

ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO TRIDIMENSIONAL DO SOM ENTRE DOIS ESPAÇOS FECHADOS USANDO UM MÉTODO SEM MALHA

P. Amado Mendes¹, L.M.C. Godinho¹, F.G. Branco¹

¹CICC Dep. Eng. Civil, Universidade de Coimbra
Dep. Eng. Civil da FCTUC, Rua Luís Reis Santos, 3030-788 Coimbra
{ pamendes, lgodinho, fjbranco }@dec.uc.pt

Resumo

Tradicionalmente, a modelação de propagação do som bi e tridimensional tem vindo a ser efectuada com recurso a métodos numéricos com o Método dos Elementos Finitos, o Método dos Elementos de Fronteira (BEM) e o Método das Diferenças Finitas. Recentemente, tem vindo a ser desenvolvida uma nova classe de métodos numéricos, denominada Métodos Sem Malha (*Meshless Methods*).

Os autores aplicam um destes métodos, o Método das Soluções Fundamentais (MFS) ao estudo da propagação de ondas sonoras em 3D entre dois espaços fechados ligados por intermédio de uma abertura de pequenas dimensões, que pode encontrar-se sem qualquer material ou preenchida com um material homogéneo. No caso específico em análise, o sistema é composto por dois compartimentos fechados, limitados por paredes rígidas, e separados por uma parede rígida de pequena espessura (tendendo para espessura nula) contendo uma pequena abertura. Para esta configuração, o procedimento tradicional através de métodos como o MFS ou o BEM conduzem à criação de um sistema indeterminado de equações, pelo que o modelo proposto recorre a uma técnica de decomposição do domínio.

Palavras-chave: Método das Soluções Fundamentais, espaço fechado, redução sonora.

Abstract

Traditionally, sound propagation in 2D and 3D configurations has been modelled using numerical methods like the Finite Element Method, the Boundary Element Method (BEM) and the Finite Differences Method. In recent years, a new class of numerical methods has been increasingly used, namely the Meshless Methods.

The authors apply the Method of Fundamental Solutions (MFS) to study the 3D propagation of sound waves between two closed spaces connected by a small window, which may be open or filled with a homogeneous material. In this specific case, the system is composed of two closed rooms, limited by rigid walls, and separated by a thin rigid wall (tending to null thickness) with a small opening. For such a configuration, a traditional single-domain approach using methods like the MFS or the BEM will lead to undetermined equation systems, and thus the proposed model makes use of domain decomposition.

Keywords: Method of Fundamental Solutions, closed space, sound reduction.

1 Introdução

A transmissão do som entre dois compartimentos separados por uma parede de compartimentação constitui um problema dinâmico complexo, envolvendo numerosas variáveis. Entre estas, as propriedades físicas e elásticas da parede e a frequência do som incidente são geralmente consideradas dominantes. Sabe-se que o isolamento sonoro e a massa do elemento se encontram fortemente relacionados, exercendo as forças de inércia um papel dominante.

Quanto à frequência incidente, é sabido que a energia de vibração de uma partícula diminui com o aumento da frequência sonora. Este facto, em conjunto com uma mais elevada capacidade de dissipação de energia, leva a uma melhoria do isolamento com o aumento da frequência de excitação. Este tema tem entusiasmado muitos investigadores ao longo dos anos, tendo vindo a ser propostos muitos modelos para estimar o isolamento sonoro proporcionado por paredes. Um dos modelos mais conhecidos denomina-se lei da massa [1] e tem sido extensivamente aplicado ao estudo do isolamento sonoro de muitos tipos de paredes de compartimentação. Todavia, as limitações deste modelo motivaram o desenvolvimento de modelos mais complexos, tais como os propostos por Sharp [2] ou por Tadeu e António [3].

Os modelos atrás referidos são geralmente aplicáveis a elementos homogêneos, permitindo ter em conta muitos aspectos do comportamento dinâmico do sistema de compartimentação. No entanto, a parede nem sempre deve ser analisada como um elemento homogêneo isolado. O seu comportamento é ainda influenciado por outras variáveis, tais como a existência de pontos fracos ao longo do elemento ou o comportamento acústico dos elementos e espaços circundantes. Assim, quando a parede de compartimentação separa dois espaços fechados, o isolamento sonoro não é determinado apenas pelo comportamento dinâmico dos elementos de compartimentação, mas sofre também a influência do comportamento acústico de ambos os espaços. Adicionalmente, se a partição não for homogênea, deve ter-se um cuidado especial em garantir que os seus pontos fracos são tidos em conta de forma adequada.

Tendo em mente estes problemas, alguns autores tentaram desenvolver modelos mais complexos, que permitem ter em conta um maior número de variáveis. Foram propostos diversos esquemas numéricos para previsão do isolamento sonoro. Um destes métodos, a Análise Estatística de Energia (*Statistical Energy Analysis* - SEA), é muito adequado para o estudo de problemas envolvendo transmissão sonora, como foi demonstrado por Craik [4]. No entanto, sabe-se que as previsões efectuadas utilizando o SEA em baixas frequências geram resultados pouco fiáveis, e portanto o método mostra-se inadequado para a realização de análises em baixas frequências. Para ultrapassar esta dificuldade, Steel and Craik [5] utilizaram o SEA em conjunto com um modelo baseado no Método dos Elementos Finitos (FEM) para estimar a transmissão sonora entre paredes.

Maluski and Gibbs [6] utilizaram um modelo de FEM para prever o isolamento sonoro entre compartimentos adjacentes, em baixas frequências, tendo concluído que o isolamento sonoro é muito influenciado pelo comportamento daqueles espaços.

Ao longo das últimas duas décadas, o Método dos Elementos de Fronteira (*Boundary Element Method* - BEM) tem vindo a tornar-se uma das técnicas numéricas mais importantes para a resolução de problemas de propagação de ondas, particularmente em domínios envolvendo meios infinitos e semi-infinitos (ver, por exemplo, Godinho e Tadeu [7]). A maior vantagem do BEM e de métodos semelhantes, especialmente em relação ao FEM e FDM, é o facto de ser possível a resolução da equação de onda quando apenas as fronteiras se encontram discretizadas. Utilizando o BEM, Santos e Tadeu [8] estudaram o isolamento acústico proporcionado por uma parede simples com comportamento elástico, separando dois túneis. Estes autores concluíram que a geometria e o comportamento dinâmico dos túneis exercem uma forte influência no isolamento sonoro ministrado pela parede de separação. Posteriormente, Tadeu e Godinho [9] utilizaram o BEM, em conjunto com soluções fundamentais, para um meio semi-infinito, para analisar a propagação de ondas sonoras em torno de painéis leves elásticos amovíveis.

No entanto, o BEM envolve uma formulação matemática sofisticada, e requer um conhecimento prévio de equações fundamentais, que se encontram disponíveis apenas para alguns tipos específicos de equações diferenciais. A sua eficiência depende de tratamentos especiais na integração numérica de integrais singulares e hipersingulares.

Como consequência destas dificuldades, os matemáticos e engenheiros têm vindo a desenvolver uma nova classe de métodos numéricos, usualmente designados Métodos Sem Malha, visto que estes não requerem a discretização do domínio nem da fronteira. Uma destas técnicas é o Método das Soluções Fundamentais (*Method of Fundamental Solutions* - MFS), que pode ser visto como um BEM indirecto, uma vez que a resolução é efectuada após a satisfação das condições de fronteira. Apesar de este método exigir o conhecimento prévio de soluções fundamentais, não é necessário realizar integrações numéricas, pelo que assim a dificuldade originada pelas integrações singulares e hipersingulares é evitada.

Embora diferentes estudos publicados abordem o uso destas técnicas em acústica, a sua utilização encontra-se restrita essencialmente à resolução da equação de Helmholtz em problemas envolvendo domínios bidimensionais. Godinho et al [10] estudaram a precisão do MFS na análise de problemas 2D de acústica e de transferência de calor, tendo concluído que o método é muito preciso quando aplicado ao estudo de configurações geométricas suaves. Mais tarde, aqueles autores [11] implementaram o MFS em conjunto com técnicas de decomposição de domínio, para simular a propagação de ondas em volta de elementos finos e de fissuras.

No presente artigo, os autores implementam um modelo tridimensional para simular a propagação de som entre dois espaços fechados ligados através de uma parede rígida contendo uma heterogeneidade. Esta heterogeneidade pode ser constituída por uma abertura ou uma placa que permita apenas uma transmissão parcial da energia incidente (ver, por exemplo, Mechel [12]). Visto que a parede de separação é modelada como um elemento fino, torna-se necessário fazer uso de uma decomposição do domínio para ultrapassar as dificuldades numéricas associadas à presença de elementos finos. Primeiro, apresenta-se a formulação matemática do modelo MFS, em conjunto com as soluções fundamentais utilizadas na sua implementação. Em seguida, apresenta-se uma breve descrição da técnica de decomposição do domínio. Segue-se a verificação do modelo, comparando os resultados com os obtidos utilizando uma solução analítica de referência conhecida para uma configuração simples. O modelo é então aplicado ao estudo da redução sonora proporcionada por uma parede rígida contendo a heterogeneidade atrás descrita.

2 Formulação matemática

2.1 Propagação do som em espaços tridimensionais

A propagação do som no interior de um espaço tridimensional pode ser matematicamente descrita, no domínio da frequência, pela equação diferencial de Helmholtz,

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0, \quad (1)$$

onde $\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}$, p é a pressão acústica, $k = \omega/\alpha$, $\omega = 2\pi f$, f é a frequência e α é a velocidade de propagação do som no meio acústico.

Considerando uma fonte pontual localizada no interior deste meio de propagação, em \mathbf{x}_0 , é possível definir soluções fundamentais para a pressão sonora e para a velocidade das partículas num ponto \mathbf{x} , que podem ser escritas como

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0, k) = \frac{e^{-ikr}}{r}, \text{ com } r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}, \quad (2)$$

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0, k, \vec{n}) = \frac{1}{-i\rho\omega} \frac{(-ikr-1)e^{-ikr}}{r^2} \frac{\partial r}{\partial \vec{n}}. \quad (3)$$

Na equação (3), \vec{n} representa a direcção ao longo da qual se pretende determinar a velocidade das partículas.

2.2 Formulação matemática do MFS

O MFS pode ser usado para modelar uma geometria genérica, com diferentes condições de fronteira. Para esse efeito, considere-se um espaço fechado de geometria qualquer, como representado na Figura 1. Assumindo a presença de NS fontes virtuais localizadas fora do meio de propagação, em redor do espaço fechado, a pressão sonora pode ser determinada recorrendo a uma combinação linear de soluções fundamentais da equação de Helmholtz, correspondentes à contribuição de cada uma dessas fontes. Assim, dentro do domínio de propagação, o campo de pressões pode ser obtido por

$$p(\mathbf{x}, k) = \sum_{j=1}^{NS} Q_j G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j, k), \quad (4)$$

em que \mathbf{x}_j representa as coordenadas da fonte j (x_j, y_j, z_j), e Q_j é a amplitude daquela fonte. A velocidade das partículas pode ser obtida de forma similar.

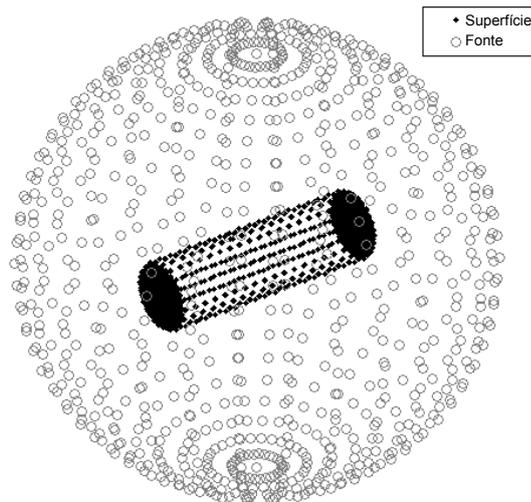


Figura 1 – Configuração geométrica genérica do problema.

Se se considerarem N pontos de colocação, localizados sobre a superfície da fronteira Γ do espaço fechado, e se forem impostas as condições de fronteira adequadas em cada um desses pontos, torna-se possível definir um sistema de N equações por NS incógnitas. Se $N=NS$, o sistema de equações pode ser resolvido recorrendo a métodos como o da eliminação de Gauss; no caso em que $N>NS$, uma solução pode ser obtida recorrendo ao método dos mínimos quadrados, minimizando o quadrado do erro registado sobre os pontos de colocação considerados.

Qualquer condição de fronteira pode ser imposta em dado ponto de colocação. As condições de fronteira mais comuns correspondem à imposição de valores conhecidos para a velocidade das partículas ($v(\mathbf{x},k,\vec{n})=C$) ou para a pressão sonora ($p(\mathbf{x},k)=C$), ou à imposição de uma relação entre aquelas duas grandezas ($p(\mathbf{x},k)/v(\mathbf{x},k,\vec{n})=C$). Esta última estratégia pode ser usada para, por exemplo, simular uma superfície absorvente. Nesse caso, se se considerar uma superfície completamente absorvente, quando sujeita à incidência de ondas planas paralelas a essa superfície, a condição de fronteira a impor será dada por $p(\mathbf{x},k)/v(\mathbf{x},k,\vec{n})=\rho\alpha$.

2.3 MFS com múltiplos domínios

A formulação anteriormente apresentada pode ser usada no caso genérico de um qualquer domínio homogéneo, onde não ocorram singularidades geométricas como a existência de elementos finos. No entanto, esta formulação pode ser generalizada de forma a permitir também simular esse tipo de situações, recorrendo à técnica da decomposição em subdomínios.

Considere-se, agora, um sistema composto por dois domínios fechados, ligados entre si (Ω_1 e Ω_2), o primeiro com uma densidade ρ_1 e permitindo a propagação do som com uma velocidade α_1 , e o segundo com densidade ρ_2 e permitindo a propagação das ondas sonoras com uma velocidade α_2 .

Considerando um conjunto de $NS1$ fontes distribuídas em redor de Ω_1 , e de $NS2$ fontes distribuídas em redor de Ω_2 , o campo de pressões dentro de cada domínio pode ser escrito como:

$$p(\mathbf{x},k_1) = \sum_{j=1}^{NS1} Q_j G(\mathbf{x},\mathbf{x}_{1,j},k_1), \quad (5)$$

$$p(\mathbf{x},k_2) = \sum_{j=1}^{NS2} P_j G(\mathbf{x},\mathbf{x}_{2,j},k_2), \quad (6)$$

onde $k_1 = \frac{\omega}{\alpha_1}$, $k_2 = \frac{\omega}{\alpha_2}$, Q_j e P_j são as amplitudes das fontes virtuais existentes em redor de Ω_1 e

Ω_2 , respectivamente.

Para determinar as amplitudes Q_j e P_j , torna-se necessário considerar $N1$ e $N2$ pontos de colocação cobrindo toda a superfície de cada domínio, nos quais as condições de fronteira adequadas são impostas. Em cada ponto de colocação localizado na superfície que liga os dois domínios, condições de fronteira de continuidade devem ser impostas, com $p(\mathbf{x},k_1)=p(\mathbf{x},k_2)$ e $v(\mathbf{x},k_1,\vec{n})=v(\mathbf{x},k_2,\vec{n})$.

Depois de impostas estas condições, um sistema com $N1+N2$ equações por $NS1+NS2$ incógnitas pode ser formado, permitindo calcular as incógnitas Q_j e P_j .

É importante ter em conta que outras condições de fronteira podem também ser simuladas na superfície que liga os dois espaços. Se considerarmos que esta ligação é materializada por uma placa homogénea de massa m , e que se comporta como uma placa livre, sem amortecimento interno e sem rigidez, seguindo a abordagem proposta em Mechel [12], torna-se possível estabelecer as seguintes

relações entre a pressão sonora em ambas as faces da placa e as velocidades das partículas na direcção normal à superfície:

$$p(\mathbf{x}, k_1) - p(\mathbf{x}, k_2) = i\omega m v(\mathbf{x}, k_1, \vec{n}). \quad (7)$$

Para este caso, torna-se ainda necessário garantir a continuidade de velocidades entre ambas as faces da placa, pelo que,

$$v(\mathbf{x}, k_1, \vec{n}) = v(\mathbf{x}, k_2, \vec{n}). \quad (8)$$

Estas relações permitem definir duas equações em cada ponto de colocação localizado sobre a superfície de ligação entre domínios, conduzindo à definição do sistema de $N1+N2$ equações por $NS1+NS2$ incógnitas.

2.4 Verificação do modelo

Para verificar o comportamento do modelo MFS com vários domínios, considere-se um espaço paralelepédico com dimensões 6m x 1m x 1m, preenchido com ar, com uma densidade de 1.22 kg/m³ e permitindo uma velocidade de propagação das ondas sonoras de 340 m/s. Considere-se ainda que todas as superfícies que limitam o espaço são rígidas, excepto a face localizada em $x=0$ m, onde se impõe uma velocidade de vibração de $v = 1$ m/s, segundo a direcção normal a essa superfície.

Para esse caso, o comportamento do sistema pode ser assemelhado ao de uma geometria unidimensional, com a propagação de ondas planas entre uma superfície vibrante e uma superfície rígida. Torna-se, por isso, possível definir uma solução analítica para este problema, através da equação:

$$p(x, k) = \rho\alpha e^{-ikx} \frac{(1 + e^{-2ik(L-x)})}{(1 - e^{-2ikL})}, \quad (9)$$

onde L é a distância entre as duas superfícies e x é a posição do ponto a analisar entre as duas superfícies.

O modelo MFS proposto foi usado para modelar esta situação, dividindo o meio de propagação em dois subdomínios de igual dimensão, e ligando-os através da imposição de condições de continuidade de pressões e velocidades das partículas na superfície de ligação. Para tal, 300 fontes virtuais foram colocadas em redor de cada subdomínio, a uma distância de 100 m. 1000 pontos de colocação foram distribuídos de forma uniforme ao longo das superfícies da fronteira dos dois domínios, originando assim um sistema com 2000 equações e 600 incógnitas. A solução deste sistema foi obtida através da minimização do quadrado do erro sobre a fronteira pelo método dos mínimos quadrados.

A Figura 2 ilustra os resultados obtidos para a parte real e imaginária da resposta sobre uma linha de receptores situados entre a superfície vibrante e a superfície rígida oposta, para uma frequência de 250 Hz. Observando esta figura, é possível concluir que a solução obtida através do MFS representa uma aproximação muito boa à solução analítica, indicando que a implementação do modelo foi correctamente realizada e que este apresenta um bom comportamento.

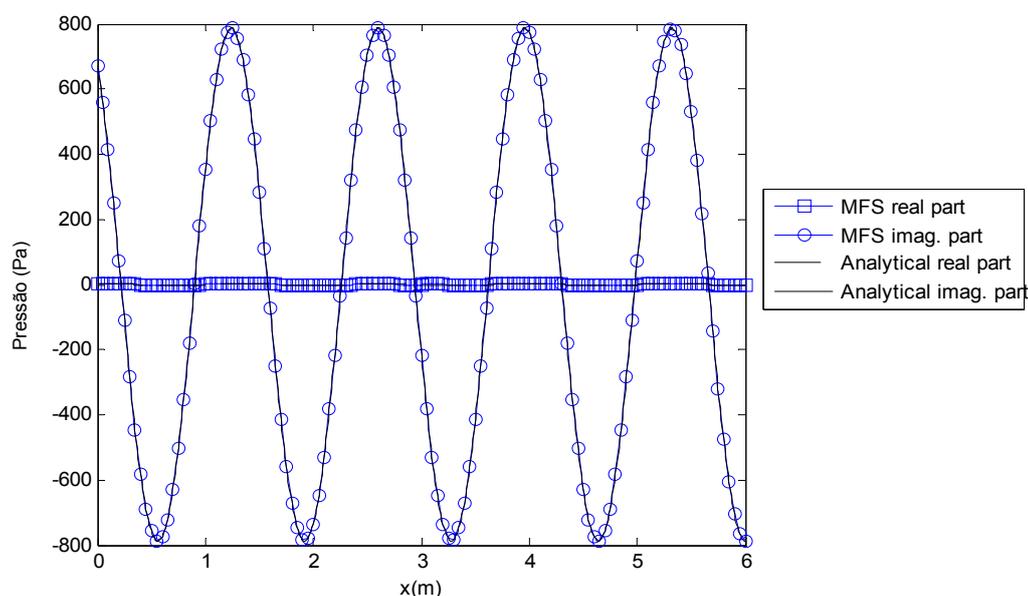


Figura 2 – Partes real e imaginária da resposta para uma frequência de 250 Hz.

3 Exemplos numéricos

A formulação numérica proposta foi utilizada para estudar a propagação do som entre dois compartimentos. Seguidamente, apresentam-se dois grupos distintos de análises: o primeiro, corresponde a um problema com dois compartimentos ligados por uma abertura com diferentes dimensões e colocada em diferentes posições; no segundo, simula-se um sistema composto pelos mesmos compartimentos, mas numa situação em que a abertura se encontra preenchida por uma placa homogénea com massa conhecida, que vibra. Em todos os casos, a parte remanescente da parede entre os compartimentos é considerada como totalmente rígida e com uma espessura reduzida, tendencialmente nula.

Nos diferentes casos apresentados, ambos os compartimentos são paralelepípedicos com dimensões de 3m x 4m x 3m. O campo sonoro no interior de cada um daqueles espaços é simulado por 450 fontes virtuais, colocadas a uma distância de 100 m da fronteira. As condições de fronteira adequadas são prescritas em 1650 pontos de colocação, ao longo de toda a superfície dos espaços. O meio de propagação apresenta uma densidade de 1.22 kg/m³, e permite a propagação das ondas de pressão sonora com uma velocidade de 340 m/s.

3.1 Caso 1 – uma abertura entre dois compartimentos

Para o primeiro conjunto de resultados, considere-se uma abertura, numa parede que separa dois compartimentos adjacentes. Conduziu-se um conjunto de simulações, adoptando diferentes dimensões da abertura e diferentes tipos de fontes emissoras. Para cada caso, a resposta numérica foi obtida para 160 frequências, numa gama de 45 Hz a 345 Hz, em dois grupos de receptores, dispostos em cada um dos compartimentos. Estes receptores localizam-se ao longo de uma grelha tridimensional regular de 288 receptores, igualmente espaçados de 0.5 m em cada direcção. Utilizando estas duas grelhas, avaliou-se o nível médio de pressão sonora no interior de cada compartimento (L1 e L2), tal como a

redução sonora entre os dois espaços, L1-L2. Nas Figuras 3b e 3c, apresentam-se as curvas de redução sonora calculadas para o caso de uma pequena abertura com dimensões de $1 \times 1 \text{ m}^2$, e quando a fonte emissora é uma parede a vibrar, com $v=1 \text{ m/s}$, no interior de um dos compartimentos, em $x=0.0 \text{ m}$. Como se pode observar na Figura 3a, admitem-se duas posições diferentes da abertura. Os resultados obtidos indicam que a redução sonora apresenta variações significativas ao longo da frequência, exibindo um comportamento oscilatório com sucessão de pontos fracos na curva de redução sonora. Analisando a localização destes pontos no domínio da frequência, torna-se possível relacioná-los com campos de ondas estacionários gerados no interior de ambos os compartimentos. Em espaços paralelepípedicos, é possível determinar analiticamente aquelas frequências próprias como:

$$f_{n,m,p} = \frac{\alpha}{2} \sqrt{\left(\frac{n}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{p}{L_z}\right)^2}, \quad (10)$$

onde n , m e p são o número de ordem do modo próprio segundo as direcções x , y e z , e L_x , L_y e L_z são as dimensões do espaço segundo as mesmas direcções. Para o sistema modelado, esta equação permite concluir que os primeiros modos dos compartimentos situam-se em $f_{1,0,0} = 56.7 \text{ Hz}$, $f_{0,1,0} = 42.5 \text{ Hz}$, $f_{0,0,1} = 56.7 \text{ Hz}$, $f_{1,1,0} = 70.8 \text{ Hz}$, $f_{1,0,1} = 80.1 \text{ Hz}$, $f_{0,1,1} = 70.8 \text{ Hz}$ e $f_{1,1,1} = 90.7 \text{ Hz}$. Em virtude da simetria do modelo analisado na primeira simulação, apenas parte destes modos pode ser identificada na Figura 3b.

Foram igualmente calculadas as curvas de redução sonora em bandas de 1/3 de oitava e em bandas de oitava, que se podem observar na mesma figura. Apresenta-se também uma curva de referência, correspondente ao cálculo simplificado em que o coeficiente de transmissão sonora é considerado igual a 1, na abertura livre, e igual a 0, na parte remanescente da parede rígida. Recorrendo a esta abordagem, a redução sonora pode ser estimada através da ponderação das áreas da abertura e da parede rígida, através da seguinte expressão:

$$R = 10 \log \left(\left(\frac{A_{abertura} \tau_{abertura} + A_{parede} \tau_{parede}}{A_{abertura} + A_{parede}} \right)^{-1} \right), \quad (11)$$

sendo A_{parede} e $A_{abertura}$, respectivamente, as áreas da abertura e da parede rígida.

Comparando as curvas obtidas em bandas de oitava e de 1/3 de oitava com a curva resultante do cálculo simplificado, pode observar-se que, apesar de se registarem diferenças significativas entre elas, existe uma tendência para que estas curvas oscilem em torno da previsão simplificada. Na realidade, para as bandas de oitava de 125 Hz e 250 Hz, a redução sonora obtida pelo modelo MFS é muito próxima da estimada pela abordagem simplificada.

Numa segunda simulação, a abertura é deslocada da posição 1 para a posição 2 (veja-se a Figura 3a). Analisando a curva de redução sonora obtida, ao longo da gama de frequências, observa-se a presença de pontos fracos adicionais, resultantes de modificações no comportamento dinâmico do sistema analisado. De facto, para este caso, o sistema deixa de ser simétrico, sendo excitados diferentes modos próprios. Assim, todos os modos acima identificados são agora claramente visíveis como zonas de isolamento reduzido na curva de redução sonora apresentada. Analisando as curvas em bandas de oitava e de 1/3 oitava, estas apresentam globalmente valores um pouco superiores aos do caso anterior, acompanhando a tendência geral definida pelo modelo simplificado.

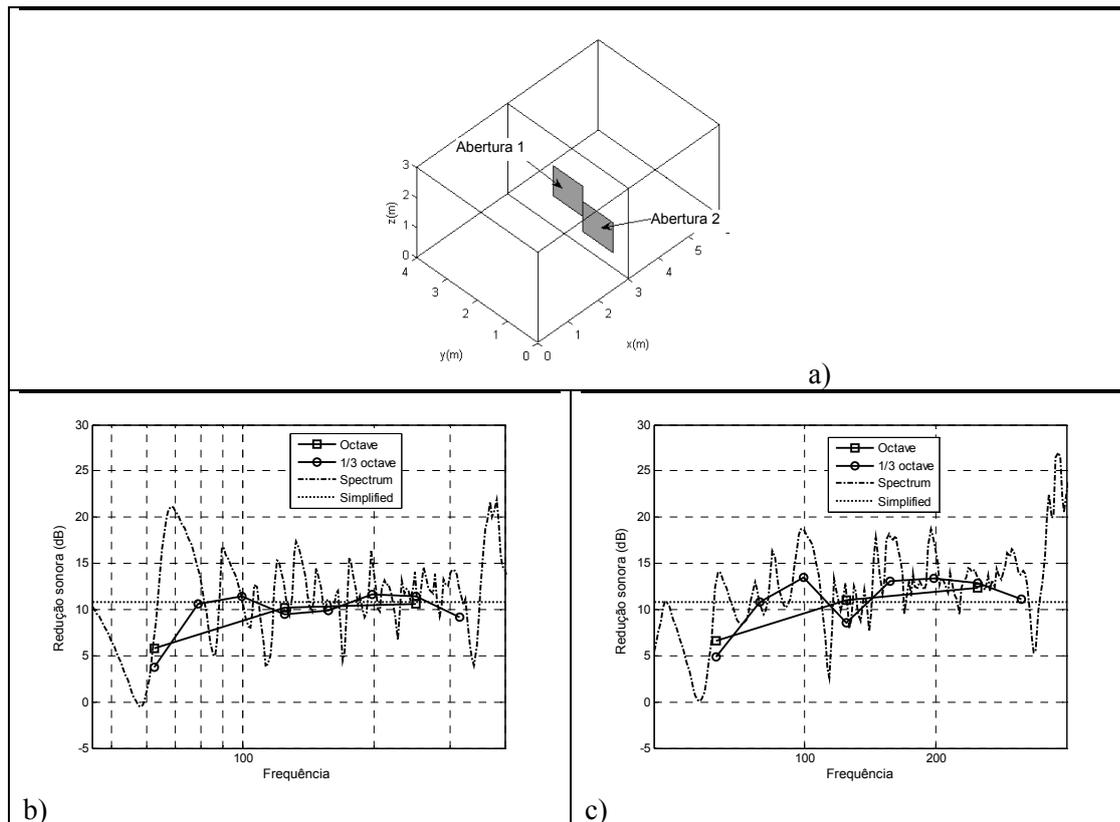


Figura 3 – Dois compartimentos separados por uma parede com uma abertura com $1 \times 1 \text{ m}^2$: a) geometria do sistema; b) e c) redução de níveis sonoros para a abertura nas posições 1 e 2, respectivamente.

De modo a avaliar a influência da localização da abertura, quando a fonte emissora é apenas uma pequena parte da parede, levou-se a cabo um outro conjunto de simulações. Assim, considerou-se, agora, que a fonte emissora é constituída por uma superfície, com dimensões de $1 \times 1 \text{ m}^2$, a vibrar com $v=1 \text{ m/s}$, e localizada de $(y=0.5 \text{ m}; z=0.5 \text{ m})$ a $(y=1.5 \text{ m}; z=1.5 \text{ m})$. Simulou-se a localização da abertura entre os compartimentos em três posições: uma centrada na parede de separação, outra alinhada com a superfície emissora, e uma terceira no canto oposto daquela parede. Em todas as situações as dimensões da abertura mantiveram-se constantes e iguais a $1 \times 1 \text{ m}^2$. Esta geometria é representada esquematicamente na Figura 4a.

Os resultados obtidos mantêm o comportamento oscilatório atrás analisado, relativo aos campos de ondas estacionários gerados no interior dos compartimentos (Figuras 4b a 4d). Observando as curvas em bandas de oitava e de 1/3 de oitava, verifica-se que, para as três localizações da abertura, a redução sonora é reduzida, nas baixas frequências. Os valores obtidos numericamente são, de facto, bastante inferiores aos determinados pelo método simplificado. Contudo, a redução sonora aparenta aumentar para frequências mais elevadas, identificando-se comportamentos com algumas diferenças para os três casos. Apesar de estas diferenças não serem significativas, a análise das curvas em bandas de oitava permite detectar que, globalmente, a redução sonora na presença da segunda abertura é inferior às calculadas para as restantes aberturas. Estes resultados podem explicar-se atendendo às posições relativas da fonte emissora e da abertura, que, no caso da segunda abertura, se encontram perfeitamente alinhadas. Devido a este facto, existe uma trajectória directa das ondas sonoras, que se propagam do compartimento emissor para o espaço receptor com reduzida atenuação.

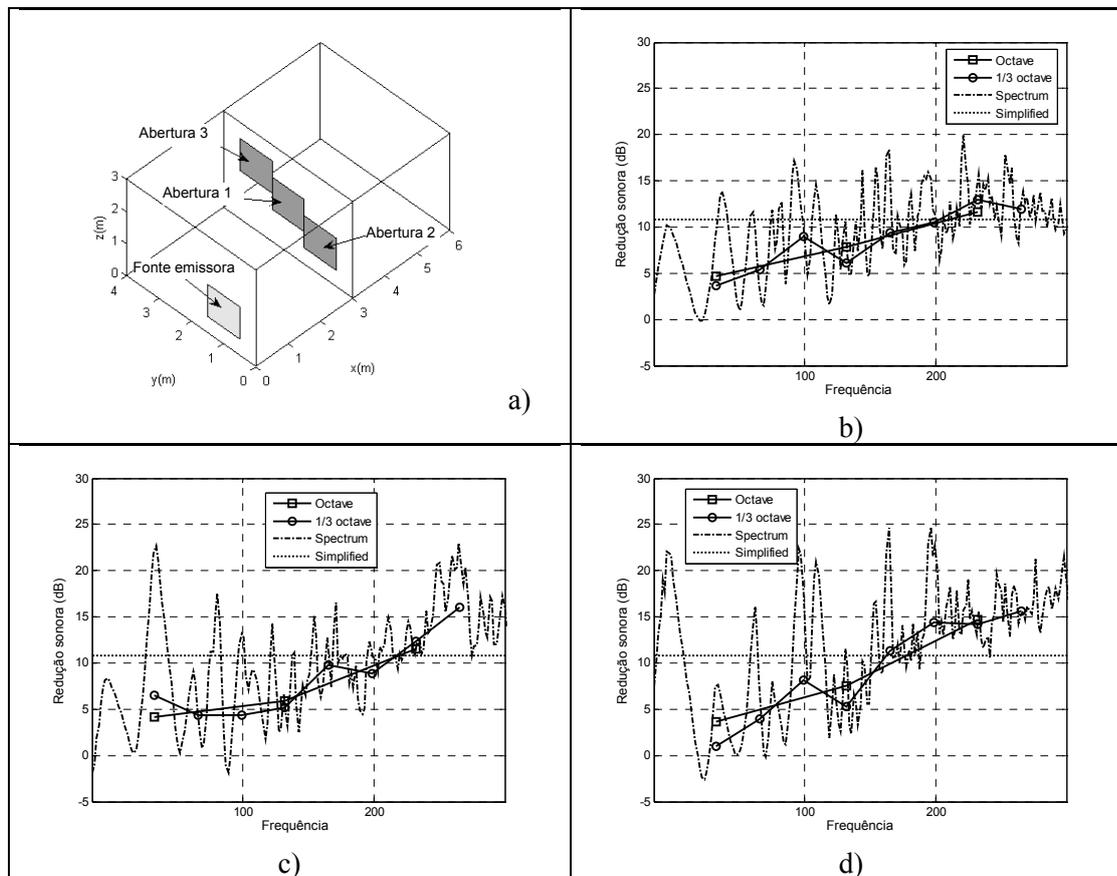


Figura 4 – Dois compartimentos separados por uma parede com uma abertura com $1 \times 1 \text{ m}^2$, com uma pequena fonte emissora num dos espaços: a) geometria do sistema; b), c) e d) redução de níveis sonoros para a abertura nas posições 1, 2 e 3, respectivamente.

3.2 Caso 2 – uma placa em parte da parede rígida entre dois compartimentos

No segundo conjunto de casos apresentados neste trabalho, o elemento de separação entre os dois compartimentos corresponde a uma parede pesada (com coeficiente de transmissão sonora nulo), que incorpora uma placa em material leve. Nestes casos, as condições de fronteira prescritas na superfície daquela placa correspondem às indicadas nas equações (7) e (8). Na Figura 5a representa-se o sistema modelado, incorporando uma placa com dimensões de $1 \times 1 \text{ m}^2$ e uma massa de 25 kg/m^2 , na parede rígida que separa os espaços. Num dos compartimentos (sala 1), uma superfície localizada em $x=0.0 \text{ m}$ vibra com uma velocidade de 1 m/s , gerando um campo sonoro.

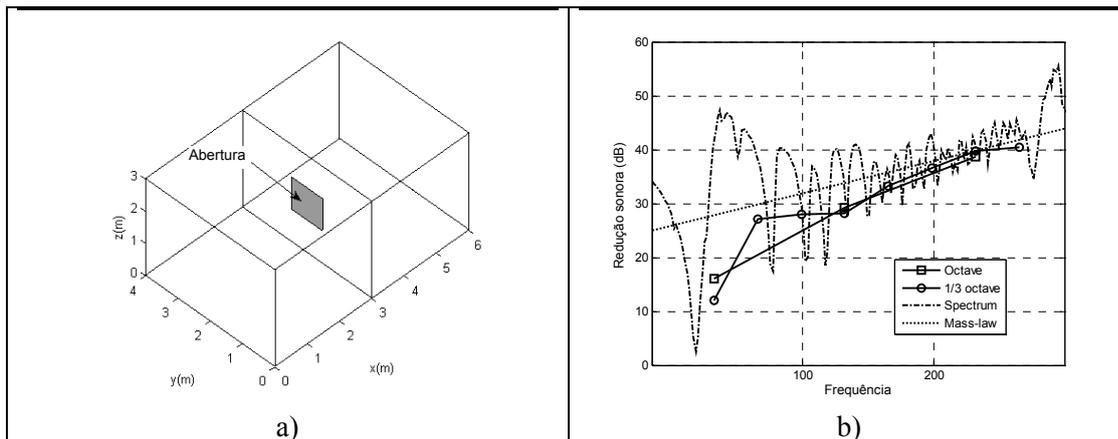


Figura 5 – Dois compartimentos separados por uma parede, que incorpora um painel leve com dimensões de $1 \times 1 \text{ m}^2$: a) geometria do sistema; b) redução de níveis sonoros entre os dois espaços.

Na Figura 5b representa-se a redução sonora prevista a partir do modelo MFS, juntamente com a redução estimada por um cálculo simplificado, com base na lei da massa e na equação (11). Esta abordagem prevê, de forma simplificada, que a redução sonora conferida por esta parede aumenta ao longo da frequência, com uma inclinação de 6 dB/oitava. Por outro lado, o espectro de redução sonora ao longo da frequência previsto pelo modelo MFS apresenta um comportamento muito oscilatório, cuja tendência geral segue a estimada pelo modelo simplificado. Aquelas oscilações poderão ser justificadas pelo campo de ondas bastante complexo gerado no interior de cada compartimento, com reflexões múltiplas nas várias superfícies dos dois espaços. Tal como foi referido acima, em frequências específicas, correspondentes aos modos próprios do compartimento, um campo de ondas estacionário é produzido, levando ao aumento dos níveis de pressão sonora registados no seu interior. Uma vez que os dois compartimentos apresentam configurações geométricas idênticas, aquele fenómeno é ainda mais amplificado, dando origem a quebras significativas na curva de redução sonora. Quando estes resultados são transpostos para bandas de oitava e de 1/3 de oitava, as curvas resultantes acompanham a tendência global da previsão dada pela lei da massa, embora a redução sonora seja consistentemente inferior. Importa salientar que as curvas calculadas aparentam aproximar-se da lei da massa para frequências mais elevadas, dado que se reduz a influência daqueles campos estacionários nesta gama do espectro de frequências.

4 Conclusões

No presente artigo, é proposto um modelo numérico baseado no Métodos das Soluções Fundamentais para simular a propagação do som entre dois compartimentos unidos por uma pequena superfície. Esta zona de união pode ser constituída por uma abertura, permitindo a passagem, sem atenuação, de toda a energia incidente; ou uma placa de massa conhecida, com um comportamento semelhante ao previsto pela lei da massa. O modelo proposto foi verificado por comparação com soluções analíticas, tendo revelado uma boa precisão.

O modelo foi utilizado na simulação de diversos exemplos. Os resultados obtidos quando a conexão entre os compartimentos era efectuada por intermédio de uma abertura, foram consistentes com o comportamento expectável do sistema. Estes resultados revelaram que a posição relativa da fonte e da abertura foi importante para a definição da redução sonora proporcionada pela parede de separação. Quando se simulou a presença de uma placa, os resultados do cálculo apresentaram diferenças significativas em relação ao previsto pela lei da massa, principalmente nas baixas frequências. Apesar

do comportamento da placa ser simulado de forma similar à lei da massa, o complexo campo de ondas gerado no interior de cada um dos compartimentos ajuda a interpretar aquelas diferenças.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro concedido pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia, através do projecto de investigação POCI/ECM/58940/2004.

Referências

- [1] Beranek, L. L.; Vér, I. L. *Noise and Vibration Control Engineering, Principles and Applications*, Wiley, New York, USA, 1992.
- [2] Sharp, B. H. Prediction methods for the sound transmission of building elements. *Noise Control Engineering Journal*, Vol. 11, 1978, pp. 53–63.
- [3] Tadeu, A.; António, J. Acoustic insulation of single panel walls provided by analytical expressions versus the mass law. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 257(3), 2002, pp. 457–475.
- [4] Craik, R. J. M. *Sound Transmission Through Buildings Using Statistical Energy Analysis*, Gower Publishing Limited, Hampshire, England, 1996.
- [5] Steel, J. A.; Craik, R. J. M. Statistical energy analysis of structure-borne sound transmission by Finite Element Methods. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 178, 1994, pp. 553–561.
- [6] Maluski, S. P. S.; Gibbs, B. M. Application of a finite-element model to low-frequency sound insulation in dwellings. *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 108(4), 2000, pp. 1741-1751.
- [7] Godinho, L.; Tadeu, A. The Importance of a Small Wall Deformation in the Three-Dimensional Acoustic Logging Results. *Geophysical Journal International*, Vol. 151(2), 2002, pp. 403-415.
- [8] Santos, P.; Tadeu, A. Acoustic insulation provided by a single wall separating two contiguous tunnels via BEM. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 257 (5), 2002, pp. 945–965.
- [9] Tadeu, A.; Godinho, L. Scattering of acoustic waves by movable lightweight elastic screens. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 27(3), 2003, pp. 215-226.
- [10] Godinho, L.; Tadeu, A.; Simões, N. A. Accuracy of the MFS and BEM on the analysis of acoustic wave propagation and heat conduction problems, in *Advances in the Meshless Method: 2005*, J. Sladek, V. Sladek and S.N. Atluri (Editors), Techscience Press, USA, 2006.
- [11] Godinho, L., Tadeu, A., Amado Mendes, P. Wave propagation around thin structures using the MFS. *Computers Materials & Continua (CMC)*, Vol. 5(2), 2007, pp. 117-127.
- [12] Mechel, F. *Formulas of Acoustics*, Springer Verlag, Berlin, Germany, 2002.