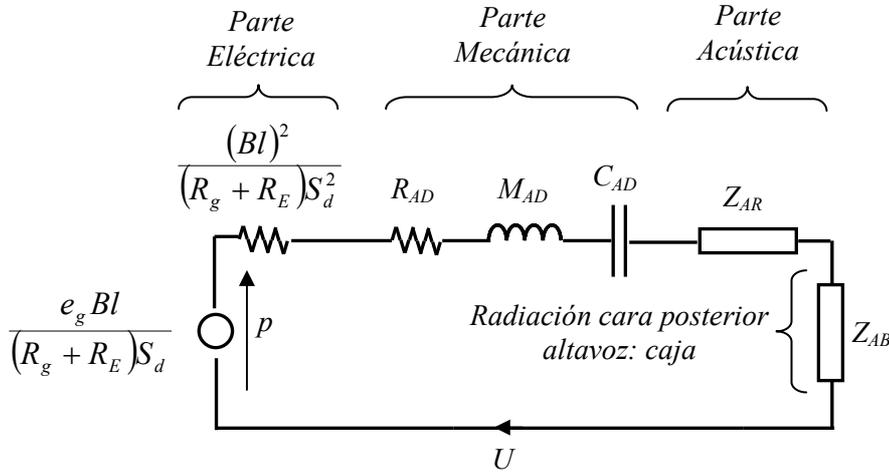


Figura 1. Circuito equivalente para altavoz montado en caja cerrada.

El aire encerrado en la caja, sobre el que incide la cara posterior del diafragma, se comporta de distinta manera al aire sobre el cual incide la cara anterior. La impedancia acústica que la caja cerrada presenta a la cara posterior se puede estudiar considerando la caja cerrada como un "tubo cerrado".

En este sentido, se puede demostrar que si la profundidad de la caja es menor que $\lambda/8$, siendo λ la longitud de onda correspondiente a la menor frecuencia que se quiere emitir por el altavoz, la impedancia acústica Z_{AB} vendrá dada por:

$$Z_{AB} = R_{AB} + jX_{AB} = R_{AB} + j\left(\omega M_{AB} - \frac{1}{\omega C_{AB}}\right) \quad (1)$$

donde:

$$C_{AB} = \frac{V_B}{\gamma p_o} = \frac{V_B}{\rho_o c^2} \quad (2)$$

$$M_{AB} \approx \frac{B_o \rho_o}{\pi a} \quad (3)$$

siendo:

- $\gamma = 1,4$ para el aire en compresión adiabática.
- $p_o = 10^5$ Pa.
- $c =$ Velocidad del sonido 340 m/s.
- $V_B =$ volumen de la caja $L_1 \times L_2 \times L_3$ (m^3)
- $B_o =$ Es una constante que viene dada en función de las dimensiones de la caja y S_d .
- $R_{AB} = 0$ en cajas sin revestimiento absorbente.

La presión radiada por el sistema a una distancia de radio de un metro, vendrá dada por:

$$p(s) = \frac{\rho_0 s U}{2\pi} \quad (4)$$

donde U es la velocidad volumétrica, ρ_0 es la densidad del aire y s variable compleja $j\omega$.

3 Desarrollo

Como modelos de cajas cerradas se han utilizado dos cajas, de idénticas dimensiones, una de tablero de fibra de densidad media (DM o MDF) y otra de Polimetilmetacrilato (PMMA). La figura 2 muestra las dimensiones para los modelos de caja ensayados

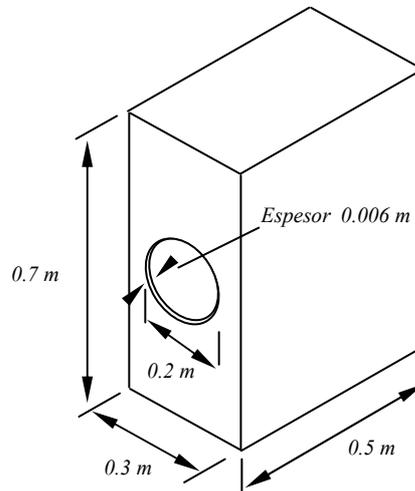


Figura 2. Dimensiones de los modelos de caja cerrada.

La elección de dos materiales diferentes, para unas mismas dimensiones de la cavidad interior, permite la comparativa de resultados de cada procedimiento experimental, remarcando la influencia del material de la caja en el comportamiento vibroacústico del sistema, de forma independientemente a las resonancias del aire interior. La Tabla 1 muestra las características de cada material.

Tabla 1. Características de los materiales empleados.

	DM	PMMA
Modulo de Young (MPa)	2400	2100
Coefficiente de Poisson	0.25	0.34
Densidad(kg/m ³)	870	1200

Se ha optado por unas condiciones de contorno libres para todos los modelos porque estas condiciones son fácilmente reproducibles en los modelos numéricos de elementos finitos, siendo éstas las mismas para todas las medidas y procedimientos experimentales. Se optó por apoyar los modelos sobre un material con un bajo módulo de Young, en concreto, un material textil espumado

3.1 Análisis modal. Medidas de vibración y de intensidad sonora

El análisis modal experimental es el método empleado para determinar los parámetros modales: frecuencias naturales, factores de amortiguamiento, y modos o formas modales de vibración para un sistema. Para determinar las características del sistema desde la FRF, es necesario conocer la señal entrada o excitación, y establecer si los polos de la respuesta son realmente del sistema. Para elegir el método más conveniente de excitación de la estructura, hay que considerar el margen de frecuencias de interés, la energía requerida para excitar los modos, y el posible amortiguamiento de la estructura.

La excitación de la estructura en el presente trabajo se ha realizado mediante un martillo calibrado o de impacto, de tipo piezoeléctrico. Para registrar la salida del sistema se ha empleado un acelerómetro de tipo piezoeléctrico, este acelerómetro aporta al sistema una masa concentrada no mayor de 1/1000 del peso total del modelo, por lo que se puede suponer despreciable su efecto en la respuesta vibracional del sistema.

Sobre los modelos se ha marcado un mallado de puntos, donde se tomarán las medidas de respuesta o salidas de aceleración del sistema. En total se han tomado 55 puntos repartidos entre las cuatro caras verticales de la caja. En cada una de las caras verticales de la caja la excitación o entrada del sistema (punto de golpeo) se ha fijado en una posición determinada. En la figura 3 se muestran en rojo los puntos de repuesta de cada cara y en azul aquellos en los que se produce la excitación. El mallado de puntos en la cara lateral izquierda es idéntico a la de la cara lateral derecha con el intervalo de puntos 31-45.

En total, por cada modelo, se han realizado 165 medidas de entrada-salida que luego una vez promediadas han dado lugar a 55 FRF (función de respuesta en frecuencia) una por cada punto.

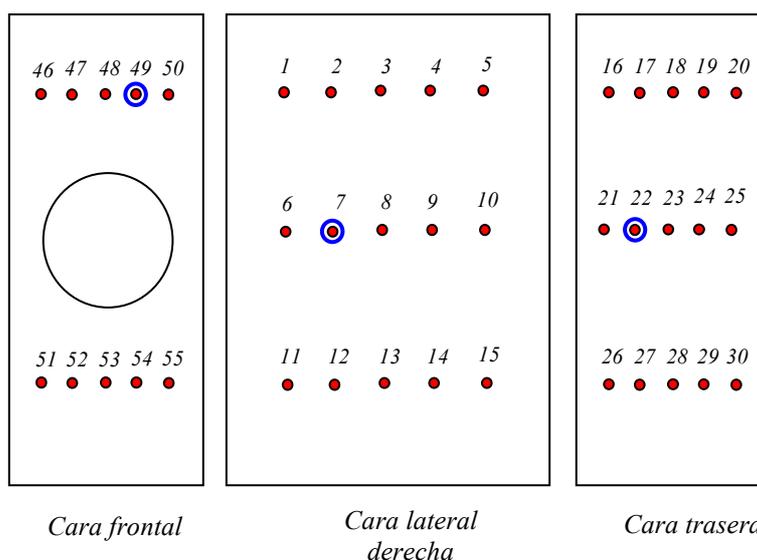


Figura 3. Puntos de excitación (entrada) y de medida (salida) del sistema.

En la figura 4 se muestran las 15 FRF obtenidas para la cara lateral derecha de la caja de DM.

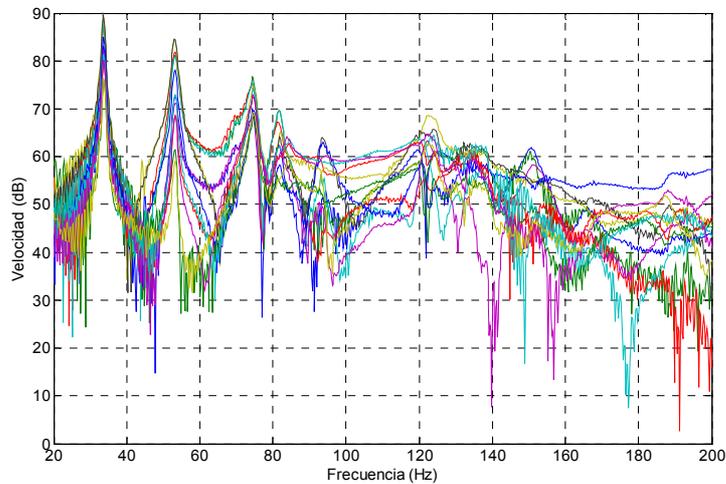


Figura 4. Funciones de respuesta en frecuencia en la cara derecha de la caja de DM.

Sobre cada una de las 55 FRF se ha ajustado una curva, a partir de la cual se extraerán los parámetros modales: frecuencias naturales y factores de amortiguamiento, para el rango de frecuencias de interés. El método de ajuste elegido es el Rational Fraction Polynomials [6].

Los dos modelos presentan una gran densidad modal en la banda de frecuencia de 0 a 200 Hz.

Una vez conocidos los resultados del análisis modal, el siguiente paso es conocer que modos de vibración se excitan, cuando el sistema está trabajando. Para simular unas condiciones de servicio se le ha enviado al altavoz una señal de ruido blanco. La amplitud de la señal se controla mediante el voltaje enviado a los bornes de la bobina del altavoz (Beyma 8BR40), que se fija en 2.58 V.

Los modelos se colocan en una cámara anecoica y se realizan dos tipos de medidas: de vibración y de intensidad sonora. En la primera de ellas, se mide mediante un acelerómetro piezoeléctrico la vibración de las paredes de la caja sobre el mallado de puntos de la figura 3. Estas medidas de vibración se restringen en frecuencia al rango de 0 a 250 Hz, porque en este tramo de frecuencia se encuentran los primeros modos de vibración de la caja, que son los que más contribuyen a la respuesta sonora del sistema. Para ambos modelos se han encontrado zonas con mayor amplitud de la velocidad de vibración en las bandas de frecuencia 50-55, 90-115 y 130-140 Hz, en las paredes laterales y trasera, y en 80-95, 110-115 y 120-130 Hz para la pared frontal. Para todas estas bandas de frecuencia se han encontrado en el análisis modal frecuencias propias, que o bien caen dentro de la banda o están muy próximas. En la figura 5 se muestra la media de velocidad de la cara derecha de la caja de DM.

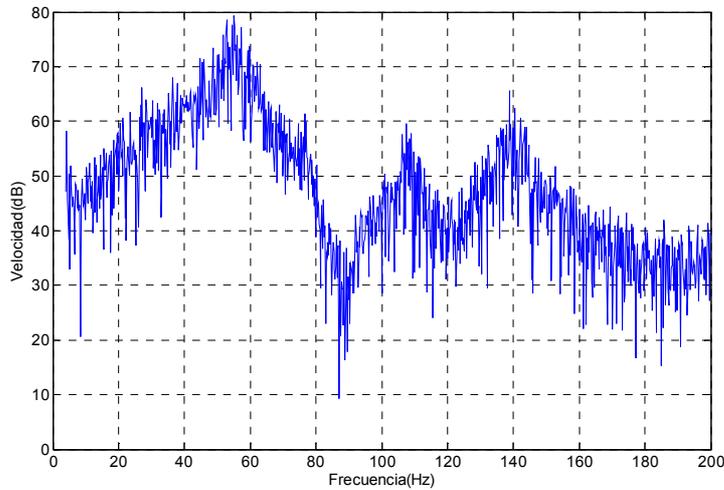


Figura 5. Velocidad promediada de la cara derecha de la caja de DM.

Se han realizado, asimismo, medidas de intensidad sonora. En la figura 7 se puede apreciar que la contribución de las paredes frontales es similar para ambas cajas, mientras que la contribución de las paredes laterales a la radiación es superior con el material DM que con el PMMA. Este análisis se ha restringido al rango de frecuencia de 100 a 500 Hz. Dentro de este intervalo de frecuencias se encuentran hasta 200 Hz los primeros modos de la caja y de 200 a 1000 Hz los primeros modos del aire interior, a partir de los 1000 Hz la densidad modal aumenta y el altavoz deja de comportarse como un pistón. De 0 a 250 Hz, la señal queda "coloreada" principalmente por los modos de vibración de la caja, ya que el primer modo de vibración del aire interior se encuentra a 245 Hz.



Figura 6. Montaje experimental.

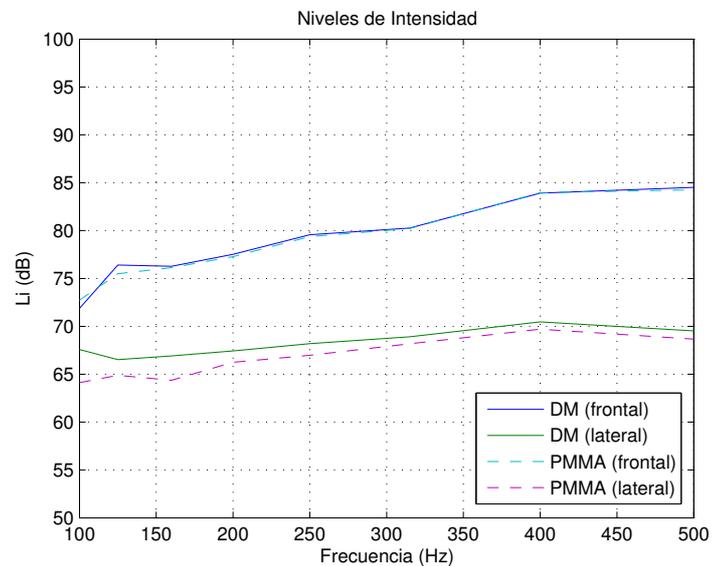


Figura 7. Nivel de intensidad medido en las caras frontal y lateral de las dos cajas.

3.2 Modelo numérico de elementos finitos

En base a los resultados experimentales, se han implementado dos modelos numéricos de elementos finitos. Uno tridimensional con acople fluido-estructura entre la caja, el pistón y aire interior de la caja, enfocado a estudiar el comportamiento vibracional de la caja en baja frecuencia, de 0 a 250 Hz. Y otro bidimensional, con acople fluido-estructura-fluido entre la caja, el pistón, el aire interior y el exterior a la caja, para estudiar el efecto que tienen en la presión sonora radiada por el sistema la caja y las resonancias del aire interior, en la banda de frecuencia de 0 a 1000 Hz. En la figura 8 se muestran los dos modelos implementados.

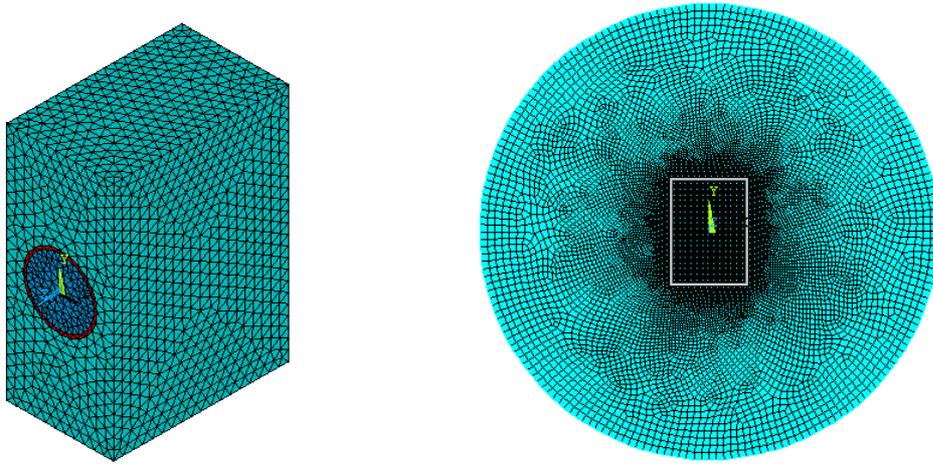


Figura 8. Modelos 3D y 2D implementados.

Para simular el movimiento del cono, se aplica una fuerza armónica en el centro de la membrana que constituye el diafragma del altavoz. Rodeando a dicha membrana, se ha implementado en los dos modelos una corona circular de material elástico, para contemplar el efecto de la compliancia C_{MD} del altavoz. En ausencia de fluido acústico la ecuación del problema armónico, para una estructura, es la siguiente:

$$[M]\{\ddot{u}^*\} + [C]\{\dot{u}^*\} + [K]\{u^*\} = \{f^{ext}(t)\} \quad (5)$$

Donde $[M]$ es la matriz de masa de la estructura, $[C]$ es la matriz de amortiguamiento de la estructura, $[K]$ es la matriz de rigidez de la estructura, $\{f^{ext}(t)\}$ son las fuerzas exteriores aplicadas a la estructura y $\{u^*\}$ es el vector de desplazamientos nodales que constituyen las incógnitas de la ecuación.

Sin embargo cuando contemplamos un fluido acústico en el problema, la interacción de la estructura y el fluido en la interfase de unión entre el fluido y la estructura, hace que las presiones del fluido generen desplazamientos en la estructura que se traducen en tensiones. A su vez los desplazamientos en la estructura dan lugar a presiones en el fluido. Las ecuaciones que gobiernan el acople del fluido con la estructura poseen los dos grados de libertad, desplazamientos y presiones, que serán comunes en la interfase de ambos. Si se añaden a la ecuación de movimiento para la estructura (5), las fuerzas debidas a la presión del fluido en la interfase, se obtiene:

$$[M]\{\dot{u}^*\} + [C]\{\dot{u}^*\} + [K]\{u^*\} = \{f^{ext}(t)\} + \{f^{pres}(t)\} \quad (6)$$

Donde $\{f^{pres}(t)\}$ es un vector que representa la carga de presión debida al fluido en el la interfase.

Por otro lado, en la ecuación de movimiento del fluido, aparece la matriz de acoplamiento $[R]$, cuya función es el acoplamiento en la interfase entre fluido y estructura.

$$[M^F]\{\dot{p}^*\} + [K^F]\{p^*\} + \rho[R]\{u^*\} = 0 \quad (7)$$

Donde $[M^F]$ es la matriz de masa del fluido, $[K^F]$ es la matriz de rigidez del fluido, $\{u^*\}$ y $\{p^*\}$ son los vectores de desplazamientos y presiones nodales, que constituyen las incógnitas de la ecuación.

La matriz $[R]$ relaciona la carga de presión del fluido en la estructura con las presiones del fluido:

$$\{f^{pres}(t)\} = [R]\{p\} \quad (8)$$

Si se escriben en una sola expresión las ecuaciones (6) y (7), teniendo en cuenta la relación (8), se obtiene la siguiente expresión que gobierna el comportamiento del sistema acoplado fluido-estructura:

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ \rho[R^T] & [M^F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}^*\} \\ \{\dot{p}^*\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}^*\} \\ \{\dot{p}^*\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [-R] \\ [0] & [K^F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u^*\} \\ \{p^*\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f^{ext}(t)\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

La comparación de resultados entre el modelo real y el numérico demuestra que, con la combinación de los dos modelos numéricos presentados es posible predecir, con bastante exactitud, la respuesta del sistema acoplado. En la figura 9 se muestra la comparativa entre la señal real y la simulada mediante el modelo numérico 3D, de la media de velocidades para el lado derecho de la caja de DM. El modelo numérico consigue reflejar los mayores valores de velocidad del sistema a 50-55, 90-115 y 130-140 Hz.

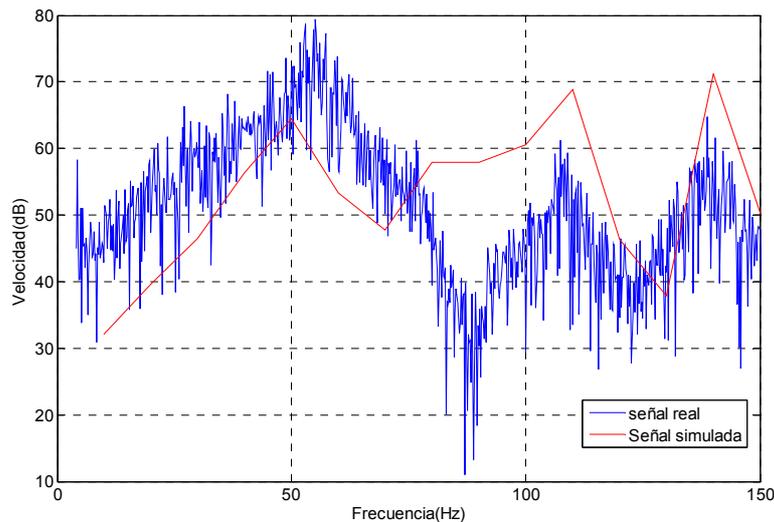


Figura 9. Velocidad promediada de la cara derecha de la caja de DM (señal real frente a señal simulada).

En la figura 10 se muestra la deformación de la caja de DM, a las frecuencias de 50, 110, 140 Hz. Cabe destacar que estas frecuencias están muy próximas a las encontradas para la caja en el análisis

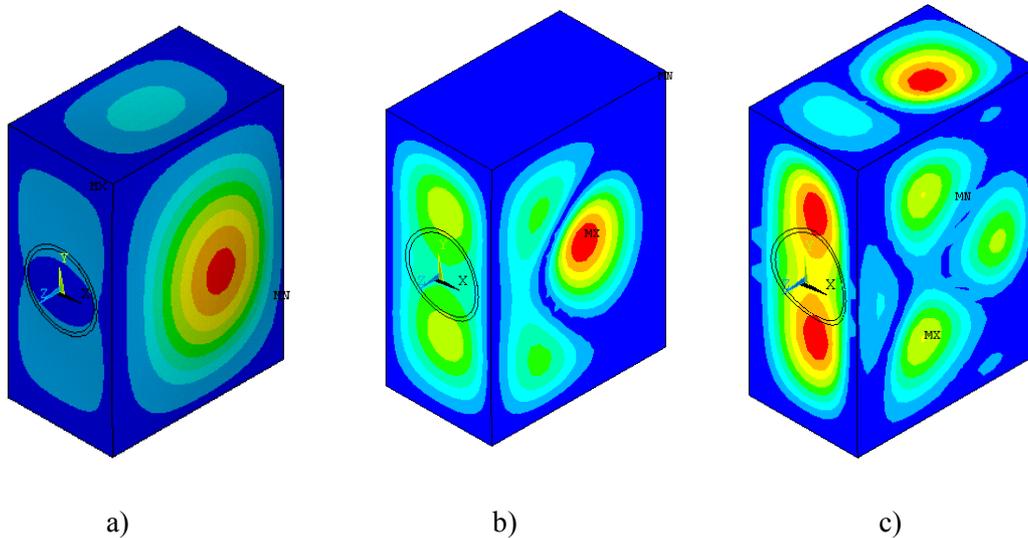


Figura 10. Deformación de la caja de DM. a) 50 Hz. b) 110 Hz. c) 140 Hz.

En la figura 11 se muestra la comparativa entre la señal real y la señal simulada mediante el modelo numérico 2D, de la presión sonora a un metro de la parte frontal del modelo de caja de PMMA.

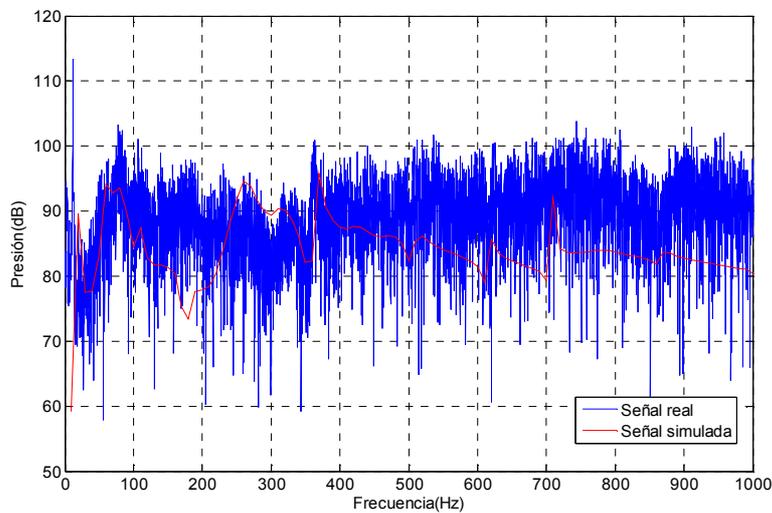


Figura 11. Señal de presión sonora del modelo numérico frente a señal real, para la caja de PMMA.

De 0 a 250 Hz las dos señales indican picos de presión a 20, 50, 80 y 105 Hz. Estos picos de presión están claramente relacionados con las frecuencias y modos de vibración de la caja, en esta misma banda de frecuencia. Por otro lado de 250 a 1000 Hz, aparecen tres picos de presión claros a 260, 360 y 710 Hz. Estas frecuencias están muy próximas a tres frecuencias propias del aire interior de la caja, 245, 344 y 688 Hz, que han sido calculados mediante la expresión.

$$f_{n_x, n_y, n_z} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad (10)$$

Donde, f_{n_x, n_y, n_z} son las frecuencias en Hz de los modos de vibración del recinto, l_x, l_y, l_z : son las dimensiones del recinto en la dirección x, y, z respectivamente. n_x, n_y, n_z pueden tomar los valores 0,1,2...etc.

En la figura 12 se muestra la distribución de presiones interiores y exteriores a la caja de PMMA, a las frecuencias de 80, 360 y 710 Hz.

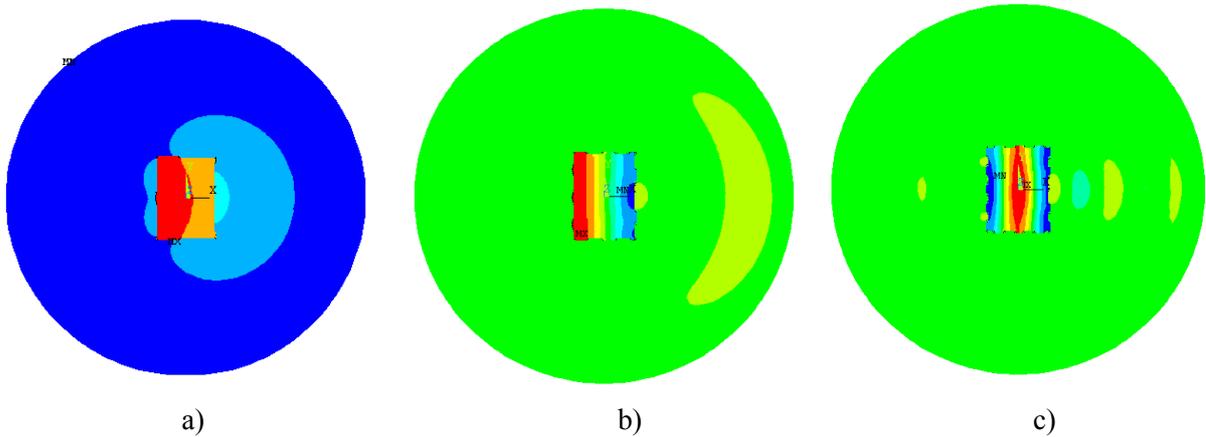


Figura 12. Distribución de presiones para el sistema acoplado con caja de DM. a) 80 Hz. b) 360 Hz. y c) 710 Hz.

4 Conclusiones

Tras la revisión de los resultados experimentales se puede concluir que la estructura y las ondas estacionarias del aire del interior de la caja "colorean" la señal del sistema:

- En baja frecuencia de 100 a 250 Hz, para los modelos estudiados, los primeros modos de vibración de la estructura son los que más influyen en la respuesta del sistema. Las diferencias en la respuesta vibracional y sonora para los modelos de caja estudiados, DM y PMMA son notables y destacan la importancia del material de construcción.
- A partir de 250 Hz hasta 1000 Hz empiezan a aparecer en la señales de presión sonora picos de mayor amplitud, en las frecuencias correspondientes a modos propios del aire interior, destacando los de 245, 344 y 688 Hz.

Los modelos numéricos de elementos finitos presentados en el presente trabajo, consiguen reflejar con bastante exactitud el comportamiento acoplado del sistema, y constituyen un paso adelante respecto a los presentados hasta el momento.

Referencias

- [1] Kagawa, Y. et al. Finite Element Approach to a Coupled Structural Acoustic Radiation System with Application to a Loudspeaker. *Journal of sound and Vibration*, Vol 69, 1980, pp. 229-243.
- [2] Suzuki K.; Nomoto I. Computerized Analysis and Observation of the Vibration Modes of a Loudspeaker. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 30, 1982, pp. 96-106.
- [3] Sakai, S. et al. Acoustic Field in an Enclosure and Its Effects on Sound-Pressure Responses of a Loudspeaker. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 32, 1984, pp. 218-227.
- [4] Kirkup, S.M.; Jones M.A. Computational Methods for the Acoustic Modal Analysis of an Enclosed Fluid With Application to a Loudspeaker Cabinet. *Applied Acoustics*, Vol 48, 1996, pp. 275-299.
- [5] Karjalainen M. et al. Comparison of Numerical Simulation Models and Measured Low-Frequency Behavior of Loudspeaker Enclosures. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 49(12), 2001, pp. 1148-1166.
- [6] Richardson M. H.; David L. F. Global Curve Fitting of Frequency Response measurements using the Rational Fraction Polynomial Method. *3RD IMAC Conference- Orlando, FL*, enero 1985.