

PREDICCIÓN DEL COEFICIENTE DE DISPERSIÓN DE ESTRUCTURAS DIFUSORAS MEDIANTE EL METODO DE DIFERENCIAS FINITAS EN DOMINIO DE TIEMPOS CON TRANSFORMACIONES CAMPO CERCANO A CAMPO LEJANO

PACS: 43.55.Ka

Redondo Pastor, Javier⁽¹⁾; Picó Vila, Rubén; Roig Sala, Bernardino; Ferri, M.
Escuela Politécnica Superior de Gandía. Universidad Politécnica de Valencia
Carretera Nazaret-Oliva s/n.
46730 Grao de Gandía (Spain)
Tel: 962 849 300
Fax: 962 849 313
(1) E-Mail: fredondo@fis.upv.es

ABSTRACT

In the last edition of Tecniacústica some of the authors presented a work in which FDTD (Finite Difference Time Domain) techniques were used in order to evaluate sound diffusers scattering [1]. In that work some small disagreements with other techniques were observed. In the present work we compare the results gently provided by Trevor Cox [2] who has used a Boundary Elements Methods based technique. Finally some simulations have been carried out with Finite Element Method commercial software. The comparison between all the methods shows that after a correct transformation of the FDTD simulations with a Near to Far Field Transformation technique all methods (FDTD, FEM and BEM) are in good agreement.

RESUMEN

En la última edición de Tecniacústica varios de los autores de la presente comunicación presentaron un trabajo en el que las técnicas FDTD (Finite Difference Time Domain) eran utilizadas para evaluar la dispersión provocada por difusores acústicos [1]. En aquel trabajo se observaban pequeñas discrepancias en comparación con otras técnicas. En el presente trabajo se comparan los resultados cedidos por Trevor Cox [2] el cual ha utilizado una técnica basada en los métodos de Elementos de Contorno (BEM). Finalmente se han realizado varias simulaciones mediante un software comercial de Elementos Finitos (FEM). La comparación entre todos los métodos muestra que tras una correcta transformación de las simulaciones llevadas a cabo con FDTD con una técnica de transformación de campo cercano a campo lejano, todos los métodos (FDTD, FEM y BEM) muestran un buen acuerdo.

INTRODUCCIÓN

El método de diferencias finitas en el dominio de tiempos FDTD, acrónimo de “finite-difference time-domain”) fue propuesto por Yee en 1966 [3] con el propósito de estudiar fenómenos de scattering para ondas electromagnéticas. Desde entonces diferentes autores han utilizado el método en diferentes ámbitos de la física y en particular en el ámbito de la acústica destacando algunas aplicaciones en diferentes ámbitos de la acústica [4-5]. No obstante son mucho más conocidos otros métodos numéricos con los elementos finitos (Finite Element Methods - FEM) o los elementos de contorno (Boundary Element Methods - BEM). Sin embargo en la mayoría de los casos estos métodos son utilizados en el dominio frecuencial, siendo en general

relativamente completado trabajar en el dominio de tiempos. La principal ventaja del método de diferencias finitas es la sencillez de programación incluso en el caso de considerar formas geométricas relativamente complejas. Para mayor brevedad no se presentan aquí los fundamentos del método. El lector interesado puede consultar una revisión general del método en [6] donde se particulariza el método que nos ocupa al caso de los instrumentos musicales o consultar la página web [7] donde adicionalmente se pueden descargar algunas animaciones obtenidas mediante el método que nos ocupa.

En lo que se refiere a difusores acústicos, a finales de la década de los 90 se hizo un exhaustivo estudio de parámetros de caracterización de la dispersión provocada por difusores acústicos. Cabe destacar el trabajo recopilatorio de Hargreaves et al [8]. No obstante en dichos trabajos solo se considera el comportamiento frecuencial de dichas estructuras, por una parte por el desconocimiento sobre características temporales, y por la otra por la dificultad en la obtención de medidas tanto en experiencias como en simulaciones.

Es de destacar como excepción a estas líneas de trabajo la propuesta por Momertz y Vorlander en su artículo [9] que finalmente ha dado pie a la aparición de un estándar de medida de la dispersión acústica de superficies (ISO/DIS 17497-1) [10]. En dicho artículo se presentaban dos métodos de caracterización de difusores atendiendo a las características temporales de la señal.

La comentada no consideración de los efectos temporales nos ha motivado para utilizar un sistema de simulación con el fin de estudiar el comportamiento en el dominio de tiempos del sonido al ser reflejado por una superficie.

ESQUEMA DE LAS SIMULACIONES

Se han considerado un total de tres superficies diferentes:

- a) Superficie plana (de referencia)
- b) Difusor de Schöeder de residuo cuadrático (QR).
- c) Serie de prismas triangulares

En todas las simulaciones, para evitar reflexiones espúreas sobre el límite de la zona de integración se ha utilizado un PML [11] o contorno perfectamente absorbente (véase figura 1). La excitación consiste en una wavelet de Ricker [12] dadas sus características tanto en frecuencia como en dominio de tiempos.

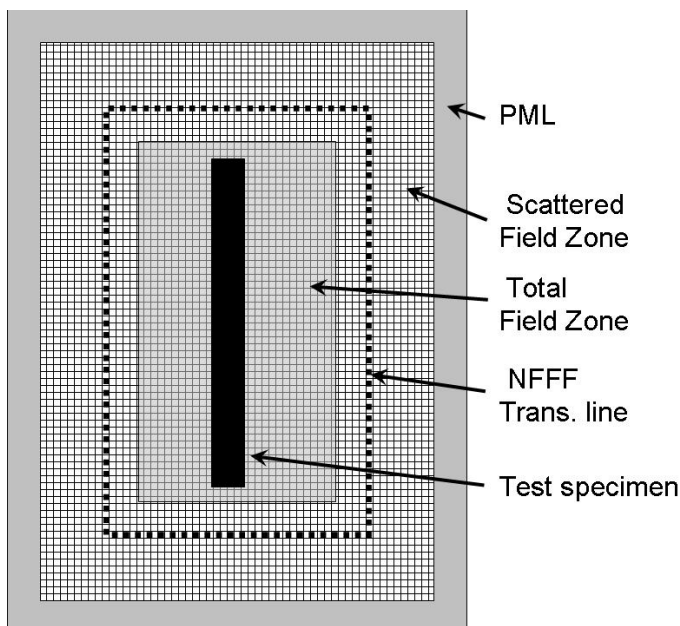


Figura 1. Esquema de una de las simulaciones realizadas (superficie plana). La figura ilustra las dos zonas de cálculo (zona de campo total y zona de campo dispersado). También se ilustra la zona sobre la que se realizan las medidas para su posterior transformación a campo lejano (NFFF-Transformation line). El PML es un contorno absorbente introducido para evitar reflexiones espúreas.

La zona de integración consiste en tres mallas al tresbolillo (una malla para la presión sonora, otra malla para la velocidad de partícula en la dirección x , y finalmente una malla para la velocidad de partícula en la dirección y). La distancia entre puntos de cada malla es del orden de 1 cm, por lo que cabe esperar resultados validos hasta los 4000 Hz. Como ya se ha comentado, para mayor brevedad no se citan aquí los detalles sobre los fundamentos de las técnicas de simulación empleadas. El lector interesado puede consultar por ejemplo la referencia [7]. Si que se comentarán brevemente las dos técnicas no tan extendidas en el campo de acústica que han sido necesarias para diferencias sonido reflejado de sonido directo y para obtener resultados en campo lejano.

La primera de estas técnicas existe en la bibliografía en dos variantes conocidas como formulación de campo total/campo dispersado (total field/scattered field formulation [13]) y formulación de campo dispersado puro (pure scattered field approach [14]). La primera técnica consiste en la separación en dos dominios (ver figura 1), el de campo total incluye la superficie de interés. En dicha zona se calcula el campo total, es decir sonido directo y sonido reflejado por la superficie. En la región externa solo se calcula el sonido reflejado/dispersado por la superficie de interés. Para poder hacer esta separación el sonido incidente es inyectado en las zonas de separación entre ambos dominios dado que el sonido directo puede ser calculado mediante expresiones analíticas. La segunda formulación citada, consiste en realizar la inyección de sonido incidente en el contorno definido por la superficie bajo estudio. Los resultados de ambas son exactamente iguales y únicamente el tipo de superficies a estudiar motiva la elección de una de las dos técnicas comentadas. En nuestro caso se ha optado por la primera dada la geometría de los difusores de Schröder.

Es bien conocido que para conseguir un análisis de directividad bien sea de emisión de una fuente sonora o de reflexión de un difusor, es necesario realizar las medidas en campo lejano. De no hacerlo así los resultados serían dependientes de la distancia al objeto y por lo tanto no representativos. En el caso de técnicas con FDTD o FEM donde el espacio es discretizado, para poder asegurar estar en condiciones de campo lejano el tamaño de las matrices que definen las magnitudes acústicas se hace excesivamente grande como para poder obtener resultados en tiempos de cálculo razonables, pudiendo llegar a desbordar la memoria de la computadora que se utilice. Para evitar este se suele recurrir a técnicas de transformación que predicen de manera aproximada los resultados que se obtendrían lejos del espécimen bajo estudio a partir de mediciones tomadas cerca de este. Estas técnicas son conocidas como Transformación de Campo cercano a campo lejano (Near Field Far field (NFFF) transformation en la literatura anglosajona)

Para calcular la presión sonora en puntos alejados del difusor se puede realizar mediante la ecuación de Helmholtz-Kirchoff que se puede escribir de la siguiente forma:

$$p_w(x', y') = \int_{\Gamma} \left[p_w(x, y) \frac{\partial}{\partial n} G_w(x', y'; x, y) - G_w(x', y'; x, y) \frac{\partial}{\partial n} p_w(x, y) \right] d\Gamma \quad (1)$$

donde las coordenadas con prima corresponden al punto lejano y las coordenadas con prima corresponden a la zona de campo cercano, p_w es la presión sonora, n es la normal a la línea de transformación, Γ es la línea de transformación y $G_w(x', y'; x, y)$ es la función de Green de espacio libre, solución de la ecuación de Helholtz. En dos dimensiones, que es el caso que nos ocupa, la función de Green puede expresarse en función de las funciones de Hankel de la siguiente manera:

$$G_w(x', y'; x, y) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_w R) \quad (2)$$

Substituyendo la ecuación 2 en la ecuación 1 se obtiene la ecuación particularizada a un sistema con dimensiones mediante la cual se puede obtener el campo sonoro en varios puntos arbitrarios a partir de las mediciones en un contorno cerrado cercano a la superficie estudiada ("NFFF trans. line" en la figura 1)

$$p_w(x', y') = \int_{\Gamma} \left[\frac{ik_w}{4} p_w(x, y) H_1^{(1)}(k_w R) \frac{\vec{n} \cdot \vec{R}}{R} - \frac{\omega \rho_0}{4} H_0^{(1)}(k_w R) \vec{n} \cdot \vec{u}_w(x, y) \right] d\Gamma \quad (3)$$

Donde , k_w es el número de onda, \mathbf{n} es el vector unitario normal a la línea de transformación, \mathbf{R} es el vector posición, ω es la frecuencia angular, ρ_0 es la densidad del medio y \mathbf{u} es la velocidad de partícula.

En la siguiente sección se comparan los resultados obtenidos mediante FDTD con otras realizadas mediante software comercial basado en FEM así como simulaciones mediante BEM proporcionadas por Trevor Cox [2].

RESULTADOS OBTENIDOS

Con el fin de verificar la corrección de las simulaciones se ha calculado el coeficiente de scattering (d) en tercios de octava según la norma AES [15]. Los resultados obtenidos se ilustran en la figura 2-4. Puede observarse que las mayores discrepancias aparecen o a muy baja frecuencia o a muy altas frecuencias en las simulaciones llevadas a cabo mediante elementos finitos. No obstante parece haber un buen acuerdo entre los resultados obtenidos mediante FDTD y BEM. Este hecho parece verificar que la técnica FDTD puede sustituir a la técnica BEM para la simulación de difusores acústicos, con la ventaja principal de que al trabajar en dominio de tiempos se podrían realizar simulaciones tal y como se indica en la nueva norma de caracterización de difusores [10]. Por otra parte es de destacar una gran diferencia entre estas dos técnicas. En el caso de BEM es necesario realizar una serie de cálculos a diferentes frecuencias para luego agrupar por bandas lo que hace que el consumo de tiempo de la simulación termine siendo mucho mayor que en el caso de FDTD en el que una simple simulación es suficiente para obtener resultados en todo el rango frecuencial de interés en acústica de salas. Basta para ello con hacer las transformadas de Fourier de las señales temporales obtenidas en los puntos de medición.

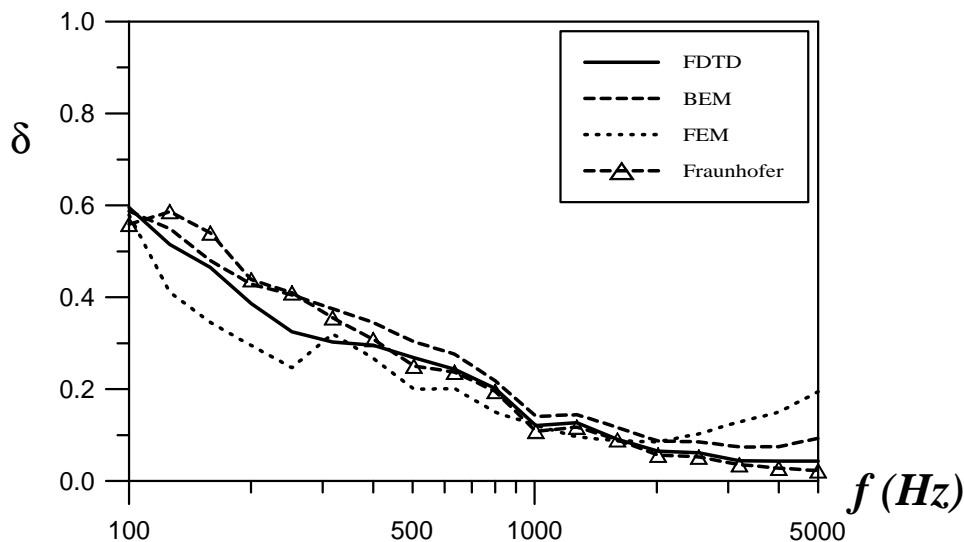


Figura 2. Coeficiente de scattering frente a la frecuencia de la superficie plana, línea continua FDTD, línea discontinua BEM, línea de puntos FEM. Predicción de Fraunhofer en línea con triángulos

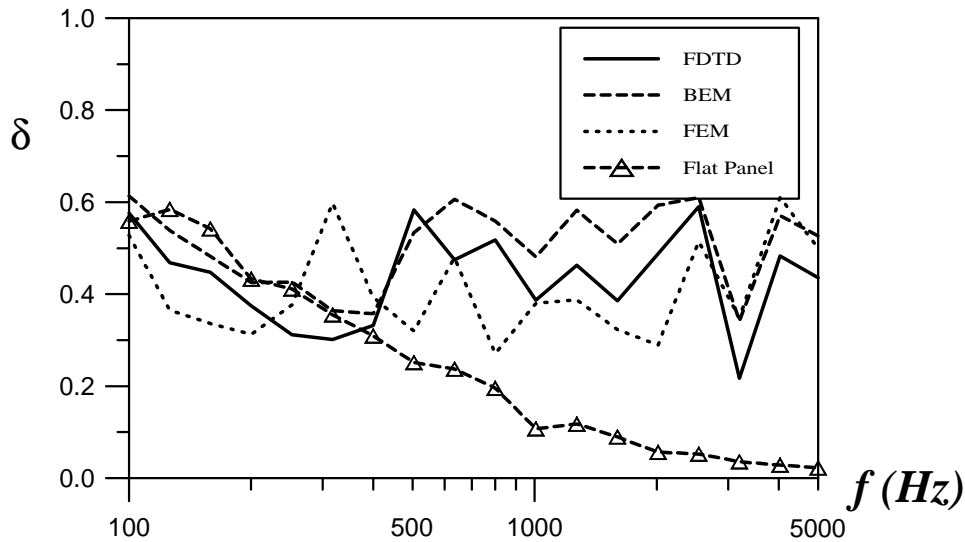


Figura 3. Coeficiente de scattering frente a la frecuencia del difusor QR, línea continua FDTD, línea discontinua BEM, línea de puntos FEM. Predicción de Fraunhofer para una superficie plana (para mejor comparación) en línea con triángulos

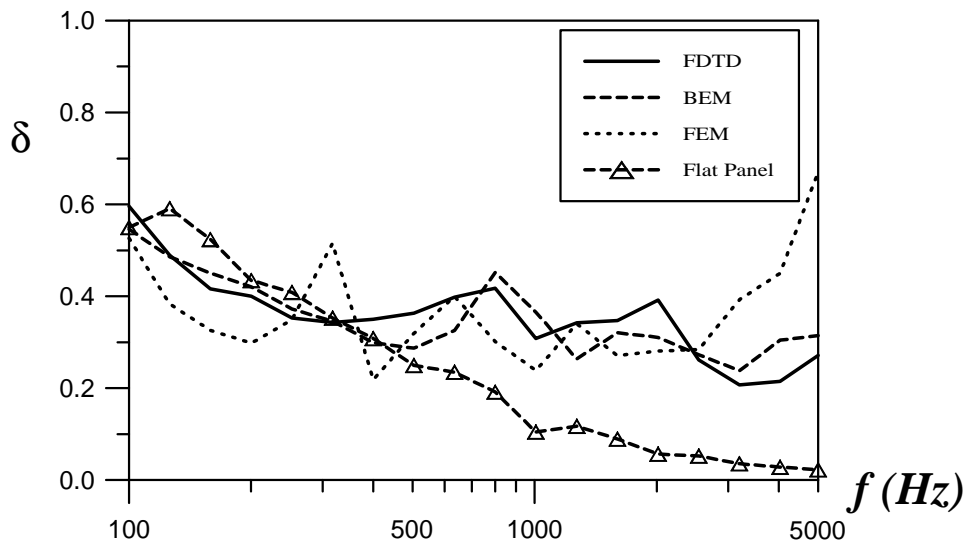


Figura 4. Coeficiente de scattering frente a la frecuencia de prismas triangulares, línea continua FDTD, línea discontinua BEM, línea de puntos FEM. Predicción de Fraunhofer para una superficie plana (para mejor comparación) en línea con triángulos

CONCLUSIONES

En conclusión podemos señalar que las diferencias finitas en el dominio de tiempos permiten simular correctamente la dispersión en reflexión proporcionada por superficies irregulares en general y difusores acústicos en particular, dentro de un rango de frecuencias, simulando de manera incorrecta el comportamiento tanto a bajas frecuencias como a altas frecuencias. Se puede prever que una adecuada combinación de simulaciones con diferentes tamaños de malla permitiría ampliar el rango frecuencial a estudiar.

En futuros trabajos se realizarán simulaciones según la ortodoxia de medición de la norma ISO [10] para lo cual es imprescindible una técnica de simulación que trabaje en el dominio de tiempos. También estudiaremos el efecto de elementos susceptibles de vibrar como pueden ser los separadores habitualmente utilizados en difusores de Schröder. Finalmente se considerará la inclusión de sistemas activos que pueden disminuir la profundidad total de este tipo de dispositivos.

REFERENCIAS

- [1] Redondo Pastor, Javier; Picó Vila, Rubén; Roig Sala, Bernardino. Estudio del scattering producido por difusores acústicos mediante el método de las diferencias finitas en el dominio de tiempos. *Tecniacústica* 2005.
- [2] Datos cortesía de T. J. Cox, University of Salford y P.D'Antonio, RPG Diffusor Systems Inc., base de datos en: www.acoustics.salford.ac.uk
- [3] K.S. Yee, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media;. *IEEE Transactions on Antennas Propag.*, Vol 14, 302-307, 1966
- [4] J. Lovetri, D. Mardare and G. Soulodre, Modeling of the seat dip effect using the finite-difference time-domain method, *J. Acoust. Soc. Am.*, 100, 2204 (1996).
- [5] T. Van Renterghem, D. Botteldooren Numerical Simulation of the Effect of Trees on Downwind Noise Barrier Performance. *Acta Acustica united with Acustica*. Vol. 89 (2003) 764 – 778
- [6] J. Redondo, R. Picó, B. Roig, "Simulation of the sound propagation inside a wind instrument by means of the Finite-Difference Time-Domain Method". *Proceedings in European Acoustics Association Symposium, Guimeraes* (2004).
- [7] A. Taflove, "Computational electrodynamics: The finite-difference time-domain method," 6, vol. 1995, pp. 107-144, Artech House.
- [8] Tristan J. Hargreaves, Trevor J. Cox, Y. W. Lam, Peter D'Antonio. Surface diffusion coefficients for room acoustics: Free-field measures . *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 108, No. 4, October 2000
- [9] Vorländer M., Mommertz E., Definition and Measurement of Random-incidence Scattering Coefficients, *Applied Acoustics* 60 (2000), p. 187-1999.
- [10] ISO 17497-1:2004, "Acoustics -- Sound-scattering properties of surfaces -- Part 1: Measurement of the random-incidence scattering coefficient in a reverberation room"
- [11] X. Yuan, D. Borup, J. W. Wiskin, M., Berggren, R. Eidens, S. Johnson, Formulation and Validation of Berenger's PML Absorbing Boundary for the FDTD Simulation of Acoustic Scattering;. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency control*, Vol 44, No. 4, 816-822, July 1997
- [12] J.B. Schneider, C.L. Wagner, S.L. Broschat, Implementation of transparent sources embedded in acoustic finite-difference time domain grids, *J. Acoust. Soc. Am.* Vol 133, No. 1, 136-142, January 1998
- [13] K. Umashankar and A. Taflove, "A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects," *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, vol. 24, pp. 397-405, 1982.
- [14] K. S. Kunz and R. J. Luebbers, *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*. CRC Press, 1993
- [15] AES information document for room acoustics and sound reinforcement systems — Characterization and measurement of surface scattering uniformity. *Audio Engineering Society*. (2001)